Posudek na magisterskou práci P. Truhláře „Positive Formulas for Some Substructural Logics“

Igor Sedlár

Ústav informatiky AV ČR

31. ledna 2018

Shrnutí

Magisterská práce se věnuje rozšíření Jankovova teorému na některé substrukturální logiky. Dokázaný výsledek je zajímavým obohacením literatury na téma modálních a substrukturálních logik a v nějaké formě by měl být publikován. Nicméně, práce v současné podobě obsahuje několik míst vyžadujících doplnění či vylepšení (viz. další sekce posudku). Proto práci navrhuji hodnotit známkou 2 („velmi dobře“).

Námět do diskuse

Práce staví na metodách a výsledcích [1] věnující se intuicionistické a minimální logice. Jak je v téhle oblasti zvykem, negace $\neg A$ je definována pomocí implikace jako $A \to \bot$ (v IL) a $A \to f$ pro nějakou proměnnou f (v ML). Autor posuzované práce takhle postupuje i v případě substrukturálních logik, tedy definuje $\neg A$ jako $A \to \bot$ a $\sim A$ jako $\bot \leftarrow A$. Tohle v substrukturální logice zvykem není, negace je často formulována nezávisle na implikaci (např. v mnoha relevančních logikách), viz. taky [2] kde relace kompatibility C je nezávislá od R. Je tedy otázkou, nakolik je výsledek práce relevantní v substrukturální logice (řekl bych, že zčásti ano – negace je pomocí implikace definována např. ve fuzzy logikách). Rád bych se taky zeptal, jestli autor vidí nějaké možnosti rozšíření svého výsledku na případy kdy je negace nezávislá na implikaci.

Otázky a připomínky

1. Důkaz Věty 5 není formulovaný zcela správně. Při implikaci (II) $\to$ (I) je potřeba mluvit o proměnné p místo formule A. Pak se argumentuje následovně. Nechť je p pravdivá ve všech $w \geq z_0$ a nepravdivá jinde. V x_0 je pak $\neg p$ nepravdivá. Na druhou stranu, v y_0 $\neg p$ platí (když existuje w takové, že Cy_0w a $w \geq z_0$, tak Cy_0z_0, což vede ke sporu s předpokladem), tedy $\neg\neg p$ v x_0 neplatí. (Nejedná se o závažnou námitku.)

2. Logická ekvivalence formulí není v textu definována, ale podstatně se využívá (např. 2.9 a dále). Jiné základní a dobře známé pojmy definované jsou.

3. Zdůvodnění platnosti $(\bot \to A) \to \top$ se dá zkrátit, protože $B \to \top$ je platná pro libovolnou B.

4. Striktně vzato, ve formuli bez $\bot$ není žádná podformule tvaru $\neg A$, konstrukce A^+ tedy není popsaná přesně. (Tahle nepřesnost je přítomna také v [1], tam na ni alespoň vágně upozorní v tom smyslu, že někdy bude výhodné brát $\neg$ jako nedefinovanou. V práci to lehce mate, možná by bylo dobré konstrukci popsat přesněji na způsob „když máme formuli ve které se $\bot$ vyskytuje jenom v kontextech $B \to \bot$“ atd.)

5. V konstrukci A^+ chybí zmínka o $\sim$ (nejedná se o nic závažného, stačí jenom říct, že pro $\sim$ jsou kroky analogické).

6. Notace ve Větě 9 je matoucí. V části 1. $A = B$ vyjadřuje, předpokládám, syntaktickou totožnost (A je stejná formule jako B), v části 2. musí ale jít o dokázatelnou ekvivalenci. (Jinak by důkaz nefungoval. Např. v prvním bodě části 2., když A^+ je $\bot$, tak $A^+ \to B^+$ je $\bot \to B^+$, ale $(A \to B)^+$ je podle části 1. $(A^+ \to B^+)^+$, tedy $(\bot \to B^+)^+$, tedy $\top^+$, tedy $\top$.) Bylo by dobré tohle na začátku vyjasnit. (Na použití této věty v důkazu Věty 14 stačí interpretovat $=$ jako dokázatelnou ekvivalenci.)

7. (Ad Poznámka 1, s. 22) Není mi jasné, proč z tvrzení 5. Věty 7 článku [1] má plynout, že $(A \to B)^+$ je dokázatelně ekvivalentní s $A^+ \to B^+$ (pro libovolné A, B). Na příslušném místě [1] se podle mně tvrdí jenom to, že když je A dokázatelně ekvivalentní s B, pak je A^+ dokázatelně ekvivalentní s B^+. (Ale možná jsem si něčeho nevšiml.)

8. Práce je poměrně krátká, což je dáno specifiky oboru. Na druhou stranu, práci by vylepšil podrobnější úvod, zejména lepší výklad Jankovova výsledku – proč je zajímavý, proč ho rozšiřovat na substrukturální logiky atd.

Detaily

- Strana 11, poslední řádek – překlep, left a right weakening mají stejnou zkratku.
- Definice 9 – není potřeba uvádět podmínku pro $\supset$, tahle spojka se v pozdějších tvrzením neobjevuje ([2] ji ale uvádí).
- Strana 13 – překlep ve $X \circ Y$, při strukturách má být $X; Y$ (viz. [2]).
- Definice 10 – při odkaze na podmínky související se strukturálními pravidly říct, že tyto podmínky budou popsány níže.
- Věta 6, důkaz – F místo $\mathcal{F}$.
- Věta 7 – „identically equal“ zní zvláštně, má být „identical“.

- Strana 21, první odsek – tabulka v práci má jeden sloupec, tabulka v článku [1] dva, ve čtvrtém řádku by se tedy nemělo mluvit o „our table“.
- Strana 23, první odsek – místo „$p \vee q$“ má být „$p \wedge q$“.
- Strana 25 – Lemma 2 navrhuji uvést a dokázat před Větou 11.
- Strana 25, důkaz Věty 11 – Formulace „Now B is either in $\Sigma \cup \{A\}$ or an axiom“ je poněkud matoucí. Lepší by bylo říct standardně „když $m = 1$, tak B je v $\Sigma \cup \{A\}$ nebo je axiom. V tomto případě platí ... . Dále předpokládejme, že tvrzení platí pro m a dokažme jej pro $m + 1$.“ Dále překlep „τ“.
- Důkaz Věty 13 – lepší by bylo argumentovat „přímo“, tedy říct „když A není platné v $\mathcal{M}^+$, pak $\not\models A$ a tedy $\not\vdash A$.“ To se týká i jiných částí práce – některé důkazy nemusí mít formu důkazu sporem (když se z předpokladu nepravdivosti jedné části tvrzení vlastně nic dalšího neodvozuje.)
- Důkaz Věty 14 – „C is the confusion of A...A^+“ má být „C is the confusion of Σ...Σ^+“.
- Když se odkazuje na větu, lemma či definici s konkrétním číslem, mělo by se psát „Theorem 9“ atd.
- Článek [1] byl prezentován na konferenci v roce 2013, zborník vyšel až v roce 2015.

Je sympatické, že práce byla napsána v angličtině. Před jejím případným zasláním k publikaci nicméně doporučuji podrobnou jazykovou korekturu. Současná jazyková a stylistická úroveň práce není uspokojivá.

Reference

[1] D. de Jongh and Z. Zhao. Positive Formulas in Intuitionistic and Minimal Logic. In: *Proc. of TbiLLC 2013*, pp. 175–189. Springer, 2015.

[2] G. Restall. *An Introduction to Substructural Logics.* Routledge, 2000.