

# Posudek diplomové práce "Pozitivní formule v některých substrukturálních logikách"

Mgr. Marta Bílková, Ph.D.  
(školitelka)

1. února 2018

## Obsah práce

Předložená diplomová práce se zabývá distributivními substrukturálními logikami (konkrétně některými axiomatickými rozšířeními distributivní Full Lambekovy logiky  $dFL$ ) a jejich pozitivním fragmentem (tedy fragmentem bez konstanty  $\perp$ ). Konkrétní řešený problém je následující: pro danou výchozí logiku  $L$ , má její rozšíření o axiom slabého vyloučeného třetího  $\neg A \vee \neg\neg A$  (kde negace  $\neg A$  je definována jako  $A \rightarrow \perp$ ) stejný pozitivní fragment jako  $L$ ? Tedy, jinak řečeno, je přidání zákona slabého vyloučeného třetího konzervativní nad pozitivním fragmentem  $L$ ?

Na otázku lze odpovědět pozitivně pro logiku  $dFL$  rozšířenou o axiom  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$  (axiom A4: suffixing, twisted associativity); a její rozšíření: komutativní Full Lambekova logika  $dFLe$ , komutativní Full Lambekova logika s oslabením  $dFLew$ , intuicionistická logika ( $dFLewc$ ), a relevantní logika.

Práce tak například v případě intuicionistické logiky zobecňuje výsledek o (intermediární) Jankovově logice  $KC$ , která je konzervativní nad pozitivním fragmentem intuicionistické logiky.

K dokázání zmíněných výsledků je v práci využita Kripkovská sémantika distributivních substrukturálních logik jak je představena v knize Grega Restalla [Res00], myšlenka a metoda konstrukce top modelů a pozitivní formule  $A^+$  je převzata, mírně zjednodušena a zobecněna na substrukturální logiky z článku Dicka de Jongha a Zhiguanga Zhao (finální verze článku [dJZ13], původně zveřejněno online jako preprint v sérii preprintů ILLC — viz poznámka níže). Další důležitou ingrediencí je věta o dedukci, která je v případě substrukturálních logik komplikovanější než v logice intuicionistické, a v použitelné formě je k dispozici pro logiky se všemi třemi axiomy asociativity ( $A2, A3, A4$ ), jak lze nalézt např. v knize [Res00].

Výsledky obsažené v této práci lze dokázat (bez předpokladu distributivity) algebraickými metodami, viz. např. článek Nicka Galatose [Gal11]. Metoda s použitím Kripkovské sémantiky je však podle mého názoru jednodušší a konstrukce pozitivní formule  $A^+$  má potenciál k dalšímu využití (viz. aplikace metody v případě intuicionistické logiky v článku [dJZ13]). Také by bylo zajímavé obě metody a jim příslušné konstrukce na modelech porovnat s použitím teorie duality Kripkovské a algebraické sémantiky, na to však již v práci bohužel nedošlo.

## Shrnutí přínosu, výsledné podoby a rozsahu práce

Jak bylo řečeno výše, práce obsahuje drobný zajímavý nový výsledek, který je zobecněním analogického výsledku pro intuicionistickou logiku, byl dokázán s použitím a zobecněním existujících metod, a který (v obecnější formě) lze dokázat algebraicky. Podle mého názoru by výsledek byl publikovatelný jako krátký článek např. v *Miscellanea Logica* (text by se ovšem musel do podoby článku ještě výrazně upravit).

Práce na výsledku vyžadovala detailní nastudování problematiky sémantiky distributivních substrukturálních logik a jejich axiomatizace, a existujících výsledků k Jankovově logice.

Oproti původním plánům bohužel nedošlo na porovnání metody konstrukce top modelu s algebraickou metodou použitou v článku [Gal11]. Také bych si představovala poněkud informativnější úvod do celé problematiky jak substrukturálních logik, tak i pár slov o Jankovově logice (pro nepoučeného čtenáře). Na více místech v práci by ze stejného důvodu také prospělo více komentářů a do práce by bylo dobré zahrnout i některé důkazy, na které se odkazuje (např. úplnost pomocí kanonického modelu).

Oceňuji, že je práce napsaná v angličtině, i když nezkušenost s psaním delšího anglického textu je na výsledku vidět. Text je i proto (a také z důvodů uvedených v předchozím odstavci) v kontextu diplomových prací spíše kratší. Vzhledem k obsahu práce však považuji rozsah za dostatečný.

## Hodnocení

Při tvorbě samotného výsledku a v dokazování tvrzení v práci obsažených projevil autor dostatek samostatnosti, v rešerších existující literatury a při psaní např. úvodu práce bych si představovala samostatnost větší. Přes zmíněné výhrady hodnotím práci na tématu víceméně jako úspěšnou.

Z výše uvedených důvodů doporučuji práci k obhajobě a navrhuji ji hodnotit jako *velmi dobrou*.

## Komentáře

- Remark 1 na str. 22: poznámka o chybném bodě 5 ve větě 7 se vztahuje k předchozí verzi článku [dJZ13], která se dá nalézt jako preprint v sérii preprintů ILLC zde: <https://www.illc.uva.nl/Research/Publications/Reports/PP-2014-06.text.pdf>.

Je to verze článku, se kterou jsme pracovali v začátcích prací na diplomové práci, a kterou jsme měli k dispozici přímo od autorů ještě před vyjitím finální, citované verze [dJZ13]. Chyba v citaci nakonec unikla i mně.