



Akademie věd České republiky
ÚSTAV TEORIE INFORMACE A AUTOMATIZACE, V.V.I.
Pod Vodárenskou věží 4, 182 08 Praha 8

Doc. RNDr. Martin Kružík, Ph.D.
e-mail: kruzik@utia.cas.cz
web: <http://staff.utia.cas.cz/kruzik/>
tel.: 00420-266-052-395

V Heidelbergu dne 13. 5. 2014

Oponentský posudek na disertační práci pana Mgr. L. Kleprlíka
Properties of weakly differentiable functions and mappings

Disertační práce sestává z pěti kapitol, přičemž první je úvodem a každou další kapitolu tvoří samostatný článek autora (ve dvou případech se spoluautory). Všechny jsou publikovány, nebo přijaty k publikaci v navzájem různých zahraničních časopisech, ze kterých aspoň tři mají impaktní faktor. Oceňuji rovněž, že uchazeč ve své disertaci navázal na výzkum započatý ve své diplomové práci a některé, v ní dosažené, výsledky již publikoval. Základním problémem celé práce je studium vlastností složeného zobrazení $u \mapsto u \circ f$, kde $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ je homeomorphismus. Speciálně autora zajímá, kdy je takovéto zobrazení slabě diferencovatelné a derivace mají jisté vlastnosti.

Ve druhé kapitole L. Kleprlík ukazuje, že pokud má f q -distorzi v $L^{p/(q-p)}$, pak operátor složení je spojitý jako zobrazení z $W^{1,q}$ do $W^{1,p}$ pro vhodné p, q . V práci je podán správný důkaz tohoto tvrzení, který tak zaplňuje mezeru v literatuře vzniklou nejasnou korektností důkazu A.D. Ukhlova (Ukhlov A.D., On mappings generating the embeddings of Sobolev spaces, Siberian Math. J. **34** (1993), 165–171).

Třetí kapitola pojednává o problému spojitosti v Sobolevových-Orliczových prostorech $WL^q \log^\alpha L_{\text{loc}}$ pro $q \geq n$ a $\alpha \geq 0$, nebo $1 < q \leq n$, $\alpha \leq 0$, kde n je prostorová dimenze. Tam je také dokázáno opačné tvrzení: Je-li operátor složení spojitý, je f nutně q -kvasikonformní homeomorphismus. Zajímavým výsledkem je také Věta 1.3, což je Lebesgueova diferenciální věta pro Orliczovy prostory.

Ve čtvrté kapitole je zkoumáno, za jakých podmínek složené zobrazení mapuje Sobolevův-Lorentzův prostor $WL^{n,q}(\Omega_1)$ na $WL^{n,q}(\Omega_2)$ pro dvě oblasti Ω_1 a Ω_2 a $q \neq n$. Je ukázáno, že f musí být lokálně bi-lipschitzovská.

Předpoklad q -kvasikonformality f je nutný pro to, aby operátor složení zobrazoval W^1X do W^1X , kde X je prostor invariantní na přerovnání a blízký L^q . To je hlavní výsledek páté kapitoly a článku, který uchazeč napsal sám. Navíc jsou izolovány případy, kdy je q -kvasikonformalita také postačující.

Jednotlivé kapitoly práce již úspěšně prošly recenzním řízením jako samostatné články v kvalitních časopisech, což jasně dokládá, že pan Luděk Kleprlík je schopen samostatné vědecké práce přinášející nové a zajímavé poznatky. Publikuje s vynikajícími spoluautory a jeho otištěné práce

jsou již také citovány (např. [T1] je jednou citována ve Web of Science a 11x na Google Scholar, [T3] je citována na Google Scholar). Domnívám se, že např. výsledky z kapitoly dvě mohou najít uplatnění v matematické analýze problémů mechaniky kontinua. Celkově považuji disertační práci pana Mgr. Kleprlíka za velmi zdařilou a vřele ji doporučuji k obhajobě.

Martin Kružík