

Univerzita Karlova v Praze, Filozofická fakulta
Ústav Dálného východu
studijní obor sinologie

Jiří HUDEČEK

Jazyk staročínské
"Matematiky v devíti kapitolách"
a jejích komentářů

Diplomová práce

Vedoucí práce: PhDr. David Sehnal

Rok podání: 2005/06

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s využitím uvedených pramenů a literatury.

Jiří H. 4.9.2006

Poděkování

Napsání této práce by nebylo možné bez trvalé podpory ze strany mé rodiny a inspirace a odborné pomoci od vedoucího práce, PhDr. Davida Sehnala. Děkuji také RNDr. Martině Bečvářové, PhD. z Dopravní fakulty ČVUT a Doc. Jindřichu Bečvářovi z Matematicko-fyzikální fakulty UK za prvotní podnět a trvalý zájem. Můj dík patří ale také všem vyučujícím sinologického semináře Ústavu Dálného východu FF UK za vzdělání, kterého se mi od nich dostalo.

Poděkování	3
<i>Úvod</i>	6
Část I. Devět kapitol a jejich komentáře	7
K názvu „Matematiky v devíti kapitolách“	7
Charakteristika čínské matematiky a „Devíti kapitol“	13
Struktura a obsah „Devíti kapitol“	15
Původ klasického textu „Devíti kapitol“	18
Kanonické komentáře	23
Zkoumání o „Devíti kapitolách“	26
Textová historie „Devíti kapitol“	29
Vztah klasiky a komentářů v kontextu čínské komentátorské tradice	32
Část II. Jazykový rozbor	41
Klasický text	42
Zápis čísel	42
Míry, váhy a další časté jednotky	43
Formulace úlohy	47
Odpovědi	51
Metody	51
Početní operace	63
Jazyk klasického textu – shrnutí	88
Liu Huiova předmluva a komentář	91
Definice a vysvětlení slov	92
Důkaz metody její interpretací	94
Výroky a věty	97
Výklad záměru a myšlenky autora	100
Dodatečné příklady a jejich řešení	105

Alternativní metody	106
Esejistický styl v předmluvě a komentářích	108
Liu Huiův jazyk – věcný i barvitý	112
Jazyk Li Chunfenga a jeho družiny.....	112
<i>Závěr</i>	123
<i>Část III. Překlad</i>.....	125
Předmluva Liu Huie.....	125
1 Pravoúhlá pole.....	130
2 Obilí a zrno	160
3 Poměrné díly	163
4 Menší šířka.....	166
<i>Část IV. Literatura</i>.....	172

ÚVOD

Předmětem této práce je jazyk klasické čínské matematiky, konkrétně jejího stěžejního anonymního díla „Matematika v Devíti kapitolách“ a dvou nejdůležitějších komentářů k němu. „Matematika v Devíti kapitolách“ (*Jiu zhang suan shu* 九章算術) je sbírka vzorových úloh a metod jejich řešení z přelomu letopočtu. Ve 3. století n. l. k ní napsal obsáhlý komentář Liu Hui 劉徽, na začátku dynastie Tang přibyly vysvětlivky Li Chunfenga 李淳風 a jeho spolupracovníků. Na tomto materiálu lze proto zkoumat nejen samotný matematický jazyk a jeho vývoj, ale také komentáře jako žánr, který má specifické stylové potřeby.

Práce se skládá ze dvou výkladových částí: první je shrnutí historických informací o „Matematice v Devíti kapitolách“ a jejich komentátorech, druhá analyzuje jazyk jednotlivých vrstev textu a snaží se odhalit hlavní rysy každé vrstvy a jejich rozdíly. Třetí část, zařazená jako příloha, je překlad výběru z „Matematiky v Devíti kapitolách“ včetně Liu Huiova a Li Chunfengova komentáře, doplněný mými jazykově-matematickými poznámkami. Pro tištěnou verzi byl překlad silně zkrácen, celý pracovní překlad relevantních částí je obsažen na přiloženém CD-ROMu.

Veškerá čínská slova jsou v práci přepisována čínským standardním zápisem výslovnosti (*pinyin*). Kromě osobních jmen jsou všechny přepisy kurzívou, jen v kurzívním českém textu jsou naopak přímým písmem. Vzhledem k historické povaze práce používám zpravidla plné (tradiční) varianty znaků, pouze v bibliografii uvádím názvy a jména autorů v té podobě, v jaké byly na vydání, s nímž jsem pracoval.

Část I. DEVĚT KAPITOL A JEJICH KOMENTÁŘE

K názvu „Matematiky v devíti kapitolách“

Kniha, kterou budeme dále označovat pro stručnost „Devět kapitol“, existovala v průběhu své historie pod více odlišnými názvy, které však měly společnou první část, totiž právě „Devět kapitol“ (*jiu zhang* 九章). Nejstarší název, který se objevuje v nápise na úředních mírách a váhách z druhého století našeho letopočtu¹, zní *Jiu Zhang Suan Shu* 九章算術. První část, *jiu zhang*, oněch „devět kapitol“, si zaslouží více pozornosti, než by se na první pohled zdálo, proto se k ní ještě vrátíme. Nyní se soustředíme na následující dvě slova, *suan shu* 算術. Znak *suan* 算 je stará varianta znaku *suan* 算, přísně vzato (podle etymologie, jak ji vykládá slovník *Shuo Wen Jie Zi*) první znamená „početní tyčinky, druhé „počítat“². Oba znaky se však běžně zaměňovaly a lze říci, že význam slova *suan* je jasně „počítat“, rozumí se „počítat pomocí početních hůlek“, ať už se píše kterýmkoliv znakem. První moderní editor „Devíti kapitol“, Dai Zhen 戴震 (1723 – 1777), změnil znak 算 ve starých edicích, které měl k dispozici, na 算, které podle významu v *Shuo wenu* bylo správnější, a v pozdějších dobách byl původní znak zcela eliminován z běžného použití. Dnešní edice v tradičních znacích se však k němu vracejí, především díky objevu ještě staršího matematického textu *Suan Shu Shu*, který má v názvu také tento Dai Zhenem odmítnutý znak 算.

Slovo *shu* 術 znamenalo nejprve „cesta“, z toho „postup“, „metoda“, „technika“, „dovednost“. V době Válčicích států (479 – 221 př.n.l.) bylo často

¹ Viz [Guo Shuchun 2004], sv. 1, str. 1. Srv. [Li Di 1998], str. 3.

² V *Shuo Wenu* se doslova říká: „Početní tyčinky 算, jsou dlouhé 6 *cunů*, počítá se s nimi kalendář a matematika 歷數. [Znak] je ze slov „bambus“ 竹 a „pohrávat si“ 弄, tím se říká, že když se s nimi stále „pohrává“, neudělá se chyba.“ – „Kalkulovat 算 – počítat. Je ze slov „bambus“ a „nástroj“ 具, čte se jako „početní tyčinka“ 算.“ Etymologie, kterou autor Xu Shen představuje, je však založená na grafické analýze starých podob znaků, nelze ji považovat za odraz reálného úzu v době jeho života. Viz [SWJZ], str. 99, srv. [Guo Shuchun 2004], sv. 1., str. 2.

používáno pro techniky potřebné k úspěšné správě země (v tomto smyslu jej například používal předchůdce legalistů Shen Buhai). Spolu se svým blízkým příbuzným *fa* („zákon“, „model“, „standard“), s nímž bylo zřejmě ve významu metody poměrně volně zaměnitelné, znamenají systematičnost, objektivnost a spolehlivost. Ačkoli v některých případech se obě tato slova překládají jako „umění“ (například *Sunzi Bing Fa* – „Mistr Sun o umění válečném“), většinou je obsahem *shu* nebo *fa* nepoetická, mechanicky aplikovaná metoda. V případě metod v „Devíti kapitolách“ to platí stoprocentně.

Proto i *suan shu* v názvu je jen souhrnný název pro ty metody *shu*, které představují základní stavební blok knihy. Vodítkem pro chápání pojmu *suan shu* nám může být patrně nejstarší použití tohoto sousloví v dialogu mezi Chenzi'em a Rong Fangem v první kapitole „Klasické matematické knihy zhouského gnómonu“ (*Zhou Bi Suan Jing* 周髀算經). Zde učitel Chenzi vysvětluje svému studentovi Rong Fangovi, že zvládnutí *suan shu* je jen prvním krokem, důležitější je schopnost jeho aplikace:

Kdysi se Rong Fang otázal Chenzia: „Chtěl bych se nyní dozvědět o Vaší Cestě (*dao*). Jak poznat o Slunci jeho výšku a velikost, kam dosvítí a kolik ujde za den, a o tom, kam člověk dohlédne, nejzazší kraje světa, příbytky všech hvězd a šířku a hloubku nebe? Vaše Cesta je [prý] taková, že se toto všechno dá poznat. Opravdu to tak je?“

Chenzi řekl: „Ovšem.“

Rong Fang řekl: „Přestože nejsem přemýšlivý, toužím, abyste mne obšťastnil tím, že mi to vyložíte. Může být někdo takový jako já poučen o této Cestě?“

Chenzi řekl: „Ovšem. Toho všeho lze dosáhnout početními metodami (*suan shu*). Ty už se [vyznáš] v počítání dostatečně, abys toto poznal, pokud o tom budeš opravdu usilovně přemýšlet.“²

Následují neúspěšné Rong Fangovy pokusy přijít na to, jak pomocí „metod“ *suan shu* dospět k „Cestě“ *dao*, tedy pochopení vesmíru. Nakonec se Chenzi slituje (nebo mu dojde trpělivost) a odhalí Rong Fangovi, jak na to. Předtím ho ale

² [ZBSJ], 1. kapitola, str. 13-15.

neopomine poněkud kazatelsky poučit, jak má vypadat správné usilovné přemýšlení:

Chenzi řekl: „Nepromyslel jsi to důkladně. Toto je také jako metoda pozorování vzdáleného a pozvednutí do výšky⁴. Jelikož jsi to nedokázal poznat, jsi na tom s matematikou (*suan*) tak, že nedokážeš uvést do spojení věci stejné třídy (*lei*). Tedy tvá inteligence k něčemu nedosahuje a tvá schopnost prozření je jaksi omezena.

To, díky čemu jsou tyto metody Cesty (*dao shu*) vyjádřeny krátce, ale jejich využití je rozsáhlé, je jasnost pochopení tříd. Když se zeptáme na jednu [věc z] třídy, ale je s ní možné dosáhnout k desetitisícům situací, nazýváme to poznání Cesty.

To, co se učíš, jsou metody počítání (*suan shu zhi shu* 算數之術), to znamená používat svoji inteligenci. Pokud je stále něco příliš obtížné, pak tvé chápání tříd je příliš jednoduché.

To, kvůli čemu je obtížné univerzálně používat metody Cesty, je že když už je umíš, musíš se starat, že je [nedokážeš] rozsáhle [aplikovat]. Když už je [dokážeš] rozsáhle [aplikovat], musíš se starat, že je nemáš procvičené. Když už je máš procvičené, musíš se starat, že jimi nemůžeš [dosáhnout správného] poznání.“⁵

Z celého tohoto dialogu vyplývá jasně, že *shu* je něco jednoznačně nižšího než *dao*. Ačkoli Chenzi'ova „Cesta“ se týká spíše astronomie než matematiky a není tedy divu, že matematiku jako celek chápe pouze instrumentálně, vyplývá z této pasáže, že pokud bylo něco na matematice považováno za těžké a obdivuhodné, byla to aplikace metod, nikoli zručnost v jejich provádění. Můžeme tedy uzavřít:

- a) V době vzniku citovaného dialogu (pravděpodobně za dynastie západní Han) bylo *suan shu* chápáno jako souhrn početních metod,
- b) existovalo jasné povědomí, že tyto metody jsou pouze předstupněm ke zvládnutí skutečného cíle matematiky.

Když k tomu připočteme fakt, že Liu Hui ve svých obecnějších úvahách o matematice vždy říká jen *suan* nebo jen *shu* 數, je mišlím zřejmé, že *suan shu* neoznačovalo v době vzniku „Devíti kapitol“ nic více než metody počítání (postupy

⁴ Myslí se tím některá zeměměřičská metoda s využitím podobnosti trojúhelníků, tedy něco podobného Liu Huiově „Dvojímu rozdílu“.

⁵ [ZBSJ], 1. kapitola, str. 16-17. Viz též [Cullen 1996], str. 175-178, [Li Yǎn, Dū Shí rán 1987], str. 28.

výpočtu pomocí početních tyčinek – algoritmy). *Suan shu* 算術 v pozdější čínštině získalo zúžený význam „aritmetika“, obsah „Devíti kapitol“ je však širší, protože kromě aritmetických postupů fakticky obsahuje i aplikaci geometrických a algebraických poznatků. Překládat *suan shu* jako „matematické metody“ je ale také zavádějící, protože se jedná skutečně jen o výpočetní postupy založené na širších matematických poznatcích, nikoli o metody matematického zkoumání jako je indukce, dedukce apod. Jejich stopy lze sice v rozvržení „Devíti kapitol“ a v obsahu metod nalézt, nelze je však s metodami-algoritmy ztotožňovat. Proto nejvěrnější překlad *suan shu* by byl asi „výpočetní techniky“.

Druhý nejvýznamnější název, pod nímž byla kniha známa, je „Klasická matematická kniha ‚Devět kapitol‘“ (*Jiu Zhang Suan Jing* 九章算經). Takto ji nazval Li Chunfeng, když k ní za dynastie Tang psal komentář pro císařskou univerzitu, pod tímto názvem byla vytištěna v roce 1084 císařskou knihovnou i v roce 1200 Bao Huanzhi'em, takto jsou citovány její části v dochovaném zbytku „Velké encyklopedie éry *Yongle*“. Tento název reflektoval její začlenění do souboru „Deseti klasických matematických knih“ (*Suan Jing Shi Shu*) vedle dalších knih, které si přivlastek „klasická“ většinou ponechaly dodnes. Je možná škoda, že se Dai Zhen vrátil k původnímu znění, protože by bylo snazší odlišit klasický text (*Jiu Zhang Suan Shu*) od souhrnu klasického textu a kanonických komentářů (*Jiu Zhang Suan Jing*).

Vraťme se nyní ke klíčové části názvu, „Devíti kapitolám“. Ačkoliv číslovka devět je na první pohled motivována tím, že kniha má skutečně devět částí, ve skutečnosti je velmi pravděpodobně strukturování do devíti umělé a založené na symbolice čísla „devět“, analogii s dávným „Devaterem počtů“, přisuzovaným vévodovi z Zhou, a ústřední roli násobilky (*jiu jiu* 九九 neboli „devět [krát] devět“) v početní praxi. Svědčí pro to mimo jiné, že kniha byla nadále označována jako *Jiu Zhang*, i když k ní přibyl desátý svazek s Liu Huiovými metodami „Dvojí rozdíl“. Navíc *zhang* v době vzniku knihy neznamenal (na rozdíl od stavu v dnešní čínštině) velký úsek textu (kapitolu), ale jen krátký ucelený článek, například jeden výrok Konfuciových „Hovorů“. Liu Hui i Li Chunfeng v textu vždy, když mají na mysli

kapitolu, používají slovo *pian* 篇. Proto se nabízí hypotéza, zda *Jiu Zhang* nepředstavuje nějaký jiný, mnohem kratší text, „Devět odstavců“ nebo „Devět postulátů“, na něž byly přidány početní metody, které předtím existovaly v neuspořádané směsici. K této otázce se znovu vrátíme v oddílu o genezi klasického textu, zde si jen uvědomme, že *jiu zhang* navzdory tradici překládání „devět kapitol“ (nine chapters, neuf chapitres), „devět oddílů“ (nine sections), „devět knih“ (děvjat' knjig, neun Bücher) nejspíše znamená něco jiného a správně by se mělo chápat jako přívlastek k „početním technikám“ *suan shu*, které existovaly samostatně před ním, ne jako těžiště názvu.

Jak byl název překládán do evropských jazyků? Nejstarší anglický překlad názvu knihy – „Arithmetic in Nine Sections“ – použil F. Cajori ve svém díle „A History of Mathematics“ z roku 1893. V roce 1913 vyšla anglicky psaná kniha japonského historika matematiky Jošio Mikamiho „The Development of Mathematics in China and Japan“, kde se používal stejný název (viz [Mikami 1912-3], str. 8), stejně jako v dílech amerického historika D. E. Smithe, který s Mikamim spolupracoval. Nejstarší úplný překlad do evropského jazyka ([Berezkina 1957]) používá název „Matematika v devjati knjigach“. Pod tímto názvem cituje knihu i ruský historik matematiky A. P. Juškevič, jehož kniha o středověké matematice byla přeložena do češtiny ([Juškevič 1977]). Díky tomu je „Devět kapitol“ mezi českými historiky matematiky nejznámější jako „Matematika v devíti knihách“. Joseph Needham a Wang Ling v roce 1959 psali o „Devíti kapitolách“ jako o „Nine Chapters on the Mathematical Art“ ([Needham, Wang Ling 1959]), což se – chce se říci bohužel – ujalo natolik, že dnes již asi není možné razit zcela jiné označení. Jak vidíme, tato verze sice odstranila dřívější omezení na aritmetiku, ale jednak se tu obrací název „vzhůru nohama“, když je z *jiu zhang* náhle centrum gramatické konstrukce, a jednak vyvolává estetické konotace, které se ke strohým metodám „Devíti kapitol“ hodí velmi málo. Jak bylo již řečeno výše, *jiu zhang* navíc pravděpodobně neznamená „devět kapitol“

Needhamův název byl díky autoritě jeho díla postupně přijat jako standard.

V roce 1968 sice ještě vydal Kurt Vogel v Mnichově německý překlad pod názvem „Neun Bücher arithmetischer Technik“. Ale anglické texty už se drží pevně Needhamova názvu, který se zalíbil i čínským historikům. Sem patří anglický překlad „Náčrtu dějin čínské matematiky“ ([Li Yan, Du Shiran 1963-4]) překladatelů J.N. Crossleyho a A. W.-C. Luna z roku 1987, článek singapurské historičky čínského původu Lam Lay Yong o „Devíti kapitolách“ včetně překladu klasického textu ([Lam Lay Yong 1994]) i první anglický překlad včetně Liu Huiova a Li Chunfengova komentáře z roku 1999 ([Shen Kangshen, et al. 1999] – překlad je ostatně také dílem J.N. Crossleyho a A. W.-C. Luna).

Nejnovější a nejúplnější evropské dílo o „Devíti kapitolách“ je francouzský překlad Karine Chemla, vytvořený ve spolupráci s předním čínským odborníkem na nejstarší čínskou matematiku Guo Shuchunem, který nese název prostě „Les Neuf Chapitres“. Karine Chemla v úvodu zmiňuje i celý název jako „Les Neuf Chapitres sur les procédures mathématiques“, v poznámce však připomíná, že doslovně přeloženo by to mělo být „Les procédures mathématiques en Neuf Chapitres“. Dodává, že se přidržuje první verze, aby svůj překlad „příliš nevzdálila od na Západě nejběžnějšího názvu“ a vyhnula se záměně s jinými čínskými díly s „devíti kapitolami“ v titulu. Navíc běžný název podle ní umožňuje lépe zkrácení do praktického označení „Devět kapitol“.⁶

Pro tuto práci, jejíž název je dost dlouhý sám o sobě, jsem zvolil při označování „Devíti kapitol“ variaci na ruský název E. I. Berezkiny, tj. „Matematika v devíti kapitolách.“ Víc by se mi ale líbil překlad typu „Výpočetní metody ‚Devíti článků‘“, který podle mého názoru nejvíce odpovídá způsobu, jakým text a jeho členění vznikly, jakož i jeho obsahu a rozsahu. Pokud se podaří dokončit překlad celého textu, volil bych pro něj nakonec asi název „Devět kapitol početních metod“, který jej ještě umožňuje identifikovat a zároveň uchovávat podstatné prvky originálního názvu. V této práci však budu o knize jako celku (tedy včetně jejích kanonických komentářů od Liu Hui a Li Chunfenga) hovořit zkráceně jako o „Devíti

⁶ [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. XIII.

kapitolách“ a o jejím vlastním textu jako o **klasickém textu**.

Charakteristika čínské matematiky a „Devíti kapitol“

V Číně jsou od dynastie Shang (17. – 11. st. př. n. l.) doloženy záznamy čísel v desítkové soustavě. Z doby Válčících států (479 – 221 př. n. l.) už je doložena i v nematematické literatuře existence profesionálních počtářů, kteří používali početní tyčinky⁷. Tyčinkové číslice (rod numerals) se mění přímo během výpočtu přidáváním a ubíráním tyčinek na určených místech početní desky. Proti psanému počítání je počítání s tyčinkami rychlejší a omezuje vznik chyb. Tyčinkové číslice rozlišovaly sudé a liché řády:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1, 100, ...						⊥	⊥	≡	≡
10, 1000, ...	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	≡	≡

Např.: 5226 ≡ || = ⊥.

Tento systém popisují až matematické knihy z 5. a 8. století⁸, ale není důvod pochybovat, že se uplatňoval už od počátků existence početní desky.

Při počítání na desce se číslice každého řádu vkládaly do samostatného políčka, takže nulové řády bylo snadné odlišit prázdným políčkem. Později byla v Číně používána i explicitní nula ve formě tečky⁹. Záporná čísla se značila různě, používáním tyčinek jiné barvy¹⁰ nebo tvaru nebo jen položením další tyčinky šikmo

⁷ Často se cituje například *Laozi*, 27: „Kdo výborně počítá, nepoužívá početní tyčinky“ *shan shu, bu yong chou ce* 善數, 部用籌策.

⁸ *Sunzi Suan Jing* (Klasická matematická kniha Mistra Suna): „Postup při počítání je tento: Nejprve určíme pozici, jednotky jsou podélně, desítky přečně, stovky svisle, tisícovky vodorovně. Tisíce se podobají desítkám, desetitisíce jsou podobné stovkám.“ *Xiahou Yang Suan Jing* (Klasická matematická kniha Xiahou Yanga): „Jednotky podél - desítky napříč, stovky svisle – tisíce vodorovně, tisíce se podobají desítkám, desetitisíce jsou podobné stovkám. Od plných šesti je pětka nahoře. Šestka není celkový počet, pětka není samotná tyčinka.“ Podle [Li Yan, Du Shiran 1963-4] (sv. 1), str. 12.

⁹ Přesná doba, kdy se v Číně nula objevuje, ani její původ (domácí? z Indie? z Indočíny?) nejsou jasné. Viz [Needham, Wang Ling 1959].

¹⁰ Je zajímavé, že barevnou symboliku používali Číňani přesně opačnou než je běžné dnes, červeně značili kladná čísla a černě záporná. Zachycuje to Liu Huiův komentář k „Metodě kladných a záporných čísel“ (8.IV). O značení záporných a kladných

přes číslo.

Počtářské umění tedy obnášelo také mechanickou zručnost v manipulaci s tyčinkami, která určovala rychlost práce. Počtářské techniky předepisovaly konvenční pozici jednotlivých vstupů a mezivýsledků výpočtu na desce a zaváděly pro ně také propracovanou terminologii.

Rozvoj čínské matematiky je spojen s rozvojem řemesel a silného centralizovaného státu, který potřeboval spravovat daně¹¹. Přestože jedna ze staročínských filozofických škol, mohisté, vytvořila náznak logicky ucelené geometrické teorie¹², celkově neměla matematika nic společného s filozofií.

Objev „Knihy výpočtů“ v hrobce nižšího úředníka v Zhangjiashanu v roce 1984 umožnilo udělat si o raných fázích staročínské matematiky přesnější obrázek. Obsahově i konkrétními formulacemi tento text na bambusových prouzcích předznamenává „Devět kapitol“, zároveň je ale naprosto nesourodý a je asi přehnané hovořit o něm jako o knize (proto Chr. Cullen používá název „Writings on Reckoning“). Více historiků čínské matematiky dnes soudí, že mezi úředníky kolovaly ve starověku jednotlivé metody a jejich sbírky na bambusových prouzcích, a uspořádáním těchto „textletů“ v císařských archivech později vznikly knihy jako *Du Zhong Suan Shu* a *Xu Shang Suan Shu*, díla hodnostářů Du Zhonga 杜忠 a Xu Shanga 許商, zmíněná v kronice *Han Shu*¹³, a později i „Devět kapitol“¹⁴.

Matematika, jak je zaznamenaná v *Suan Shu Shu*, „Devíti kapitolách“ i pozdějších spisech „Deseti klasických matematických knih“, vždy spočívá v řešení úloh, více či méně zobecněném do algoritmů výpočtu. Je těsně spjata s početní deskou a její terminologií a s praktickými potřebami státních úředníků (především organizace

čísel tvarem (čtyřboké a trojboké tyčinky) viz [Li Yan 1963], str. 76, [Li Yǎn, Dū Shí rǎn 1987], str. 50.

¹¹ Nejstarší často citovaný výpočet, zaznamenaný v předqínské nematematické literatuře, je kalkulace nákladů, výnosů a snesitelné daňové zátěže průměrně zemědělské domácnosti v legalistické klasice *Fa jing* 法經, připisované weiskému ministrovi Li Kuiovi 李悝. Viz [Li Yǎn, Dū Shí rǎn 1987], str. 11.

¹² Tohoto působení pozdních mohistů (ve 3. st. př. n. l.) si historikové čínského myšlení a vědy v posledních dvou stoletích začali velmi bedlivě všimát. Viz zejména [Graham 1989] a speciální, mně nedostupnou práci téhož autora *Later Mohist Logic*, dále také [Fung Yu-lan 1952-3], sv. 1, [Needham, Wang Ling 1959], [Harbsmeier 2001], [Cheng 2006] ad.

¹³ Viz [HS], kap. 30, rubrika „Kalendář“ *Li Pu* 歷譜 oddílu „Číslo a techniky“ *Shu Shu* 數術.

¹⁴ Viz [Cullen 2004]. Podobnou teorii vzniku textu prezentuje i Li Di v [Shen Kangshen 1998].

veřejných prací, vyměřování polí a různé finanční úlohy). Její další důležité užití bylo při výpočtu kalendáře, ale zde narážíme na zvláštní paradox: Žádná z „Deseti klasických matematických knih“ se tomuto tématu nevěnuje, výpočty, které byly soustředěny přímo do řady postupně zpřesňovaných kalendářů, byly modelovány na úlohách se zcela nenápadnou prozaickou motivací¹⁵.

Struktura a obsah „Devíti kapitol“

Následující tabulka shrnuje matematický obsah „Devíti kapitol“.

Pravouhlá pole	1. Velikost obdélníkového pole – <i>plocha jako součin, převod plošných jednotek</i>
<i>Fang tian</i>	
方田	2. Zlomkové operace – <i>krácení, sčítání, odčítání, porovnání a určení rozdílu, průměr ze zlomků, zjednodušování složených zlomků, násobení</i>
	3. Pravouhlé plochy – <i>obdélník se smíšenými velikostmi stran, trojúhelník, pravouhlý lichoběžník, obecný lichoběžník</i>
	4. Kruhové plochy – <i>kruh z obvodu a/nebo průměru, kruhová úseč, plocha kulového vrchlíku, prstenec</i>
Obilí a zrno	1. Převádění plodin – <i>tabulka převodních poměrů plodin, trojčlenka (metoda „Mějme“) a jejich přímé aplikace</i>
<i>Su mi</i>	
粟米	2. Vyjádření ceny – <i>na kus a na jednotku</i>
	3. Poměr lacinějšího a dražšího zboží – <i>při předpokladu jednotkového rozdílu v ceně</i>
Poměrné díly	1. Rozpočítávání celku podle daných poměrů – <i>dělení kořisti, odškodného, dělení v inverzních poměrech ad.</i>
<i>Cui fen</i>	
衰分	2. Výpočty cen, množství, úroků – <i>další aplikace trojčlenky</i>

¹⁵ Viz [Chemla 1998].

Menší šířka	1. Dělení součtem řetězových zlomků – hledání nejmenšího společného násobku postupným roznásobováním
Shao guang	
少廣	2. Výpočty odmocnin – druhá odmocnina, průměr kruhu dané plochy, třetí odmocnina, průměr koule daného objemu
Posuzování prací	1. Přepočet kypré zeminy na zhutněnou
Shang gong	2. Objem lichoběžníkového hranolu
商功	<p>3. Výpočet počtu pracovníků podle pracovní normy (<i>cheng</i> 程)</p> <p>4. Objemy základních těles – čtvercový hranol (<i>fang baodao</i> 方塚壙), válec („kruhový hranol“ <i>yuan baodao</i> 圓塚壙), čtvercový kolmý komolý jehlan (<i>fang ting</i> 方亭), kolmý komolý kužel (<i>yuan ting</i> 圓亭), kolmý čtvercový jehlan (<i>fang zhui</i> 方錐), kolmý kužel (<i>yuan zhui</i> 圓錐)</p> <p>5. Objemy odvozených těles – trojboký hranol (<i>qiandu</i> 塹堵), pravouhlý rohový čtyřstěn (<i>yangma</i> 陽馬), čtyřstěnný klín (<i>bienao</i> 鼈腭¹⁶), trojboký hranol se zkosenými podstavami (tvaru střechy se zkrácenými sedlem – <i>chumeng</i> 芻甍), pětistěn s obdélníkovou nebo lichoběžníkovou podstavou (<i>yanchu</i> 羨除), tělesa s rovnoběžnými podstavami (<i>chutong</i> 芻童, <i>quchi</i> 曲池, <i>panchi</i> 盤池, <i>minggu</i> 冥谷)</p> <p>6. Rychlosti nošení zeminy - přepočet rychlostní normy na chůzi do svahu, rozpočítání zeminy na nosiče v závislosti na vzdálenosti – vždy předchází výpočet hmoty tělesa</p> <p>7. Objemy hmoty kuželů a jejich částí navršených z plodin</p> <p>8. Výpočty některého rozměru z objemu a ostatních rozměrů</p>

¹⁶ Znak 腭 se standardně čte *ni* nebo *ruan*, ale zde je použit jako alternativa znaku 臑 *nao*. V Li Jiho komentáři (*Yin Yi*) se používá varianta 臑 a znak 腭, který byl použit v Bao Huanzhi'ově edici i v edicích Dai Zhenových, je označen za chybu (viz [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 833).

Vyrovnaná doprava Jun shu 均輸	1. Rozdělení daňové a pracovní povinnosti podle dvou různých okolností – „ <i>dvojitě poměrné díly</i> “ 2. Rovnoměrné dělení podle poměrů plodin 3. Dopravní výpočty – <i>náklady, počet obrátek, vzdálenost z počtu obrátek</i> 4. Výpočty postupného převádění hedvábí a obilí – <i>opakované použití trojčlenky</i> 5. Výpočty časů setkání – <i>z rychlosti vyjádřené relativně nebo absolutně</i> 6. Aritmetické posloupnosti – <i>ze součtu, počtu členů a rozdílu některých dvou vypočítat všechny ostatní</i> 7. Produktivita práce - <i>směsi dvou výrobků, střídání činností</i> 8. Harmonická posloupnost – <i>úročení pole s klesající úrokovou mírou, klesající mýtné</i> 9. Společný přínos – <i>společné plnění jezírka pěti potoky</i>
---	---

Přebytek a nedostatek Ying bu zu 盈不足	1. Metoda dvojího chybného odhadu (regula falsi) – <i>přebytek a nedostatek, dva přebytky, dva nedostatky, nedostatek a přesný odhad, přebytek a přesný odhad</i> 2. Výpočty směsných poměrů pomocí dvou odhadů 3. Geometrická posloupnost – <i>setkání dvou geometrických posloupností jako průměr dvou chybných odhadů</i> 4. Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých – <i>řešení odpovídá tzv. Kramerovu pravidlu</i> 5. Aritmetické posloupnosti – <i>setkání aritmetických posloupností ze dvou chybných odhadů (rychlý a pomalý kůň)</i> 6. Amortizace s pevnou úrokovou mírou
---	--

Měření vedle sebe	Řešení soustav (až 5) lineárních rovnic maticovými metodami. Sčítání a odčítání kladných a záporných čísel. Soustava 4 rovnic s 5 neznámými.
<i>Fang cheng</i> 方程	
Kratší a delší odvěsna	Aplikace Pythagorovy věty. Hledání čtverce vepsaného do kruhu. Výpočet délky šroubovice. Výpočet kvadratické rovnice s jedním kladným řešením.
<i>Gou gu</i> 句股	

Původ klasického textu „Devíti kapitol“

Jak a kdy „Devět kapitol“ vzniklo a kdo je jejich autorem či alespoň kompilátorem? Tato otázka je dodnes nejasná.

Nejstarší osoba, která podle historických pramenů četla „Devět kapitol“, je matematik a astronom Ma Xu 馬須, který žil kolem roku 100,¹⁷ syn významného hodnostáře Ma Yuana 馬援 a spoluautor kapitoly o hudbě a kalendáři (*Lü Li Zhi*) kroniky *Han Shu*. Před tímto datem není text přímo doložen z historických pramenů, například chybí přímo v *Han Shu*, kapitole *Yi Wen Zhi*, která obsahuje opis katalogu císařské knihovny z přelomu letopočtu. V roce 179 byl text již jmenován v císařském ediktu jako základ pro stanovení správných měř a vah¹⁸. Je pravděpodobné, že text „Devíti kapitol“ existoval již nějakou dobu před tím, než se dostal do širšího povědomí mimo císařskou knihovnu.

Ohledně vzniku textu je nejstarší teorie, prezentovaná jako podložená historie, obsažena v Liu Huiově předmluvě:

Vývoj z „Devatera počtů“ vede k „Devíti kapitolám“. V minulosti tyranská dynastie Qin páčila knihy a metody této klasické sbírky se poztrácely nebo poškodily. Za dynastie Han pán z Beipingu

¹⁷ Viz , kap. 24, životopis Ma Yuana. Ma Xu, syn Ma Yuana (17 – 98) a starší bratr Ma Ronga (79 – 166), zemřel po roce 141, kdy opustil císařské služby. Vynikal ve znalosti „Devíti kapitol“. Kronika Hou Han shu vznikla v 5. století v jihočínském státě dynastie Liu Song.

¹⁸ Viz výše str. 7.

Zhang Cang a nejvyšší správce zemědělství Geng Shouchang prosluli svým počtářským uměním. Protože starý text byl velmi porušený, doplnili a opravili ho. Proto když srovnáváme kapitoly dnešního textu, jsou místy odlišné od starého a výklad obsahuje mnoho moderních formulací.

Liu Hui tedy představuje „Devět kapitol“ jako text, který vznikl dlouhým vývojem před dynastií Qin, pak byl ztracen, znovu nalezen a masivně doplněn za dynastie Han. Jména, která v této souvislosti zmiňuje, jsou známa z kronik. Zhang Cang 張蒼 (kolem 230 – 125 př. n. l.) působil již na dvoře dynastie Qin, za císaře Wen Diho z dynastie Han byl prvním ministrem (*chengxiangem*, v letech 176 – 162 př. n. l.)¹⁹. Zhang Cang je zmiňován Liu Huiem patrně proto, že to byl nejznámější matematik z doby Západní Han, pověřený jeden čas statistickými výpočty (*ji xiang* 計象) a stanovením kalendáře, měř a vah. Zcela jistě měl k dispozici a mohl zasahovat do tehdy dochované matematické proto-literatury, tedy bambusových proužků v císařské knihovně, nám dostupné dobové prameny však „Devět kapitol“ nezmiňují ani v souvislosti s ním, ani s dále zmiňovaným Geng Shouchangem 耿壽昌 (činný 84 – 45 př.n.l., dosáhl hodnosti nejvyššího správce hospodářství *da si nong* a vynikal v matematice, astronomii i navrhování staveb²⁰). Liu Hui bohužel nepodává vůbec žádné svědectví o tom, jak se k textu dostal sám, jaké viděl komentáře apod., takže nám pro svá tvrzení o „Devíti kapitolách“, kladoucí jejich vznik a konečnou redakci do doby více než 300 let před vznikem jeho vlastního komentáře, neposkytuje žádnou důvěryhodnou oporu. Přesto se jeden z nejvýznamnějších historiků čínské matematiky, profesor Guo Shuchun, tohoto výkladu drží.

V dalším vývoji čínské matematiky se objevovaly spekulace, které kladly vznik textu ještě dále do minulosti. Tangský matematik Wang Xiaotong ve svém díle „Tabulky návaznosti starých matematických knih“ 上緝古算經表, songský matematik Bao Huanzhi a qingský matematik Qu Zengfa v předmluvách ke svým edicím „Devíti kapitol“ zastávali názor, že text je přímo dílem Vévody z Zhou Ji Dana, tedy že Liu Huiem zmiňovaných „Devět počtů“ nebylo předstupněm, ale přímo už

¹⁹ Viz [SJ], kap. 96, [HS], kap. 42.

²⁰ Viz [HS], kap. 24A (*Shi Huo Zhi shang*).

textem „Devíti kapitol“. V dnešní době takové pozice nikdo nehájí, stejně jako úvahy v dalších předmluvách songské a qingské proveniencie, které za autory označují dokonce Žlutého císaře a jeho ministra Li Shoua, o němž se říká, že „vytvořil čísla“ (od toho se Liu Hui i Bao Huanzhi distancují).

Moderní skeptický pohled zahájil významný qingský literát Dai Zhen (1724 – 1777), který v 70. letech 18. století připravil několik edic „Devíti kapitol“, původně pro encyklopedii *Si Ku Quan Shu* („Úplná knihovna ve čtyřech oddílech“) a později i pro civilní vydání. Dai Zhen odmítl Liu Huiovu verzi především na základě faktu, že v textu „Devíti kapitol“ jsou zmíněny hanské reálie, například hlavní město Chang’an, císařská obora Shanglin, systém přepravy obilních dávek *junshu* apod. I když v některých případech lze najít stejnojmenné ekvivalenty v dřívější době (například *Suan Shu Shu* obsahuje termín *junshu lü*), Dai Zhenovu tezi o hanském vzniku, lépe řečeno dokončení „Devíti kapitol“, přijímá většina autorit, včetně Qian Baocong, autora donedávna nejspolehlivější edice textu²¹.

Guo Shuchun se snaží většinu těchto argumentů vyvrátit. Například fakt, že Liu Xinův katalog *Qi Lüe*, podle nějž byla vytvořena kapitola *Yi Wen Zhi* kroniky *Han Shu*, nezachycoval „Devět kapitol“, je podle něj irelevantní, protože v něm není ani jiná matematická kniha, *Zhou Bi Suan Jing*, o jejímž vzniku nejpozději ve 2. století př. n. l. se nepochybuje. Liu Huiův názor je podle něj podepřen „nikoli protože je nejstarší, ale protože lze důvěřovat Liu Huiovu intelektu.“ Liu Huiova poznámka o „moderním jazyku některých částí“ prý dokládá, že zkoumal textovou historii knihy a věděl o ní. Navíc Guo Shuchun připomíná všem, kdo argumentují absencí dokumentů na podporu Liu Huiova výkladu, že v Liu Huiově době bylo jistě spousta dokumentů, které se nedochovaly ani do Dai Zhenovy, natož do pozdější doby.

Jinak ale existuje celá řada moderních vědců, kteří Liu Huiova slova za zcela hodnověrná nepovažují a navrhují jiné teorie vzniku textu. [Li Di 1982] vyjmenovává následující z nich:

²¹ Dai Zhenovy úvahy o době vzniku díla jsou obsaženy v „Resumé Matematiky v Devíti kapitolách“ (*Jiu Zhang Suan Shu Tiyao* 九章算經提要), Qian Baocongovy ve stejné nazvané předmluvě k jeho vydání v roce 1963. Obě jsou přetištěny v [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 870-1 resp. 886-890.

1. Vznik v oblasti bývalého státu Qi kolem poloviny dynastie Záp. Han.
2. V době císaře Xuan Di (79 – 49 př. n. l.).
3. V rané podobě ve stejné době jako *Zhou Bi Suan Jing*.
4. V době Wang Mangovy uzurpace zredigované Liu Xinem (Li Diův vlastní názor).
5. Počátkem dynastie Východní Han.
6. Kolem roku 100 n.l.
7. V celém průběhu obou dynastií Han.

Podle Li Diho (a podobně například podle cambridgeského historika čínské matematiky Christophera Cullena) je třeba vidět vznik „Devíti kapitol“ jako postupný proces sbírání „úředních proužků“, vesměs s řešením praktických úloh z administrativní praxe, jejichž ukázkou je text *Suan Shu Shu*. Proto některé části „Devíti kapitol“ odrážejí předhanské reálie (například 5 hodnotářů ve 3. kapitole) a část matematických termínů se objevuje v předhanských textech – *cui* (poměrný díl, odstupňované rozdělování), *yuanqun* 圓困 (kruhová sýpka, z toho „válec“), *lü* (poměr, součinitel).

Na druhou stranu některé části zejména 6.-9. kapitoly nemohly vzniknout před dynastií Han. Teprve za Hanů je doložen název Chang'an, daň z hlavy (*suanfu* 算服, za císaře Han Wudiho), nebo pronajímání polí (*jiatian*).

Jakou roli ve vzniku „Devíti kapitol“ hrálo *Suan Shu Shu* není zcela jasné. Li Di se původně domníval, že muž pohřbený v hrobce byl přímo Zhang Cang, to je však dnes vyloučeno, protože hrobka byla zapečetěna před rokem 186 př. n. l., zatímco Zhang Cang zemřel až v roce 152 př. n. l. Identita pohřbeného není známa, soudí se, že to byl nižší úředník²².

Nicméně *Suan Shu Shu* vykazuje řadu styčných bodů s „Devíti kapitolami“. Protože se jedná o bambusové proužky, které zjevně netvoří zcela konzistentní text, byl zřejmě vytvořen postupným sbíráním úloh a metod jejich řešení.

Li Di se domnívá, že na redakci matematických proužků se podíleli všichni

²² [Cullen 2004].

významnější dvorští hodnostáři, které známe a kteří se zabývali financemi, například Sang Hongyang (152 – 80 př. n. l.), který zavedl monopol na železo a sůl, nebo Geng Shouchang, kterého také zmiňuje Liu Hui a který zavedl vyrovnávací sýpky.

Rozhodující redakce ale podle Li Diho proběhla až po vzniku dvou matematických knih, jejichž názvy uvádí *Yi Wen Zhi*, ale které se nám nedochovaly (pravděpodobně s nimi nepřišel do styku ani Liu Hui, protože tato dvě jména nikde nezmiňuje). Jsou to *Du Zhong Suan Shu* a *Xu Shang Suan Shu*, díla hodnostářů Du Zhonga 杜忠 a Xu Shanga 許商²³. Xu Shang byl známý svými početními schopnostmi, prováděl jakousi „studii proveditelnosti“ rozsáhlých říčních prací, k níž byl přizván právě proto, že uměl dobře počítat²⁴. Zastával i vysoké centrální úřady, proto měl jistě také přístup do císařské knihovny a mohl se podílet na redakci a úpravách bambusových proužků. Jeho kniha měla 26 svitků, byla tedy výrazně mohutnější než „Devět kapitol“. O Du Zhongovi není nic známo. Obě knihy ale pravděpodobně byly napsány v době, kdy jejich autoři nebyli „úředními učenci“, jinak by nenesly jejich jméno. Li Di tvrdí, že „Devět kapitol“ nemohlo být vytvořeno přímo na základě těchto knih, jak poprvé tvrdili učenci v 19. století (Shen Qinhuí, Wang Xianqian), ale žádný pevný argument pro ani proti ve skutečnosti není. Místo toho považuje za hlavního a konečného redaktora a možná i autora názvu a řazení známého učence Liu Xina (zemřel r. 23), astronoma, který hrál významnou úlohu při ideologickém obhajování Wang Mangovy uzurpace.

Na podporu Liu Xina autorství Li Di uvádí jen nepřímé argumenty. Liu Xin zredigoval nebo nově napsal řadu knih z historických pramenů a některé vytvořil až poté, co dokončil dílo svého otce, katalog *Qi Lüe*. Zajímavým argumentem je, že Wang Mang měl zálibu v čísle devět. Celé spojení *jiu shu* a *jiu zhang*, oněch „devět článků“ včetně jejich názvů, mohlo tedy právě v této době být vytvořeno uměle, aby byla matematika zorganizována právě do devíti sekcí. O „Devíti počtech“ se totiž podrobněji zmiňuje až Zheng Xuan ve svém komentáři k tomuto názvu v knize *Zhou*

²³ Viz [HS], kap. 30, rubrika „Kalendář“ *Li Pu* 歷譜 oddílu „Číslo a techniky“ *Shu Shu* 數術.

²⁴ Viz [HS], kap. 29.

Li („Zhouké obřady“) a výslovně přitom uvádí jejich spojitost s „Devíti kapitolami“. Je tedy možné, že byl stejně jako Liu Hui stoupencem pozice, ztotožňující historicky vzniklý text „Devíti kapitol“ s prastarou institucí „Devatera počtů“, jejíž obsah ve skutečnosti nebyl jasný, bylo jen známo, že této nauce byli vyučováni zhouští princové.

Za klíčový argument na podporu Liu Xinova autorství považuje Li Di tato Liu Xinova slova: „Počítání/čísla jsou jedna, deset, sto, tisíc, deset tisíc. Těmi se počítají věci a sleduje vnitřní struktura jejich povahy a poslání. (...) Tyto standardy (*fa*) jsou v Početních metodách (*suanshu*), jsou vyhlášené do celé říše, malá učení se podle nich řídí.“ V této větě mohly „Početní metody“, které se vyhlašují pro učení praktických dovedností (*xiao xue* 小學), skutečně znamenat „Devět kapitol“²⁵.

Jiná celkem propracovaná teorie vzniku textu je Li Jiminova²⁶. Ačkoli podobně jako Guo Shuchun věří v existenci staršího textu (o kterém se navíc domnívá, že ho Liu Hui mohl nějak přímo srovnat se sobě dostupnou verzí, proto prý zmínka v předmluvě o srovnání Zhang Cangova a starého textu), poslední redakci klade do doby vlády císaře Xuan Di (85 – 45 př. n. l.), tedy do doby, kdy byl Geng Shouchang *da si nongem*, a kdy zároveň vznikly poslední z institucí (zejména daňový systém), které jsou v „Devíti kapitolách“ zmíněny. Li Jimin například upozorňuje, že Liu Xin již znal lepší aproximaci π , než je 3 používané v „Devíti kapitolách“, a že míry a váhy se za Wang Mangovy uzurpace změnily (byly přidány další podílné jednotky), což také není v textu reflektováno. Celkově však i jeho teorie zůstává bez klíčového argumentu.

Kanonické komentáře

Ať už vznik „Devíti kapitol“ proběhl jakkoli, klasický text se ustálil v dnešní podobě před rokem 263 n. l., kdy k němu napsal komentář Liu Hui ze státu Wei (jedna ze Tří říší)²⁷. To je první ze dvou „kanonických komentářů“, které byly za dynastie

²⁵Li Di teorii o Liu Xinově autorství prezentuje v [Shen Kangshen 1998].

²⁶[Li Jimin 1990], str. 18 – 20.

²⁷Toto datum (3. rok éry Jingyuan weiského krále Chenliu) je doloženo poprvé v „Kronice dynastie Jin“, která byla

Tang jako jediné ze starší tradice natrvalo přičleněny k „Devíti kapitolám“ a díky tomu se zachovaly do dnešní doby. Nazývám je „kanonické“ z toho důvodu, že byly od dynastie Song vnímány jako automatická součást textu. Byly proto do klasického textu vloženy po jednotlivých větách a odstavcích, jak to u tohoto druhu komentářů bylo v čínské písemné tradici zvykem²⁸.

O datu vzniku Liu Huiova komentáře se dozvídáme od druhého komentátora, Li Chunfenga, a to hned na několika místech kapitoly *Lü Li Zhi* („Zápis o hudbě a kalendáři“) „Kroniky dynastie Sui“ (*Sui Shu*). Je to v podstatě jediná informace, kterou o Liu Huiovi máme. Z kroniky dynastie Sui ještě víme, že kromě komentáře k „Matematice v devíti kapitolách“ napsal „Dvojí rozdíl“ (původně ho zařadil do „Matematiky v devíti kapitolách“ jako desátou kapitolu, dnes však existuje jako samostatný text *Hai Dao Suan Jing*, „Klasická matematická kniha mořského ostrova“) a „Obrázky k ‚Devíti kapitolám‘ a ‚Dvojímu rozdílu‘“, které však byly ztraceny během dynastie Tang. Dovozuje se, že Liu Hui byl asi státní úředník či spíše státní učenec, který měl přístup do knihovny a archivu (zmiňuje měření oficiálních etalonů dutých měř, které nemohl provést nikde jinde). Z toho, že v „Klasické matematické knize mořského ostrova“, která obsahuje úlohy na výpočet vzdáleností na základě pozorovaných stínů nebo velikostí předmětů na vzdálených místech, zmiňuje měření u moře, se zase usuzuje, že pocházel z východní Číny²⁹. Za dynastie Song (v roce 1108) mu bylo v rámci širšího vyznamenávání významných matematiků minulosti uděleno léno v Zixiang 淄鄉 a nejnižší šlechtický titul *nan*. Z toho se usuzuje, že byl prostého původu a pocházel z okolí města Zibo v dnešní provincii Shandong, i když identifikovat Zixiang s dnešním místním jménem se nepodařilo a lze s úspěchem

napsána za dynastie Tang (618 – 907). Na základě sporné části komentáře k metodě „Kruhového pole“ se Dai Zhen domníval, že Liu Hui žil a tvořil ještě i za dynastie Jin, ale tento názor je dnes poměrně pevně vyvrácen.

²⁸ V nejstarších dobách možná tyto komentáře existovaly kvazisamostatně, tj. jako vysvětlivky k citacím podobného druhu, jakého je dodnes samostatně (byť obvykle ve formě přílohy „Devíti kapitol“) vydávané *Jiu Zhang Suan Shu Yin Yi*, o němž se zmíním dále. Samostatnost Liu Huiova komentáře lze předpokládat z toho důvodu, že byl uváděn jako samostatná položka katalogu císařské knihovny a že obecná tendence spojení textu a komentáře ve staré Číně byla od samostatných komentářů ke komentářům vloženým, které se často v této podobě ustálily až v souvislosti s tiskem za dynastie Song. Viz [Li Jimin 1993], str. 15.

²⁹ Tomuto jsou více nakloněni věřit historici matematiky ze Shandongu (Guo Shuchun a jeho student Fu Hailun). Jiní historici, například shaanxiský Li Jimin, si ponechávají prostor pro pochyby.

pochybovat, že za dynastie Song bylo ještě o Liu Huiovi známo něco víc než dnes³⁰.

Li Chunfeng je naproti tomu již postava dobře známá. Pocházel z dnešního Fengxiangu v provincii Shaanxi, jeho otec byl úředník, který se kvůli kariérním problémům vzdal služby a věnoval se taoismu. Li Chunfeng se narodil v roce 602, již v roce 624 se dostal ke dvoru díky fundované kritice tehdejšího kalendáře *Wuyin li*. Dále si vydobyl zásluhy zpřesněním astronomických pozorovacích přístrojů a v roce 641 byl jmenován Stálým velkým učencem (*taichang boshi*). Poté se jako kancléř velkého historika (*tai shi cheng*) účastnil tvorby dynastických historií (*Jin Shu* a *Wudai Shi*). V roce 648 se stal velkým historikem (*tai shi ling*), nejvyšším úředníkem zodpovědným za astronomii a kalendář.

Jeho komentář k „Deseti klasickým matematickým knihám“ vznikl v první polovině 50. let poté, kdy byly tyto knihy vybrány jako učební materiál pro matematický obor císařské univerzity (*guoxue mingsuan ke*). Nepsal jej sám, ale jako vedoucí kolektivu, do kterého patřili také učenec matematiky (*suan xue bo shi*) císařské koleje (*guo zi jian*) Liang Shu 梁述 a profesor císařské univerzity (*tai xue zhu jiao*) Wang Zhenru 王真儒. Komentáře byly hotové před rokem 656, kdy byl Li Chunfengovi udělen titul *nan*. Vysoké úřady zastával až do své smrti v roce 670. Kromě jeho komentářů k „Deseti klasickým matematickým knihám“ se dochovala ještě další díla, která se však netýkají matematiky³¹.

Li Chunfeng a jeho spolupracovníci byli zřejmě dokonale vzděláni v matematické literatuře, která byla v jejich době dostupná (bibliografická kapitola kroniky *Sui Shu*, která zřejmě zachycuje stav, jaký oni zažili, obsahuje více než 10 knih jen o „Devíti kapitolách“). Odrazilo se to i v jejich komentáři, kde využívají poznatků z doby po Liu Huiovi, zejména citují nedochovaná díla otce a syna Zu Chongzhi'a (429 – 500) a Zu Genga (?). Mnoho dalších nedochovaných komentářů od

³⁰ K tomu viz [Li Di 1998], str. 55.

³¹ Patří k nim především kalendář *Linde li* (podle éry *Linde*, v jejímž druhém roce – 665 – byl zaveden), „Zápisy o literatuře a kulturních památkách“ (*Dian zhang wen wu zhi*), astrologická příručka *Yisi Zhan*, která však také obsahuje zajímavá přírodovědná (například meteorologická) pozorování (viz [Guan Zengjian 2003]), a další díla, která se však již nedochovala. Jeho životopis byl zařazen v rámci 129. kapitoly životopisů kroniky *Xin Tang shu* (viz též [Shen Kangshen 1999], str. 230-232, [ZDBKQS, 1980], heslo „Li Chunfeng“).

význačných autorů jako byli Zhen Luan 甄鸞 (6. st.) nebo Xu Yue 徐岳 však zřejmě také jejich práci ovlivnilo.

Zkoumání o „Devíti kapitolách“

„Devět kapitol“ bylo předmětem intenzivního zájmu matematiků v Číně pravděpodobně již od svého vzniku. Počínaje Ma Xuem je skoro každá historická postava, která se zabývala počítáním, v kronikách zmiňována jako znalec „Devíti kapitol“³². Prvním dílem o „Devíti kapitolách“, které se nám dochovalo, je Liu Huiův komentář. Liu Hui v předmluvě sice píše, že si dovolil „vybrat, co se dověděl“ (viz str. 126), což dokládá existenci nějaké matematické literatury před ním, ale jakou měla souvislost s „Devíti kapitolami“, o tom se můžeme jen dohadovat. Přitom jediná pasáž Liu Huiova komentáře, která spolehlivě pochází z jiného díla, je popis Zhang Hengova odvozování poměru čtverce a kruhu a krychle a koule (za metodou 4.XVI), kde však přímý vztah s „Devíti kapitolami“ není zjevný, naopak je z Zhang Hengovy volby vlastního geometrického názvosloví možné usoudit, že o „Devíti kapitolách“ jeho kniha nebyla. Existenci staršího komentáře nedokládají ani bibliografické kapitoly oficiálních kronik, ovšem o některých dílech, která jsou v nich zmíněna, není vůbec známo, kdy a kým byla napsána.

³² Z našeho pohledu to byli matematici a astronomové, ale je třeba mít na paměti, že v klasické čínské společnosti neexistovaly tyto kategorie. Až do dynastie Qing spadala matematika a většina přírodních zkoumání do oblastí *shu shu* 數術, velice zhruba řečeno „číselného věštění“. Lidé, kteří se těmito praktikami zabývali (například *Xin Tang shu* je zařazuje do kategorie *fang ji* 方技, cosi jako „znalci speciálních metod a dovedností“), měli obvykle velmi široké zájmy a rozhodně se nesoustředili jen na jeden obor. Do *shu shu* patřily především různé druhy věštb (podle „Knihy proměn“, magických čtverců, z ruky, rysů obličejů, astrologické věštby), které byly založeny na představě o absolutní korelovanosti částí nebe, země (Číny), lidského těla, látek apod. Zkoumání těchto korelací přivedlo na svět řadu objevů tradiční čínské vědy a představovalo určitý program poznávání světa za účelem jeho predikce a pochopení. V takovémto jednotném rámci, kde neexistovaly moderní hranice mezi „vědou“ a „pověrami“, působili staročínští znalci počtů a jiných dovedností po celou střední a vrcholnou dobu čínské civilizace, tedy zhruba od 3. do 14. století, nejvýrazněji za dynastií Tang až Song. Typickými představiteli jsou třeba právě Li Chunfeng nebo songský polyhistor Shen Gua (1031-1095), jehož „Eseje od potoka snů“ (*Meng Xi Bi Tan*) se zabývají celou řadou různých oborů, ale počítání v nich není samostatné: objevuje se v souvislosti s hudbou i s astronomií, ale nejvíce v kapitole *Ji Yi*, „dovednosti a zábavy“, vedle šachů, architektury, lukostřelby apod. Naše vnímání staročínského vztahu matematiky, astronomie, věd obecně a věštění, a intelektuálního prostředí, ve kterém tradiční čínští „vědci“ působili, zásadním způsobem změnilo studie Nathana Sivina (viz [Sivin 1982]).

Biografie staročínských matematiků, lépe řečeno soupis toho mála, co je o nich obvykle možné najít, obsahuje [Li Yan 1963].

Nejstarší spolehlivý pramen, kapitola *Jing Ji Zhi* v „Kronice dynastie Sui“, obsahuje „Předmluvu k metodám a významu Devíti kapitol“ (*Jiu Zhang Shu Yi Xu*), Liu Huiovu verzi „Početních metod v devíti kapitolách“ (desetidílnou – tedy včetně „Dvojího rozdílu“), Zhen Luanův a Xu Yueho komentář k „Devíti kapitolám“ (dvoudílný) a další menší práce těchto tří autorů. Po nich jsou zmíněny novější komentáře Zu Chongzhi’a, Li Zunyiho 李遵義, Yang Shua 楊淑, Liu Youa 劉祐 a dalších, které se vůbec nedochovaly a často ani nevíme nic o jejich autorech. Z tohoto soupisu ale jednoznačně vyplývá, že napsat komentář k „Devíti kapitolám“ byla v Číně až do dynastie Tang převažující metoda psaní o matematice. Pak ale zájem náhle ustal a jediné další dílo, inspirované „Devíti kapitolami“, o němž víme, je až Li Jiovo 李籍 „Výslovnost a význam ‚Matematiky v Devíti kapitolách‘“ *Jiu Zhang Suan Shu Yin Yi* 九章算術音義³³. Na rozdíl od komentářů Liu Hui i Li Chunfenga Li Ji napsal pouze lingvistické glosy k jednotlivým slovíčkům, jménům (z klasického textu i Liu Huiova komentáře) apod., maximálně jejich matematický význam vysvětluje pomocí citací z komentářů, případně pasáží klasických knih a kronik (necituje žádný materiál, který bychom neměli k dispozici). Žánr „výslovnosti a významu“ použil i pro další z „Desatera klasických matematických knih“. Bohužel nejsme schopni přesně říci, zda Li Ji žil v 9., 10., 11. nebo dokonce až 12. st. Tradičně se sice soudí, že to bylo spíše ke konci dynastie Tang, ale jediné jednoznačné prameny jsou až označení „Napsal tangský Li Ji“ v „Úplné knihovně ve čtyřech oddílech“.

Za dynastie Song nastal nový zájem o „Devět kapitol“, daný obnovenou podporou dvora pro matematiku a především opětovným rozšířením textu mezi širší veřejnost díky vytištění v roce 1084. Na rozdíl od starších komentářů nové knihy o „Devíti kapitolách“ šly spíše cestou vlastní tvorby inspirované klasikou, jako například ztracená Jia Xianova 賈憲 (11. st.) „Podrobná řešení Klasické matematické knihy Devíti kapitol Žlutého císaře“ (*Huang Di Jiu Zhang Suan Jing Xi Cao* 皇帝九章算經細草) nebo její další přepsání a rozvinutí Yang Huiem 楊輝 („Detailní rozbor

³³ Celé přetištěno v prvním i druhém ([Guo Shuchun 2004]) vydání „Souhrnné edice“ i v [Li Jimin 1993].

Matematických metod Devíti kapitol“ *Xiang Jie Jiu Zhang Suan Fa* 詳解九章算法, 1261). Oba přispěli zejména k přepracování výpočtu kubické odmocniny tak, že byl rozšiřitelný na libovolnou vyšší odmocninu. Yang Hui také vypracoval alternativní klasifikaci metod (a úloh) „Devíti kapitol“ podle obecnějších kritérií (přitom našel příbuzné metody napříč kapitolami), která se však neujala.

„Devíti kapitolami“ byla inspirována (jak co do obsahu, tak i formy) ještě i další čínská matematická díla, nejvýrazněji „Devět kapitol matematických spisů“ *Shu Shu Jiu Zhang* 數書九章 jihosongského matematika Qin Jiushao (knihu napsal v roce 1247), nejedná se ale už o přímý komentář k „Devíti kapitolám“. Komentování „Devíti kapitol“ v předmoderní době v zásadě končí Yang Huiem.³⁴

Ačkoli „Devět kapitol“ zůstalo pojmem, který pro čínské matematiky symbolizoval jejich tradici, text se během dynastie Ming stal nesrozumitelným a nedostupným a v 16. a 17. století o něm vlastně nikdo nic pořádného nevěděl³⁵. Novou kapitolu zkoumání této klasiky zahájil teprve v éře Qianlong Dai Zhen tím, že jej vypsál z rozptýlených hesel „Velké encyklopedie éry Yongle“, přidal k němu Liu Huiovu předmluvu a sestavil do celistvého textu. I když se přitom dopustil řady chyb v opisování, ale i neporozumění textu a svévolných zásahů, umožnil pokračovat ve studiu dalším matematikům. Z nich nejvýznamnější byli Li Huang 李潢 (zemř. 1812), Wang Lai 汪萊 (1768 – 1813) a Li Rui 李銳 (1773 – 1817). Vysvětlili řadu nejasných míst zejména v Liu Huiově komentáři, který se nyní stal mnohem těžším oříškem než klasický text sám.

Další vlna zájmu o „Devět kapitol“ začala ve 20. století. Zakladatelé čínské historie matematiky Qian Baocong 錢寶琮 (1892 – 1974) a Li Yan 李儼 (1892 – 1963) a japonský historik čínské a japonské matematiky Jošio Mikami 三上義夫 všichni věnovali textu a komentářům značnou pozornost, Qian Baocong připravil nové kritické vydání. Po 2. sv. válce se textu začali intenzivně věnovat historikové matematiky v Číně (Bai Shangshu, Guo Shuchun, Li Jimin, Shen Kangshen) i ve světě

³⁴ O Yang Huiovi a Qin Jiushaoovi stručně viz [Li Yǎn, Dù Shí rán 1987], str. 110 – 135, podrobně a v čínštině [Shen Kangshen 2000].

³⁵ Viz [Shen Kangshen 1998], str. 35-40.

(E. I. Berezkina, F. Vogel, J. Needham a Wang Ling, Lam Lay Yong, Karine Chemla). Zkoumání se postupně přesouvá od elementárních historických otázek a základního porozumění textu k řešení složitějších textových problémů ([Li Jimin 1990], [Li Jimin 1993]), zasazení „Devíti kapitol“ do historické perspektivy světové i čínské matematiky ([Shen Kangshen, et al. 1999]) až k ambicióznímu pokusu o čtení a pochopení „Devíti kapitol“ v kontextu čínské matematické i nematematické literatury ([Chemla, Guo Shuchun 2004]).

Textová historie „Devíti kapitol“

Klasický text s Liu Huiovým a Li Chunfengovým komentářem byl uložen v tangské císařské knihovně. Existovaly však zřejmě jeho opisy, protože Li Ji se v komentáři (*Yinyi*) zmiňuje o různých verzích některých pasáží. V roce 1084 císařská knihovna dynastie Song (*mishu sheng*) vydala první tištěnou verzi všech „Deseti klasických matematických knih“, která zřejmě vycházela z verze, kterou Li Ji zmiňuje jako alternativní (a chybnou)³⁶. Tato nejstarší tištěná edice – vůbec nejstarší tištěné matematické dílo na světě – se však nedochovala příliš dlouho. Již za dynastie jižních Songů si v roce 1200 matematik Bao Huanzhi stěžuje v předmluvě ke své edici, že je velmi těžké najít dobrý výtisk. Tato předmluva, která se dochovala jen v ještě pozdějším Yang Huiově díle *Xiang Jie Jiu Zhang Suan Fa*, dále tvrdí, že vydání je založeno na knize ze sbírky dvorního matematika Yang Zhongfua, „starém kaifengském výtisku, který dnes císařská knihovna také stanovila jako základ pro úřední opisy“³⁷. To podle mého názoru nedokládá zcela spolehlivě, že Bao Huanzhi přetiskl císařské vydání, mohlo jít i o jinou blízkou kaifengskou edici. Všeobecně se však přijímá, že Bao Huanzhi'ovo vydání je přetisk edice z roku 1084. Bao Huanzhi'ova edice se částečně dochovala (prvních pět kapitol) a nyní je uložena v Šanghajské knihovně. Těchto pět kapitol bylo v roce 1684 opsáno do tzv. „Rukopisu

³⁶ Toto je Guo Shuchunova teorie, která vychází z toho, že Li Ji žil za dynastie Tang. Jiné názory (viz [Shen Kangshen 1998]) však mají za to, že Li Ji naopak žil až po vydání „Devíti kapitol“ tiskem a zpochybňují tak Guo Shuchunovu konstrukci.

³⁷ Viz Bao Huanzhi'ovu předmluvu v [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 859-60.

z Pavilónu soutoku dávných časů" (*Ji Gu Ge* 濟古閣, dále „verze *Jigu*“), který byl v roce 1932 přetištěn pekingským palácovým muzeem. Dochovaná část původního Bao Huanzhi'ova vydání byla přetištěna v roce 1980 nakladatelstvím Wenwu Chubanshe.

Kromě tohoto vydání vzniklo za dynastie jižní Song ještě Yang Huiovo dílo, keré opsalo i Jia Xianovu *Huang Di Jiu Zhang Suan Jing Xi Cao* („Podrobné řešení ‚Matematické knihy Žlutého císaře v devíti kapitolách““) a přidalo k němu „detailní rozbor“ (*xiangjie*). Toto dílo se spletitými cestičkami dochovalo asi z poloviny (Liu Huiova, Rong Qiho a Bao Huanzhi'ova předmluva a pět posledních kapitol, z toho 5. jen z části) ve formě tzv. Shiyanzhaiova rukopisu do dynastie Qing, kdy bylo v roce 1843 vydáno matematikem Song Jingchangem 宋景昌 s rozsáhlými edičními poznámkami, emendujícími text s využitím jiných vydání „Devíti kapitol“. Yang Huiova verze „Devíti kapitol“ se podobá tzv. druhé variantní verzi, jak ji zmiňuje Li Ji.

Na začátku dynastie Ming v roce 1408 byla vytvořena „Velká encyklopedie éry *Yongle*“ (*Yongle Da Dian* 永樂大典), která pod heslem *suan* ocitovala i celých „Devět kapitol“. „Velká encyklopedie“ byla v 19. století zčásti zničena a zčásti rozkradena, takže v současnosti je známa jen její část. Z „Devíti kapitol“ se dochovala pouze část 3. a celá 4. kapitola v knihovně univerzity v Cambridge. Tento text byl přetištěn v roce 1960 v nakladatelství Zhonghua Shuju. Text Velké encyklopedie se shoduje s verzí textu, kterou používal Li Ji.

V roce 1773 zahájil císař éry Qianlong (Qing Gaozong) práce na „Úplné knihovně ve čtyřech oddílech“ *Si Ku Quan Shu*. Devět kapitol bylo do této kompilace zahrnuto, ale např. Yang Huiovo dílo již ne. Ediční práce na „Devíti kapitolách“ řídil Dai Zhen, který tak má významnou zásluhu na obnovení textu, v té době zcela nedostupného. Dai Zhen vyšel z „Velké encyklopedie“ a sestavil text, který tam byl opsán na různých místech podle kategorie, do které náležel, opět do jedné knihy. Dopustil se však přitom mnoha chyb, podle Guo Shuchunova výzkumu několika stovek, takže jeho opis (který se nedochoval, ale je možné ho zpětně zrekonstruovat z Dai Zhenem redigovaných edic a jeho edičních poznámek) je podle Guo Shuchunova

názoru nejméně spolehlivou ze tří nejstarších verzí textu (druhé dvě – obě neúplné – jsou songská edice a Yang Huiova verze). *Si Ku Quan Shu* existovala v sedmi opisech, z nichž se dochovaly čtyři, a dále ve verzi tištěné pohyblivými typy, takzvaném vydání *Juzhen*. Srovnáním těchto dvou mírně odlišných verzí je možné rekonstruovat původní Dai Zhenův opis.

Dai Zhen se krátce po vydání „Úplné encyklopedie“ seznámil s rukopisem *Jigu* a na jeho základě text dále zkoumal a emendoval. Smíchal tak přitom dvě různé textové linie. Navíc kromě emendací, které učinil už dřív, začal rozsáhle zasahovat do jazyka a stylu zejména obou kanonických komentářů, takže text zásadním způsobem vzdálil od jeho starších podob v domnění, že opravuje chyby. Tuto novou verzi textu poskytl k vydání svému příteli Qu Zengfaovi 屈曾發 (vyšlo 1776) a zeťovi Kong Jihanovi 孔繼涵 (vyšlo po roce 1777, originální vročení je úmyslně antedatováno). Kong Jihanova edice se stala základem pro řadu dalších vydání v 19. i 20. století.

Během 19. a 1. pol. 20. století vycházely další edice, které jednak uváděly do textu nové odchylky, jednak různě mísily vlivy jednotlivých starších edic, takže otázka pravého textu „Devíti kapitol“ byla nakonec velice nepřehledná. Poměrně autoritativní Qian Baocongova edice z roku 1963 tuto situaci zásadním způsobem nezměnila, i když má velkou zásluhu na odlišení textu mingské „Velké encyklopedie“, reprodukováno v *Si Ku*, a jihosongské Bao Huanzhi'ovy edice, která se přes verzi *Jigu* dostala do Qu Zengfaova a Kong Jihanova vydání. Qian Baocong také odhalil mnoho Dai Zhenových chyb a jako první otevřeně zpochybnil kvalitu jeho editorské práce. Teprve Guo Shuchun připravil v roce 1990 skutečně systematickou kolační edici, která vychází z nejstarších zdrojů (Bao Huanzhi'ovy edice a Yang Huiova díla) a uvádí všechny odchylky všech významných vydání. Během 90. let pak připravil ještě další tři verze textu, každou založenou na jiné kombinaci základních edic, a také text pro čínsko-francouzské vydání z roku 2004. Kromě Guo Shuchuna, jehož práce se zaměřila hlavně na pozorné srovnávání jednotlivých textových verzí, vydal kritické vydání ještě Li Jimin ([Li Jimin 1993]). Tato kniha je velmi inspirativní pro pochopení řady obtížně srozumitelných pasáží, ale není podložena takovou prací se zdrojovými

edicemi jako Guo Shuchunovo dílo.

Moje práce je textově založena na druhém vydání Guo Shuchunovy „Souhrnné edice“ ([Guo Shuchun 2004a]). Je třeba říci, že rozdíly mezi zněním starých edic mají většinou malý vliv na význam a překlad pasáže, mnohem větší problém je nesrozumitelnost některých částí textu (zejména komentářů), která se upravuje v různých moderních vydáních různými emendacemi. V tomto se opírám jak o Guo Shuchunovu edici, tak o podněty z [Li Jimin 1993] a [Chemla, Guo Shuchun 2004]. Tvorbu jazykového rozboru mi velmi ulehčila digitální verze textu ([BDJZSS]). Tato edice je založena na Qian Baocongově vydání a obsahuje Liu Huiův i Li Chunfengův komentář.

Vztah klasiky a komentářů v kontextu čínské komentátorské tradice

[Henderson 1991] shrnuje na bohatém materiálu čínském i nečínském základní vlastnosti kanonických knih a společné rysy komentátorů v přístupu k nim. Pro pojem klasiky nebo kánonu jsou v jeho pojetí charakteristické:

- a) vznik z různorodého materiálu, jehož ustálení a kanonizace je věcí „stříbrného“ postklasického období a obvykle cíleného zásahu,
- b) inspirace komentářové literatury, která byla vnímána jako nejprestižnější a nejlegitimnější způsob prezentace vlastního vědění
- c) všeobsáhlost, uspořádanost, vnitřní konzistence (v očích těch, kdo přijímají klasický status díla)
- d) očekávání mravnosti a duchovní hloubky
- e) dohady, zda je smysl jasný nebo úmyslně skrytý

Zároveň upozorňuje (str. 50), že termín *jing* (klasická kniha) byl v Číně chápán značně široce a zejména partikulární klasiky (a z nich nejvíce odborné) neměly zdaleka takové postavení a váhu jako centrálních 6 klasických knih nebo 4 knihy neokonfuciánství. Přesto lze „Devět kapitol“ a jejich komentáře prozkoumat z obecných hledisek, která

Henderson rozvinul při zkoumání „Letopisů Jar a Podzimů“, „Knihy proměn“ a dalších čínských i nečínských klasik³⁸.

Rychlost, s jakou byly čínské matematické spisy zařazeny mezi klasiky, je udivující. Ačkoli ustálení kánonu „Deseti klasických matematických knih“ je až událost z doby dynastie Tang, kterou inspirovalo zřejmě hlavně zahájení institucionalizované matematické výuky, termín *jing* byl používán v souvislosti s nimi velmi záhy. Již Liu Hui ve své předmluvě k „Devíti kapitolám“ hovoří o „textu klasiky“, i když jeho komentář byl (alespoň v nejstarších nám dostupných zdrojích³⁹) nazván „Komentář k ‚Početním metodám v Devíti kapitolách‘“, tedy nikoli „Klasické knize ...“. Zdrojem této úcty k „Devíti kapitolám“ bylo pro Liu Hui nepochybně přesvědčení, že vycházejí z tvorby mudrce dávnověku, Vévody z Zhou, ale v jeho předmluvě můžeme nalézt i další typické komentátorské předpoklady ohledně komentovaného díla, které ho zařazují mezi klasiky: přesvědčení o všeobsáhlosti – alespoň v oblasti matematiky – „Devíti kapitol“ potvrzuje věta Přestože se tomu říkalo „Devatero počtů“, bylo tím možné vyčerpávajícím [způsobem popsat] spleť i nepatrné a prozkoumat bezmezná. V mnoha narážkách také Liu Hui poukazuje na skrytou hloubku početních metod (kromě citované pasáže připomeňme jeho úvodní asociaci nejceněnější klasické „Knihy proměn“ se vznikem matematiky), i když se nijak nesnažil dokázat, že „Devět kapitol“ se nezabývá věcmi přízemními⁴⁰. Ani není jeho komentář (ani komentář Li Chunfengův) veden snahou ukázat skrytý význam ve variacích matematického jazyka. Tyto variace, kterých si podrobně všímáme v jazykovém rozboru, jsou přitom i přes viditelné snahy o standardizaci relativně četné

³⁸ To již provedla Karine Chemla ([Chemla 2001]). Přestože text, podle nějž o tom vím, je označen „Do not quote“, považuji za nutné na tento zdroj nového úhlu pohledu (což je u textů Karine Chemla pravidelná vlastnost) poukázat.

³⁹ V „Dějinnách dynastie Sui“ (*Sui Shu*), kapitola *Jing Ji Zhi*. Viz [Guo Shuchun 2004], sv. 2., str. 552.

⁴⁰ Tato snaha se poněkud ironicky objevila v dnešní době, kdy se někteří čínští i západní historici čínské matematiky snaží obhájit hluboký a promyšlený systém v „Devíti kapitolách“, v němž má každá úloha a metoda své místo a teoretický význam, nebo alespoň dokázat, že takový hluboký text představovaly pro své zasvěcené čtenáře, jako byl Liu Hui. Pokusy ukázat, že „Devět kapitol“ jsou mnohem víc než sbírka řešených úloh, že jejich zdánlivě praktické úlohy a metody jsou ve skutečnosti jen na praktických předmětech formulované abstraktní postupy, že jejich méně systematické a náročné části snad pocházejí dokonce z jiného díla, nebo že „Devět kapitol“ jaksi obsahuje moderní matematickou metodologii, např. automatizaci, trvají dodnes – viz např. [Guo Shuchun 2001], [Chemla 1998], [Fu Hailun 2003], ale i [Cullen 2002], i když na druhou stranu praktičnost čínské matematiky ve srovnání s řeckou geometrií je také používána jako čínský argument pro kvalitu jejich matematické tradice.

a při výkladu jiných klasických knih (například „Letopisů Jar a Podzimů“) byly komentáry rozebírány do nejmenších podrobností. Naopak při čtení „Devíti kapitol“ moderní čtenář nejspíše dospěje k názoru, že tyto variace skutečně odrážejí nějaké reálné rozdíly nebo alespoň zjevné pedagogické či systematizační záměry, ale v komentářích marně hledá oporu pro takové přesvědčení. Snad to bylo i tím, že komentátoři předpokládali, že je budou číst jiní matematici, kteří jsou s terminologií obeznámeni stejně dobře jako oni sami.

Liu Hui vyjadřuje přesvědčení, že našel skrytý jednotící vzorec a smysl, které klasická kniha obsahuje a podle nichž je uspořádána: Sledoval jsem členění *yin a yang*, zobecňoval kořeny početních metod a pak jsem ve volné chvíli, zkoumající, co nebylo naplno vyřčeno, náhle pochopil jejich smysl (předmluva) a dále Toto je univerzální metoda. Ve všech částech „Devatera počtů“, které jsou použity pro názvy kapitol, ji lze široce uplatnit na [přepočítávání] poměrů.⁴¹ Zůstává ale nezodpovězenou otázkou, jestli Liu Hui viděl toto uspořádání jen v matematice nebo i v „Devíti kapitolách“. Většina badatelů se domnívá, že skutečně takto chápal „Devět kapitol“ a že je tak chápal celkem oprávněně,⁴² protože zosobňují obecnou metodu matematického zkoumání, jak byla ve staré Číně uplatňována, tj. analýzu úloh do elementárních podúloh a syntézu řešení z elementárních metod. O Liu Huiově přesvědčení, že tato metoda je univerzální, svědčí závěr jeho předmluvy: Když se dokonale seznámíme s jednou třídou věcí po druhé, pak ani mezi temnými, nejasnými, matoucími a zákeřnými problémy nebude takových, do nichž nepronikneme.

Klasické knihy byly na přelomu klasického a postklasického období čínských dějin z velké části zničeny a ztraceny. Není jasné, jaký vliv na to mělo qínské „pálení knih“, které Liu Hui zmiňuje v předmluvě, tato událost byla v čínských úvahách často používána spíše jako jednoduché shrnutí všech škod, které literatura utrpěla během sjednocování Číny a těsně po něm. Podstatné je, že za dynastie Han musely být klasické knihy zrekonstruovány. Tato rekonstrukce byla permanentním zdrojem

⁴¹ Komentář k metodě (2.II) „Mějme“. Ohledně úvah nad správným překladem této věty viz str. 160, pozn. 2.

⁴² Viz výše poznámku 40

nejistoty ohledně pravého obsahu klasiky a odlišení pozdějších nánosů bylo jednou z nejsilnějších motivací komentátorských aktivit. Koneckonců i Konfucius byl chápán jako redaktor, komentátor a ochránce předchozí písemné tradice, který z ní odstranil nepatřičné a cizorodé prvky a uspořádal ji v souladu s jejím pravým smyslem⁴³ a tak i pozdější komentátoři se mohli cítit povoláni k takovému zacházení s klasickým materiálem (Liu Hui jej každopádně přisuzuje Zhang Cangovi a Geng Shouchangovi).

Liu Hui se příliš nezabývá ostatními charakteristikami, které se komentátoři obvykle snaží dokázat v knihách, které komentují, aby dokázali jejich klasičnost. Vnitřní konzistence není u „Devíti kapitol“ velký problém, jen v několika málo případech je vidět rozpor mezi výsledkem a metodou (například úloha (1.37) a metoda (1.XVII)). Liu Hui v tomto případě na rozpor upozornil, aniž by se ho snažil nějak obhájit nebo vysvětlit⁴⁴. Patrně neměl ke klasickému textu zcela nábožnou úctu, jak vyplývá z jeho nemilosrdných poznámek „tato metoda neplatí“ nebo „tato myšlenka je nesprávná“. Nikde netvrdí, že nedostatky klasického textu jsou věcí pozdějšího předávání. Pravděpodobně nebyl zcela přesvědčen, že původní text obsahoval všechno, co lze v matematice vyzkoumat⁴⁵.

Mravní čistota u matematické knihy zdánlivě nemůže hrát roli, ale kupodivu i zde někdy přichází argumentování morálkou ke slovu⁴⁶. Ze širšího pohledu pak můžeme jako morální argument pochopit Liu Huiovo postesknutí v „Předmluvě“, že ačkoli „Devatero počtů“ bylo za dynastie Zhou (kterou Konfucius chápal jako vrchol spořádané vlády) vyučováno urozené mládeži, pozdější generace se matematickému umění nevěnovaly. Obhájuje zde tedy matematiku (tak jak ji prezentovalo „Devatero počtů“ a potažmo „Devět kapitol“) jako dovednost a vědění, jemuž se je mravně

⁴³ Viz [Henderson 1991], str. 27-8.

⁴⁴ Naopak Li Chunfeng komentující chybu v Liu Huiově komentáři ji přisuzuje nesprávnému opisu. Viz komentář k metodě (2.II)

⁴⁵ I když je možné spekulovat, jak to činí [Chemla 2001], že tuto nekompletnost přisuzoval nedostatečně kvalitní práci Zhang Canga a Geng Shouchanga, nejsem o tom příliš přesvědčen z důvodů, které uvádím níže.

⁴⁶ Asi nejznámější je příklad „Klasické matematické knihy Mistra Suna“, v níž se vyskytuje úloha o věštění pohlaví dítěte, které se má narodit. Takový pověřčivý obsah se do klasiky nehodil zejména podle pozdně qingských matematiků, například Ruan Yuan, autor „Biografií měřičů a počtářů“, který se jinak domníval, že kniha pochází od slavného stratéga z 3. st. př. n. l. Sun Wua, soudil, že takovou frivolní věc by Mist Sun jistě do své knihy nezačlenil a musí se jednat o pozdější dodatek (viz [Li Yan 1936], str. 92.)

věnovat. Kromě této obecné úvahy však necítí potřebu hovořit o praktickém či politickém významu žádné konkrétní úlohy nebo metody, kterým by dokázal její důležitost pro mravného člověka (jehož povinností je především získat si poznání, které mu umožní se v každé situaci správně rozhodnout⁴⁷).

Otázka jasnosti či nejasnosti nevystupuje v souvislosti s „Devíti kapitolami“ vůbec jako téma. Lépe řečeno řada míst si podle Liu Huiova názoru zaslouhuje vysvětlení či upřesnění, ale nikde není patrná pochybnost ohledně skutečného významu (ani spor mezi Liu Huiem a Li Chunfengem, který by se týkal výkladu klasiky). Liu Hui ale upozorňuje (a zjevně schvaluje), že klasický text je úmyslně stručný a je třeba ho domýšlet do důsledků. V „Předmluvě“ říká: Dále tam, kde se vnitřní struktura rozebere slovy a útvary rozkládají pomocí obrázků, je vše zároveň úsporné a všestranně použitelné, všepronikající a bez temných míst. Pozorní čtenáři si zbytek snadno domyslí. Liu Hui zde ale zřejmě nemluví jen o klasickém textu, ale i o svém komentáři, a stejně jako v ostatních případech jsme v nejistotě, zda výsledné kvality budou náležet klasickému textu, nebo spíše teoretické stavbě, do které Liu Hui zcela uvědoměle zasazuje své vlastní výsledky. V této souvislosti má zásadní význam, že Liu Hui nazývá své poměry obvodu a kruhu „Liu Huiova metoda“, což jasně ukazuje, že je viděl jako zcela externí vůči „Devíti kapitolám“. Protože i jeho metoda (a další doplňky a vylepšení, které ve svých komentářích prezentuje, nakonec i celá kapitola „Dvojí rozdíl“⁴⁸) byla součástí jeho teoretického systému, je bezpečnější chápat jeho úvahy – i zmíněnou pasáž – jako vztahující se k matematice jako celku, nikoli historicky vzniklému textu „Devíti kapitol“. Cíl, který si Liu Hui klade (vysvětlit vše tak, aby to bylo „úsporné, všestranně použitelné, všepronikající a bez temných míst“), neznamena interpretaci textu, ale interpretaci matematiky.⁴⁹

⁴⁷ Vycházím z chápání staročínské etiky, jak ji pomocí „mravního kvazisylogismu“ prezentuje [Graham 1989], str. 29.

⁴⁸ Liu Hui sice v předmluvě říká, že napsal komentář ke (své vlastní) kapitole, aby „hledal myšlenky předků“, ale to je podle mého názoru třeba chápat jako součást jeho zájmu o pochopení pojmu *chongcha* („Dvojí rozdíl“) v „Devatero počtech“, nikoli jako představu, že jím napsaná kapitola je znovubjevenou částí klasického textu. Dodejme, že Liu Huiův komentář k „Dvojímu rozdíl“ se ztratil, takže povahu jeho „zkoumání myšlenek předků“ si můžeme jen představovat.

⁴⁹ Srovnej [Cullen 2002], str. 78. Jako důležitý ukazatel, že Liu Hui je okouzlen hloubkou matematiky a nikoli „Devíti kapitol“, může sloužit srovnání s dialogem Chen Zi a Rong Fanga v *Zhou Bi* (viz výše str. 9), který vyjadřuje podobnou důvěru v hloubku matematiky bez odkazů na jakékoli texty.

[Henderson 1991] také vyjmenovává typické komentátorské strategie, které jsou používány pro potvrzování „klasických“ vlastností klasických knih⁵⁰. Tyto strategie slouží především k vysvětlení, proč něco zdánlivě nekonzistentního, zbytečného, nemorálního apod. nenarušuje konzistentnost, hloubku a morálnost klasického textu. Jak již bylo zmíněno, Liu Hui ani Li Chunfeng příliš necítí potřebu tyto vlastnosti dokazovat, i když občas přece jen nějakou obhajobu nalezneme. Hendersonovské strategie alegorického výkladu, modálního rozdílu a odkazu na přizpůsobení obecnstvu se v jejich komentářích neuplatňují. Pokud se zdůrazňují rozdílné významy stejného slova v různých použitích (například Liu Huiovo upozornění, že *chi* v úloze 4.21 jsou krychlová *chi*), je to dáno realitou, o které se mluví, nikoli umělým krokem ke smíření rozporných částí textu. Jako modální distinkci lze však chápat zdůrazněný rozdíl mezi „sebráním“ a „plochou“ v Li Chunfengově poznámce za Liu Huiovým komentářem k metodě 1.I.

U Liu Huie ve skutečnosti narážíme jen na jednu strategii, která je ale specificky matematická a vztahuje se také ke specificky matematickému předpokladu. Je jím snaha dokázat platnost metod a všeobecnou použitelnost základních operací a Liu Hui za tímto účelem rozkládá metody na tyto elementární operace, které platí samozřejmě, a propojuje je pomocí smysluplných mezivýsledků. Strategiemi Liu Huiových ověření se podrobně a systematicky zabývá Karine Chemla, my se jich dotkneme v souvislosti s jazykovými prostředky, které pro ně používá. Zmíňme však tu část Liu Huiovy předmluvy, kde svou metodu otevřeně deklaruje: Rozebírat vnitřní strukturu (li 理) větami (ci 辞), rozkládat tělesa pomocí obrázků. Podstatou této strategie je předpoklad, že text odráží myšlenky (yi 意) svých autorů (zao shu zhe 造術者), které je možné odkrýt.

Li Chunfeng se ve svých nejlepších momentech snaží o totéž co Liu Hui, většina jeho komentáře je ale jen podrobným rozvedením principů, nastíněných Liu Huiem, pro úlohy a metody, u nichž to Liu Hui nepovažoval za potřebné. Li Chunfeng sice nenapsal ke svému komentáři předmluvu, ale jeho názor na „Devět

⁵⁰ *Op. cit.*, str. 139 a dále.

kapitol“ zachycuje „Pojednání o hudbě a kalendáři Dějin dynastie Sui“. Ještě výrazněji než Liu Hui zde postuluje spojení všech kapitol pojmem poměrů (*lü*) a metodami násobení, dělení, sjednocení, přizpůsobení a „Mějme“, které umožňují zjistit hodnotu druhého ze dvou čísel, spojených těmito poměry. Výslovně také říká, že tyto výše jmenované prvky zahrnují veškerou matematiku²¹. Každopádně ani Li Chunfeng se nazdráhal opravovat chyby a byl si zjevně vědom, že novější generace znají z matematiky více, než autoři „Devíti kapitol“ i Liu Hui, takže nepovažoval za nutné nové matematické výsledky nějak smiřovat s tím, co tvrdí starší vrstvy textu.

Komentáře k „Devíti kapitolám“ byly vedeny jinými pohnutkami, než většina komentářů k zásadním klasickým knihám, jako byly „Letopisy Jar a Podzimů“ nebo „Kniha proměn“. Když se probíráme „Deseti klasickými matematickými knihami“, zjišťujeme, že nebyly do této skupiny zařazeny ze stejných důvodů:

- a) některé byly vnímány jako starodávné, snad z dob moudrých vládců dávnověku (*Zhou bi*, „Devět kapitol“),
- b) některé byly vnímány jako hluboké (*Zhou bi*, asi také „Početní metody z Pěti klasických matematických knih“ a „Zápis k tradicím výpočetních metod“),
- c) některé byly velmi sofistikované a vyžadovaly dlouhé studium (například ztracené *Zhui Shu*)
- d) některé byly vnímány jako všezahrnující (asi jen „Devět kapitol“)
- e) některé měly spojení s „velkými“ klasickými knihami konfuciánského kánonu („Početní metody z Pěti klasických matematických knih“)
- f) některé byly později sebrány z materiálu, který se „šťastně zachoval“ – „Xiahou Yangova klasické matematické knihy“, která byla mezi klasické knihy začleněna až za dynastie Song, ale její většina je zřejmě tangská spekulace o obsahu této ztracené knihy

„Devět kapitol“ mezi nimi mělo výsadní postavení, protože jako jediná kniha

²¹ Ještě silnější přesvědčení o přímo posvátné úplnosti „Devíti kapitol“ vyjadřuje ve své předmluvě Yang Hui, který dokonce uzavírá, že „... ‚Devět kapitol Žlutého císaře‘ zahrnuje všechna hluboká tajemství, obsahuje všechny situace, a nemůže to být kniha nikoho jiného než světce-mudrce.“ Citováno v [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 862.

obsahovala systematicky všechny základní postupy, které se při práci matematika používaly (nebo tak byla alespoň chápána – viz Bao Huanzhi'ova předmluva k jeho vydání „Devíti kapitol“).

Konfrontace těchto různorodých způsobů vzniku statutu klasiky s Hendersonovými pozorováními, odvozenými ze skutečně posvátných kánonů velkých civilizací Starého světa, naznačuje, že otázku klasičnosti je třeba pojmut jinak, alespoň pokud chceme vysvětlit hojnost „klasik“ (*jing*) v čínské kultuře. Podle mého názoru je definujícím znakem klasiky, že je pro své čtenáře vysoce relevantním zdrojem velkého množství informací o tom, co je zajímavá (ať už je to Bůh, správné uspořádání státu nebo výpočty a čísla) a vyplatí se ji tedy studovat podrobně a interpretovat ji. Skládat pro tento názor argumenty tak pečlivým způsobem, jakým to činí Henderson, však není účelem této práce. Přesto si zde dovolím poukázat ještě na jednu podstatnou věc, a to je podobnost „Devíti kapitol“, jejího statutu a pozice, kterou jí přisuzovaly komentáře, s „Knihou proměn“.

[Chemla 2001] totiž uvádí jako jeden z dokladů, že komentáři „Devíti kapitol“ na text pohlíželi jako na klasický s příslušnými atributy (zejména všeobsáhlost), pasáž z „Velkého komentáře“ ke „Knize proměn“, která zní v mnohém podobně jako spekulace Liu Huie, Li Chunfenga, Yang Huie a dalších o matematice: „Proměny“ jsou široké, veliké a všezahrnující. Jsou v Cestě Nebe, Země i člověka.“ Ačkoli „Kniha proměn“ je skutečně uctívána přinejmenším od dynastie Han jako nejdůležitější ze všech klasik, je zároveň chápána jako zápis určitého obecného typu myšlení a pohledu na svět, který je zakořeněn ve struktuře vesmíru. „Proměny nebyly a nejsou jenom text, i když se textem staly a dnes jsou trvale s jistým textovým souborem ztotožňovány. ... Byly totiž založeny na před-řečové a mimo-literální ideji symbolické. A takto založený systém se vyvíjel dlouho předtím, než jej texty popsaly a komentáře vysvětlily. Zásluha komentářů je v tom, že tento systém pojmově uchopily, teoreticky vyložily jeho vidění světa a vyvodily z něj filozofické důsledky.“⁵². Univerzálnost „Knihy proměn“ se proto netýká pouze jejího textu, jakkoli byl

⁵² [Král 2005], str. 75:

samozřejmě předmětem vytrvalého zájmu, ale také metody poznávání světa, kterou tento text představuje. Každý si mohl „hrát“ s kombinacemi čar a čísel a pozorovat, co se děje s *yin* a *yang* a pak to srovnávat s kanonickým věštebným výkladem. V tom je „Kniha proměn“ velice odlišná od ostatních konfuciánských klasik, které neumožňují zkoumat žádnou na textu nezávislou realitu, a naopak podobná matematické klasické knize, která dává čtenáři ještě větší možnost na vlastní pěst zkoumat zákoutí popisovaného řádu. Proto univerzalita *yijingové* metody a univerzalita matematických metod „Devíti kapitol“ může být popisována podobně, obě jsou podobně silnými nástroji k poznávání příslušných aspektů reality (v případě „Knihy proměn“ vesmíru jako celku – oněch tří Cest, v případě „Devíti kapitol“ přeskupování čísel v pozadí proměn), neboli jsou podobně silně relevantní pro příslušného uživatele (moudrého či uvědomělého muže v prvním případě, matematika ve druhém).

Z tohoto pohledu jsou Liu Huiovy a Li Chunfengovy komentáře především vedeny snahou dokázat, že metoda, kterou našli v „Devíti kapitolách“, je opravdu univerzální, tj. že všechny matematické metody lze s její pomocí odvodit. Tato metoda přitom v klasickém textu ve skutečnosti není uvedena – další nápadná podobnost s „Knihou proměn“, která se z věštebné příručky změnila ve výklad vesmíru až díky svým komentátorům, ale třeba i s „Letopisy“, jejichž údajná metoda „chvály a hany“ byla také vymyšlena teprve dodatečně.

Část II. JAZYKOVÝ ROZBOR

O jazyce staročínské matematiky obecně a „Devíti kapitol“ zvlášť nebylo dosud napsáno mnoho studií. Určité základní prvky terminologie (bez odlišení jejich původu) představuje [Needham, Wang Ling 1959], vedle toho vzniklo několik děl slovníčkového typu. [Berezkina 1980] obsahuje na konci index termínů a častých sousloví čínské matematiky, který je poměrně rozsáhlý a zmiňuje i důležité aspekty úzu. Stručný slovníček [Bai Shangshu 1982] je spíš jen pomůcka k základní orientaci v textu pro dnešní Číňany¹. Ani podstatně rozsáhlejší slovníček v [Shen Kangshen 1998] nepřekračuje meze populárních vysvětlivek, navíc je založen pouze na klasickém textu. Některými aspekty se zabýval systematicky Guo Shuchun, například klasifikací způsobů vyjádření v klasickém textu „Devíti kapitol“ ve srovnání s „Knihou výpočtů“ ([Guo Shuchun 2003]) nebo použitím slova „proto“ (*gu 故*) v Liu Huiově komentáři (viz [Li Di 1998]).

Jazykem „Devíti kapitol“ včetně komentářů (a včetně rozlišení toho, co se objevuje v klasickém textu a co jen v komentáři) se velmi zodpovědně a podrobně zabývá pouze Karine Chemla. Její překlad *Les Neuf Chapitres* obsahuje jednak samostatnou kapitolu o rysech čínské matematické jazyka a obtížích jeho překladu, dále více než stostránkový glosář, kde jsou ke stovkám termínů uvedeny všechny jejich významy odlišené podle textové vrstvy, vždy s dokladem, a za každou kapitolou poznámky, v nichž dále uvažuje o významu jednotlivých pasáží. Toto dílo vznikalo mnoho let, mimo jiné také v rámci projektu *Thesaurus Linguae Sericae*, na němž se podílí i Ústav Dálného východu FF UK. Moje diplomová práce nemůže takovou systematicky a dlouhodobě budovanou databázi napodobovat, vybírám jen některé aspekty jazyka a stylu „Devíti kapitol“, Liu Huie a Li Chunfenga, které nejlépe objasňují jejich hlavní rysy. Sourodost klasického textu mi umožňuje dotknout se téměř systematicky většiny jeho vlastností, u Liu Huie a Li

¹ Srv. předmluvu k [Shen Kangshen, et al. 1999], která varuje západní čtenáře, že překlad do angličtiny je myšlen vlastně spíš pro Číňany, kterým bude „Devět kapitol“ touto formou přístupnější než v originále.

Chunfenga jsem byl nutně neúplný. Materiál byl čerpán většinou z 1. až 4. kapitoly, jejichž překlad je v příloze (1. kapitola celá, ostatní jsou alespoň na doprovodném CD-ROMu).

Následující stránky se pokouší odpovědět na základní otázku: Jak se liší jazyk klasického textu a jeho dvou komentářů a proč? Jaké jazykové prostředky jsou v jednotlivých vrstvách potřeba? A jsou změny odrazem vývoje, nebo různého zaměření textů?

Klasický text

Klasický text se skládá ze zadání úloh, odpovědí a postupů (metod) řešení. Vyskytuje se v něm a používá několik tříd jazykových prostředků (popis situace, formulace otázky, zápis čísel, elementární operace s čísly, vytvoření a přiřazování proměnných, podmíněčné větvení). Těmi se nyní budeme zabývat.

Zápis čísel

Čísla se pochopitelně objevují úplně ve všech vrstvách textu. Co se týče konstrukce číslovek, představuje „Devět kapitol“ výrazný krok k jejímu sjednocení ve srovnání s „Knihou výpočtů“, kde se ještě objevovaly stažené tvary *nian* 廿 = 20, *sa* 卅 = 30 a *xi* 卌² = 40. „Devět kapitol“ používá striktně poziční číslovky 1 až 9 s vyjmenováním všech nenulových řádů a bez oddělování pomocí *you* 又 nebo *you* 有, které je časté v klasické čínštině až do dynastie Han. Největší číslo, které je v „Devíti kapitolách“ použito, je 1 644 866 437 500, vyjádřené jako „1 wan 6 tisíc 4 sta 4-cet 8 yi 6 tisíc 6 set 4-cet 3 wanů 7 tisíc 5 set“³. Z toho vidíme, že z mnoha systémů zápisu velkých čísel, používaných v Číně, byla autorům „Devíti kapitol“ asi nejbližší „exponenciální“ řádová konvence 1 yi 億 = 萬萬 (*wan wanů* = myriáda myriád) = 100 000 000. Pokud by použili řád *zhao* 兆, asi by pro ně měl význam

² Tyto tvary přetrvávají částečně dodnes, i když se obvykle vyslovují plně např. *ershi* 廿. V matematické literatuře jsou doloženy ještě ze svitků, nalezených v Dunhuangu (viz [Li Yan 1963], str. 23-27).

³ Úloha 4.25.

億億 = 10^{16} .

Jediná nekonzistence, která se objevuje v zápise celých čísel, je střídavé používání a vynechávání číslovky „jedna“ *yi* — před čísly typu 13 (*yi shi san* (一)十三. Text tíhne k používání explicitní jedničky, ale například v první kapitole ji všude vynechává (povinná je ale ve všech vyšších číslovkách, kde desítky nejsou první řád). Kolísání mezi oběma variantami ještě zesílilo v Qu Zengfaově a Kong Jihanově edici, kde byly úvodní jedničky systematicky potlačovány⁴.

Kromě celých čísel vystupují v zadáních často zlomky, vyjadřované standardizovaným způsobem, totožným s moderní čínštinou, *X fen zhi* 分之 *Y* „*Y* z *X* dílů“. Kromě tohoto standardního zápisu existují i speciální zápisy $1/2$ *ban* 半, $1/3$ *shao ban* 少半 („menší polovina“) a $2/3$ *tai ban* 太半 („větší polovina“). Tyto zkratky se používají hlavně ve složitějších číslovkách a v souvislosti s jednotkami, kde je vhodná přehlednost, naopak v úlohách zabývajících se explicitně a abstraktně zlomky je častější standardizované vyjádření i pro tyto číslovky (např. úlohy 1.15-1.16). I v zápisu zlomků se projevuje pokrok standardizace proti „Knize výpočtů“, kde se ještě vyskytoval také jednodušší eliptický zápis *X fen Y*.

Směšená čísla jsou obvykle použita s vyjádřením jednotky, která přirozeně dělí celou a zlomkovou část. Pouze v první kapitole se v souvislosti se zlomkovými operacemi objevují dvě abstraktní smíšená čísla (odpověď na úlohy 1.8 a 1.9). „Devět kapitol“ používá strohou formulaci bez jakéhokoliv oddělení, zatímco „Kniha výpočtů“ a i praktický úzus dodnes obě části oddělují pomocí *you*.⁵

Míry, váhy a další časté jednotky

V úlohách „Devíti kapitol“ se prakticky nevyskytují čísla, která by nebyla nějakými konkrétními počty nebo veličinami (jedinou výjimkou jsou zlomkové operace v první kapitole, ale i zde vydrželi autoři u abstraktních čísel jen do úlohy 1.16). Pro všechny jednotky platí, že se kladou mezi celé číslo a případnou

⁴ Viz [Guo Shuchun 2004], str. 269, pozn. 39.

⁵ Porovnání jazyka „Kniha výpočtů“ a „Devíti kapitol“ viz [Guo Shuchun 2003].

zlomkovou část, v níž se následně název jednotky opakuje (např. *A dou B fen dou zhi C* – překládám „A celých a C z B dílů *dou*“ neboli $A C/B dou$). I v tom je jazyk „Devíti kapitol“ výrazně standardizován proti „Knize výpočtů“, v níž se vyskytuje 5 různých kombinací variant s jednotkou/bez jednotky, s/bez *zhi* a s/bez oddělovače *you*⁶.

Klasický text používá qinsko-hanský systém plošných, délkových i dutých měr, neprojevíly se v něm nikde nové duté míry ani drobné délkové míry menší než *fen*, zavedené během Wang Mangovy uzurpace (upozorňuje [Li Jimin 1990], str. 19 a 129). Nacházíme v něm tyto řady jednotek:

Míry vzdáleností: 1 *li* 里 = 300 kroků⁷ (*bu* 步 = 6 *chi*). Používají se důsledně pro vzdálenosti a rozměry plošných útvarů na zemském povrchu. Zlomky kroků se nepřevádějí na obecné délkové míry. Všechny délkové míry mohou také fungovat jako implicitní plošné míry (čtverec strany jeden krok, čtverec strany 1 *li*) a mají stanoveny přesné převodní koeficienty na samostatné plošné míry (viz dále).

Obecné délkové míry: 1 *zhang* 丈 = 10 *chi* 尺 = 100 *cunů* 寸 (palec). Používají se pro rozměry předmětů, proto se s nimi setkáváme ve všech kapitolách⁸. *Chi* funguje v „Devíti kapitolách“ jako jediná jednotka objemu těles (krychle strany 1 *chi*), pro kterou ale neexistují přesné převodní koeficienty k dutým mírám. *Chi* (stopa) byla základní jednotka, která podle archeologických nálezů měřila v době západní Han mezi 231 a 237 mm (viz [Shen Kangshen, et al. 1999], str. 8).

Plošné míry: Jako samostatné plošné míry fungují 1 *qing* 頃 = 100 *mu* 畝 = 24 000 (čtverečných) kroků. Tyto převodní vztahy jsou jako jediné převodní koeficienty jednotek vypsány v metodě 1.I. Lze jen spekulovat, zda je tato zvláštnost podmíněna malou známostí či nestálostí těchto jednotek (*mu* bylo v různých

⁶ Viz [Guo Shuchun 2003].

⁷ Ve skutečnosti dvojkroků, tomu odpovídá i jejich délka kolem 1,2 m. Pro jednoduchost ale používám všude překlad „krok“.

⁸ Obecné délkové míry jsou použity i v 9. kapitole v úvodních úlohách k pravouhlému trojúhelníku. To ukazuje, že pravouhlý trojúhelník byl vnímán nikoli jako speciální případ trojúhelníkového („klínovitého“) pole, ale jako obecný tvar. Z toho důvodu, že jednotky vzdáleností byly vyhrazeny pro rozměry terénu, také Liu Huiův a Li Chunfegův komentář popisují pomocí obecných délkových měr plošné obrázky, které používají pro demonstrace v první kapitole (obrázky, které by jako jednotku volily jeden krok, by samozřejmě také byly neprakticky velké).

dynastiích definováno různě), nebo tím, že se jedná o první a základní metodu celé knihy, která by při pouhém vypsání postupu („Šířka a délka se spolu vynásobí. Získáme sebrané kroky“) byla málo informačně hodnotná. Plošné míry se používají pouze v souvislosti s plochami půdy.

Duté míry: Původně (ještě za dynastie Han) byla nejvyšší jednotkou objemu stejně jako hmotnosti *shi* 石⁹. To se používá běžně v „Knize výpočtů“. Naproti tomu v „Devíti kapitolách“ se setkáváme s novější náhradou *shi*, zvanou *hu* 斛. Jak ukazuje metoda výpočtu množství obilí z rozměrů kuželovité hromady v 5. kapitole¹⁰, byly v době sepsání textu „Devíti kapitol“ různé míry *hu* pro různé plodiny a obilné polotovary, které byly ve stejném poměru, v jakém je uvedena jejich ekvivalence v metodě 2.I. Smyslem tohoto uspořádání bylo stanovit hodnotově ekvivalentní množství jednotlivých plodin, takže z jednoho *hu* neloupaného obilí (poměr 50) se umlelo přesně 1 *hu* například palácového zrna (poměr 21), i když skutečného objemu bylo o 58 % méně. *Hu* byla původně nádoba tvaru hranolu se čtvercovou podstavou, jejíž dutina měla tvar válce.

Kromě těchto proměnlivých *hu* však existovalo i standardní *hu*, dělicí se na 10 *dou* 斗 = 100 *shengů* 升. Toto standardní *hu* bylo podle všeho totožné s *hu* pro neloupané vymláčené proso (objem zhruba 1620 krychlových *cunů*). Obecné či standardní *hu* se v „Devíti kapitolách“ používá pro všechny neobilné materiály. Fakt, že v době Han existoval dvojitý význam slova *hu* a že v „Devíti kapitolách“ se tyto dva významy vyskytují takřka bok po boku, nebyl až donedávna znám¹¹. Jako základní jednotka pro jiné věci než obilí platil za Qinů a Hanů zejména *sheng*, který měl v době Qin kolem 210 ml, v době Han kolem 200 ml (bylo nalezeno více standardních *shengů* krychlového tvaru, viz [Shen Kangshen, et al. 1999], str. 10). Je ještě vhodné připomenout, že duté míry se používají výlučně pro měření tekutin nebo

⁹ Tento znak je ve starých slovnících, jako např. *Guang yun*, uváděn pouze s výslovností *shi*. Od jisté doby se však ve významu váhové jednotky vyslovuje *dan*. Jak a kdy k této změně došlo mi není známo.

¹⁰ Metody, které nepřekládám, neoznačuji čísly. Zde se jedná o metodu *Weisu shu* 委粟術, [Guo Shuchun 2004], str. 190-1.

¹¹ Podobně jako na jiné zásadní skutečnosti na tuto zajímavou nejednoznačnost poukazuje podrobně [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 203 – 205. Jako první si ji však zřejmě všiml již [Song Jie 1993], str. 16.

sympkých materiálů, jako je obilí, lak nebo víno, nikoli pro zeminu.

Váhové jednotky: Standardní řada je 1 *shi* 石 = 4 *juny* 鈞, 1 *jun* = 30 *jinů* 斤, 1 *jin* = 16 *liangů* 兩, 1 *liang* = 24 銖 (stará výslovnost *shu*). Hmotnost základní jednotky, *jinu*, byla asi 250 g. Všechny zmíněné jednotky váhy jsou vedle sebe uplatněny v řadě úloh ve 2. kapitole (2.40 – 2.46).

Jako první by snad měla být zmíněna univerzální jednotka měny (měďák *qian* 錢), která se ale chová pozoruhodně nejen jako numerativ/jednotka, ale zároveň jako název měřeného. Díky tomu vytváří zvláštní konstrukce bez numerativu („Mějme vydání peněz X, koupíme ... 今有出錢 X, 買... – hojně ve 2. kapitole). Kdykoli je z kontextu jasné, že se hovoří o penězích (například když je uváděna cena nebo úrok – srovnej úlohu 3.20), jednotka „měďák“ se vynechává.

Často se mluví i o čase, který je počítán jen ve dnech, měsících a letech (nebo spíš „žních“ – *sui* 歲). V úloze 3.20 se mlčky počítá s měsícem délky 30 dní, zatímco lunární měsíce mohly mít také délku 29 dní, nabízí se otázka, jestli se pro úročení nepoužíval nějaký ekvivalent dnešního finančního roku 30/360¹². Pokud se počítá čas kratší než den, užívají se pouze zlomky (např. v 6. a 7. kapitole). Je pozoruhodné, že „Devět kapitol“ nevyužívá žádné reálné kalendáře, jejichž sestavování patřilo mezi hlavní úkoly matematiků. Snad je to možné chápat jako potvrzení zájmu autorů o co nejprůzračnější a nejmýšlivější modelové zadání, které by kalendářní přepočty komplikovaly. Dny jsou používány také jako jednotky „efektivní“ vzdálenosti v kapitole 6 „Vyrovnaná doprava“.

Další častou (a přirozenou) jednotkou je „člověk“ *ren* 人 nebo „rodina“ *jia* 家 v různých úlohách poměrného dělení. Kromě toho se v klasickém textu vyskytuje řada numerativů (*ge* 箇 pro „kolínka“ bambusu, *pi* 匹 pro koně nebo štůčky látek, *mei* 枚 pro kousky kovu ad.), které se zásadně kladou stejně jako jednotky v pořadí látka – číslovka – numerativ.

¹² Rok délky 360 dní se v Číně skutečně objevil jako součást metafyzicko-numerologické spekulace. Viz [Song Huiqun 1999].

Formulace úlohy

Každá úloha se skládá z popisu situace a otázky. Tyto dvě části jsou uvedeny ve všech případech¹³ existenčně-aktualizační frází „Mějme“ *jin you* 今有 případně u dalších ze série úloh stejného typu „Dále mějme“ *you you* 又有, resp. slovem „otázka/ptáme se“ *wen* 問. Součástí každé otázky je také tázací predikativ „kolik“ *ji he* 幾何, položený za název hledané veličiny nebo veličin¹⁴. Existuje několik typů úloh, kterým přísluší typické jazykové prostředky popisu situace i formulace otázky. Na nejvyšší úrovni se zadání rozpadají na deskriptivní a preskriptivní:

1. „X má vlastnosti $x_1, x_2 \dots$, kolik je jeho vlastnost y (z, \dots)?“

Toto je typická formulace geometrických úloh (už od úlohy 1.1). Označíme ji jako *statické zadání*, protože neobsahuje sloveso, a protože se týká statických vlastností objektu X. Otázka často obsahuje konstrukci s pomocným slovesem *wei* 爲 „být, tvořit“, která upřesňuje hledanou proměnnou (například *wei tian ji he* 爲田幾何 „kolik je to jakožto pole?“). V některých případech se tímto způsobem interpretuje číslo, které bylo uvedeno v zadání. Například úloha 4.20 zní: „Mějme sebrání 1 860 867 *chi*. Ptáme se, kolik je to jakožto krychle?“ *wei li fang ji he* 爲立方幾何. Zde *li fang* znamená sice krychli, ale otázka je zřejmě na hranu této krychle. Podobně jako u pole se předpokládá, že se samo od sebe rozumí, co nás na krychli může zajímat. Jasnější je tento mechanismus z úlohy 4.24: „Mějme sebrání 4 500

¹³ Výraznou výjimkou ve formulaci zadání jsou dvě dvojice spojených úloh v 5. kapitole (5.21, 5.22), kde se v první části text táže na objem útvaru, následuje odpověď, a pak – bez uvození „Mějme!“ – následuje popis parametrů přepravy zeminy a dotaz na výkonnost pracovníků a jejich potřebný počet se samostatnou odpovědí. Tyto úlohy jsou také speciální v tom, že metoda výpočtu objemu je uvedena souhrně před nimi, zatímco metody výpočtu dopravních parametrů jsou speciálně za každou zvlášť.

¹⁴ V řadě úloh je hledaných čísel více, otázka je ale obvykle tvořena jedinou větou, kde jsou vyjmenovány všechny hledané neznámé, často následovány příslovcem *ge* 各 „respektive, *mutatis mutandis*“, které v překladu vynechávám.

V některých složitějších úlohách 6. - 9. kapitoly jsou otázky, které neumožňují postulovat hledanou veličinu jako subjekt, protože se jedná o časové určení. V tom případě je *ji he* na začátku věty: „kolik dní, než se setkají?“ *ji he ri xiang feng* 幾何日相逢 ([Guo Shuchun 2004], str. 322), „když vyjdeme z jižní brány, po kolika krocích uvidíme strom?“ *chu nan men ji bu er jian mu* 初南門幾何步而見木 (dtto, str. 418). Je to zajímavý příspěvek do diskuse o gramatické flexibilitě klasické čínštiny – kvůli přesnému vyjádření časové posloupnosti se věta nedá snadno převést na závislou nominální frázi, která by zachovávala požadovaný vztah. Pokud se sejde takováto otázka s klasickou otázkou na parametr (například poslední úloha 7. kapitoly), syntaktická neslučitelnost vede k vyslovení dvou samostatných otázek.

chi. Ptáme se, kolik je [jeho] **průměr** jakožto koule?“ *wei li yuan jing ji he* 爲立圓徑幾何. Naopak v úlohách o objemu v 5. kapitole se nevyskytuje ani spona, otázka je prostě „Kolik je sebrání?“ *ji ji he* 積幾何.

Bohužel lze takto formulovat pouze úlohy, pro které je k dispozici veškerá potřebná terminologie (kromě obsahů ploch a objemů těles ještě inverzní výpočty odmocnin apod.). Složitější deskriptivní zadání musí být formulována konstrukčně.

2. „Mějme nějaké objekty s nějakými vlastnostmi. Provádíme s nimi postupy, které lze popsat parametry x, y, \dots . Jaké jsou parametry a, b, \dots těchto objektů?“

Konstrukční zadání nastupuje tam, kde pro parametry x, y, \dots neexistuje ustálená terminologie. Tak se uplatňuje hlavně ve složitých geometrických úlohách 9. kapitoly. Například zadání úlohy 9.20: „Mějme město, jehož velikost strany neznáme, uprostřed každé je otevřená brána. Když vyjdeme 20 kroků ze severní brány, je tam strom. Když vyjdeme 14 kroků z jižní brány, otočíme se a jdeme na západ 1775 kroků, uvidíme strom. Ptáme se, kolik je strana města?“

3. „Stalo se něco, co lze popsat parametry $x, y \dots$. Co z toho vyplývá pro a, b, \dots ?“

Poněkud odlišným případem je *inferenční zadání*. Takto jsou formulovány nejtípnější úlohy „Devíti kapitol“. Součástí inferenčního zadání je vždy nějaký příběh, z nějž je třeba zjistit původně neznámé vlastnosti objektů nebo trvání úkonů. Vzhledem k tomu, že žádná z těchto úloh není v kapitolách, které překládám v příloze, a byla by škoda, kdyby tento styl výkladu, upomínající na podobenství a bajky z filozofických spisů doby Válčičích států, zůstal zcela zanedbán, jednu zde ocituji: Mějme hostova koně, který ujede za den 300 *li*. Host odjel a zapomněl si vzít šaty. Ze dne už bylo 1 ze 3 dílů¹⁵, a tu to hostitel zjistil. Vzal šaty, dohnal ho, dal mu je a vrátil se. Když přijel domů, viděl, že ze dne bylo 3 ze 4 dílů. Ptáme se: [Kdyby] hostitelův kůň neodpočíval, kolik by ujel za den? (úloha 6.14, [Guo Shuchun 2004], str. 250).

¹⁵ V tomto případě by možná bylo vhodnější překládat „slunce na obloze“, jak by vyplývalo z toho, že hostitel v zápětí vizuálně zjistí, jaká část dne uplynula. „Den“ tu zřejmě znamená „bílý den“ jako protiklad noci, kdy se stejně nedá jezdit. Smyslem celé věty je, že uplynul 1 ze 3 dílů dne.

Většina těchto úloh je soustředěna do 6. a 7. kapitoly. Rozdíl mezi inferenčním a konstrukčním zadáním je velmi subtilní, spočívá v okolnostech děje: zatímco u konstrukčního zadání se jedná o cílevědomé a obvykle zcela samoučelné úkony, které nemají žádný časový rozměr (tím se konstrukční zadání podobá statickému), inferenční zadání obsahuje výraznou časovou linii a děj v něm probíhá sám od sebe. Úlohy s inferenčním zadáním jsou pozoruhodné výpočtem časového rozměru. Jak již bylo zmíněno výše, je otázka na trvání děje na první pohled formálně odlišná od otázky na vlastnosti objektů, místo pořadí subjekt (hledaný parametr) – predikát („kolik“) je tvořena opačně časové určení („kolik dní“ apod.) – predikát (než se stane to a to). Mezi tyto dvě části by se dobře hodila spojka *er 而*, ale v žádném zadání v „Devíti kapitolách“ se nevyskytuje.

4. „Mějme objekty X, Y, \dots s nějakými vlastnostmi. Provedeme operaci O , kolik je výsledek?“

Toto je typické *operační zadání*, nejjednodušší případ preskriptivní úlohy. Používá se pouze u zlomkových operací v první kapitole, protože je stejně jako statické zadání závislé na existenci ustáleného termínu pro operaci O . Charakteristická je formulace otázky „když provedeme O , kolik získáme?“, např. v úloze 1.5 „Kolik je to po zkrácení?“ *yue zhi de ji he* 約之得幾何.

5. „Mějme objekty X, Y, \dots s parametry x, y, \dots . Chceme, aby platil vztah V , kolik budou parametry a, b, \dots objektů A, B, \dots ?“

Relační zadání je jedno z nejčastějších v „Devíti kapitolách“. Charakteristická je věta postulující požadovaný vztah, kde se vyskytuje sloveso „chtít“ *yu 欲* nebo „požadovat, usilovat o“ *qiu 求*. Vyjádření vztahu může být velmi různorodé. Například ve 2. kapitole jsou typické formulace „chceme z něj udělat (tj. vyměnit ho podle úředního poměru) tu a tu plodinu“, který odkazuje na tabulku vztahů mezi plodinami na začátku kapitoly. Ve 3. a 6. kapitole se často požaduje, aby rozdělení bylo „podle rozdílů“ *yi cui 以衰*, „podle toho, kolik odvedli daní“ *yi suan shu duo shao 以算數多少* apod. Jiný podtyp je ve 4. kapitole „požadujeme pole velikosti 1 *mu*“, ve 2. kapitole „chceme to jako poměr dražšího a

levnějšího“ (2.40). Velmi časté je také implicitní relační zadání, kdy je nejprve uveden vztah pro nějaká známá čísla, a pak jsou některá změněna a otázka je, jak se změni zbývající. Relační zadání se tak blíží formulaci funkce.

6. Ostatní.

Další způsoby zadání úloh, které nespádají dobře do žádné z výše zmíněných kategorií, lze obecně nazvat *rezultativní zadání*. Jejich společným rysem je dotaz na výsledek nějaké činnosti, buď z hlediska výroby/spotřeby látky, nebo z hlediska délky trvání. Obvykle obsahují formulaci nějakých číselných vztahů (různé druhy posloupností) a současné působení. Někdy mají charakter deskriptivní (úloha 3.4 o dívce, která se geometricky zdokonaluje ve tkaní), jindy spíše preskriptivní (současná činnost, uvedená často slovesem „nechme“ *ling* 令, v 6. kapitole).

Shrneme-li jazykové prostředky, které se v zadáních úloh vyskytují, získáme velmi bohatou sbírku: od prosté deskriptivní predikace (toho a toho je tolik a tolik) přes popisy dějů a příběhů až po formulace vztahů pomocí frází jako „chceme, aby byly v poměru“, paralelních konstrukcí („Mějme $X=x_1$, pak $Y=y_1$. Mějme $X=x_2$, pak $Y=?$ “) apod.

Význačným rysem zadání v „Devíti kapitolách“ je obecnost pojmenování. V tomto se text jistě inspiroval u právnických textů, zvláště ve sbírkách „řešených případů“, které byly formálně velmi podobné matematickým úlohám¹⁶. I když tu a tam některé zadání obsahuje místní jméno (Chang'an nebo Shanglin, obojí použito jako doklad pro vznik díla za dynastie Han), obvykle jsou příklady očividně pouze modelové, s vhodnými číselnými parametry pro požadovaný průběh algoritmu. V 6. kapitole se rutinně používá další prvek přejatý z právnických textů, a to označení míst a osob řadovými číslovkami *jia*, *yi*, *bing*, *ding* 甲乙丙丁 namísto reálných či smyšlených jmen.

¹⁶ Nejstarší příklady takových „klauzurních zadání“ známe z bambusových proužků z qinské hrobky v Shuihudi, viz [Hulsewé 1985], oddíl D.

Odpovědi

Odpovědi jsou z jazykového hlediska málo zajímavé. Začínají stereotypním „Odpověď zní“ *da yue* 答曰¹⁷ a volbou sloves kopírují otázku v úloze (deskriptivní *wei*, rezultativní *de* nebo přímá predikace). Neopakují ale subjekt, kromě případů, kdy má otázka více souřadně spojených částí, které je třeba odlišit. Odpovědi jsou zřejmě nejstandardizovanější a nejstručnější částí celého klasického textu.

Metody

Metody lze klasifikovat z hlediska jejich pozice vůči úlohám na *samostatné* (například 2.I a 2.II, 3.I, 4.I a 5.I), *vzorové* (zařazené za nějakou úlohu, zároveň ale vzor pro všechny ostatní metody v dané kapitole – 7.I, 8.I, 9.I), *shrnující* (zejména metody 1., 4. a 5. kapitoly, jsou zařazené za několik podobných příkladů) a *speciální* (většina metod 6. – 9. kapitoly, zařazené vždy za jednotlivou úlohu)¹⁸. Význam metody v teoretickém systému „Devíti kapitol“ odráží většinou fakt, zda je či není pojmenovaná. Jako speciální a tudíž nepojmenované jsou chápány všechny výpočty obsahů a objemů, naopak zvláštní název má každá z metod „přebytek a nedostatek“ – „dva přebytky“ – „dva nedostatky“ atd. Pojmenované metody zřejmě autorům či spíše kompilátorům „Devíti kapitol“ připadaly obzvláště klíčové pro pochopení matematiky.

Popis metody (podobně jako u instrukcí strojového jazyka moderních počítačů) se skládá v zásadě ze tří složek: přiřazovacích pokynů, početních operací a podmíněného větvení. Početním operacím věnujeme zvláštní kapitolku, zde si všimneme ostatních rysů. Jakkoli je jazyk metod stále přirozený díky tomu, že se v něm ne zcela jednotně používají různá příslovce, předložky, pomocná slovesa a především elipsy, blíží se přesto svou strohostí moderním programovacím jazykům.

¹⁷ Znak *da* 答 je varianta dnes standardního 答.

¹⁸ Toto je poněkud zjednodušená podoba klasifikace, kterou zavádí [Guo Shuchun 2001]. Autor v tomto článku zdůrazňuje, že „speciální“ typ není v „Devíti kapitolách“ převažující a že se tedy v žádném případě nejedná jen o sbírku řešených úloh, za jakou bývá někdy označována.

Jeho techničtost a neosobnost (která ho spojuje s právními texty) je zdůrazněna absolutní absencí prostorové, osobní i časové deixe, modálních sloves, větných částic, paralelismu, intertextuálních narážek a dalších typických znaků klasické čínštiny a *wenyanu*. Díky tomu je velice průzračný a snadno srozumitelný, čemuž vděčíme i za minimální textovou rozkolísanost. Tento bod vystupuje jasně najevo ve srovnání s podstatně složitějším, více osobně laděným a méně terminologicky disciplinovaným Liu Huiovým komentářem.

Podívejme se nyní podrobněji na vyjadřovací prostředky, z nichž jsou předpisy/metody „Devíti kapitol“ postaveny.

Přířazovací operace

V textu metod se operuje s proměnnými. Ty spadají do tří základních druhů: standardně pojmenované *operandsy*, rovněž standardní *vnitřní proměnné* operací a ad hoc pojmenované nebo někdy i bezejmenné *parametry úlohy*. Do první skupiny patří termíny jako „dělenec a dělitel“ *shi, fa* 實法, „kratší a delší odvěsna, přepona“ *gou, gu, xian* 句股弦 apod. Druhý typ se objevuje v popisu aritmetických algoritmů, například „společné číslo“ (=nejvyšší společný dělitel) *dengshu* 等數 nebo „určený dělitel“ (=lineární člen binomického rozvoje při odmocňování) *ding fa* 定法. Třetí typ je nejčastější a vychází z kontextu dané úlohy. Bezejmenné proměnné je samozřejmě možné používat jen ve speciálních metodách, kde lze jasně interpretovat, co dané číslo znamená (pro větší přehlednost se z tohoto důvodu často používají i v textu metod jednotky, například: Položme 300 *li* jako dělitel.).

Identifikace nějaké hodnoty s operandem předjímá operaci, která bude vykonána. Protože v drtivé většině metod se dělí, setkáváme se nejčastěji s formulacemi „vezměme X jako dělenec, Y jako dělitel“ *yi X wei shi, yi Y wei fa* 以 X 爲實, (以) Y 爲法. Opakované předložky *yi* se často vynechávají, pak lze samotné *wei* chápat také jako „vytvořit“ (a mnohdy je tak v překladu ze stylistických důvodů překládáno). X a Y nemusí být jen konkrétní čísla, ale také výsledky operací, nejčastěji násobení. Na druhou stranu použití *shi* a *fa* nemusí vždy znamenat, že se

bude dělit: v některých metodách jsou tyto dva termíny použity jako označení dvou hledaných neznámých (2.XXXIII, 7.I). Vždy však má jejich podíl z hlediska zadání jasný „fyzikální“ smysl.

Kromě tohoto druhu přiřazení k operandu se často vytvářejí proměnné pomocí slovesa „položít“ *zhi* 置, případně i s kvalifikátorem „vedle, pomocně“ *fu* 副. Tím se dává pokyn k vytvoření čísla na početní desce z početních tyčinek zejména v případech, kdy je kladen důraz na určité rozložení¹⁹, nebo když přiřazení není evidentní a je v něm cosi umělého (stanovování poměrů *cui* ve 3. kapitole, vyjádření 1 *mu* jako 240 kroků ve 4. kapitole). V ojedinělých případech je *zhi* používáno pro přiřazení ve funkci zdánlivě podobné předložce *yi* (4.XIII – „položme sebrání jako dělenec“), i zde ale platí určitá umělost a aktivnost tohoto kroku, protože „dělenec“ zde neimplikuje dělení, ale je to jen název vnitřní proměnné odvozený z procesu dělení. Pomocí konstrukce s *zhi* 置 bylo také možné deklarovat hodnotu, která má být odmocněna, protože syntax této operace připouští jen deklaraci operandu předem, aby mohl být zastoupen zájmenem *zhi* 之.

Kvalifikátor *fu* zdůrazňuje, že se má vytvořit kopie čísla, se kterou se dál bude pracovat, aby byl originál zachován pro pozdější použití. To je specialita početní desky, kterou se odlišuje od počítání na papíře a naopak podobá počítání na počítači nebo počítadle – většina početních operací je prováděna přímo s čísly, rozestavenými na desce, pomocí přeskupování tyčinek. Proto musí být v některých případech zdůrazněno, že je třeba provést kopii. *Fu* se používá ještě se slovesem „sečíst“ *bing* 並 ve větách jako „vedle sečteme na dělenec průměru“ *fu bing wei ping shi* 副並爲平實 (1.VII).

Mezi přiřazovací operace patří také označení výsledku (v metafoře počítačového programu by to byl nějaký „návratový příkaz“). Překvapivě velké množství metod v „Devíti kapitolách“ ale „nevrací“ výsledek explicitně. Jedná se o ty metody, kde výsledek v posledním kroku vzniká dělením, ať už konstantou, nebo proměnnou „dělitelem“. Takové metody končí prostě předpisem pro dělení

¹⁹ Např. metoda 1.XVIIa, 4.XV „Násobíme 3 získané číslo a položíme do střední řádky.“

(nejčastěji standardní formulkou, kterou překládám Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1)²⁰. Modifikace tohoto postupu zmíníme v části zabývající se zápisem dělení, z hlediska přiřazování a interpretace výsledků je ale třeba již zde zvlášť poukázat na podtyp tohoto zápisu, který se používá ve 3., 6. a 9. kapitole a specifikuje jednotku, v níž výsledek vychází („Z každé [části] dělence, která je jako dělitel, získáme 1 *dou/chi*/měďák...“). V některých případech je naopak na stejném místě vypsána interpretace výsledku²¹, častěji i s pojmenováním jednotky (na několika místech v 9. kapitole). Naopak metody, které končí násobením (je jich jen několik), zřejmě z rytmických či stylistických důvodů vždy vyžadují zakončení interpretací výsledku.

Pro tuto interpretaci (z jiného pohledu „přiřazení“) klasický text využívá hlavně vágní příslovce a slovesa, jen minimálně v něm najdeme v klasické čínštině tak rozšířenou predikaci pomocí částice *ye* 也²², například v metodě I.VI v kombinaci s příslovcem *ji* 即: „a to je [jejich] přebytek vůči sobě.“ V jednom případě je jmenná predikace zcela bez vyznačení formálními prostředky²³. „Devět kapitol“ se tím odlišuje jak od „Knihy výpočtů“, tak od svých komentářů, které používají částice *ye* velmi hojně.

Domnívám se, že text preferuje příslovce *ji* nebo přímo sloveso kvůli dynamickému charakteru vzniku identity, která je predikací vyjádřena, jinak řečeno protože chce zdůraznit, že identita platí vzhledem k výsledku operace. Dynamiku jako klíčový prvek čínské matematiky vyjádřil často citovanou zkratkou americký profesor čínského původu Wang Hao 王浩: zatímco západní (především řecká) matematika byla „matematika bytí“, zabývající se odhalováním pravd o světě, čínská matematika je „matematika konání“, popisující postupy k dosažení

²⁰ Výjimkou jsou metody 4.I-4.XII, první z nich zjevně proto, že je samostatná a její výsledek tak nelze interpretovat pomocí žádného zadání.

²¹ Nejsložitější exemplář tohoto zápisu dělení/výsledku je v metodě 6.XIV, která následuje za výše citovanou úlohou 6.14 o zapomnělém hostu a rychlém hostitelovu koni: „[Když] je dělenec jako dělitel (tj. když dělíme), získáme jízdu hostitelova koně za jeden den“ *shi ru fa de zhuren ma yi ri xing* 實如法得主人馬一日行.

²² Vůbec se zde nepredikuje pomocí příslovce *nai* 乃, které postupně získalo funkci spony za dynastie Han a sporadicky se objevuje v tomto významu už v Liu Huiově komentáři.

²³ Metoda 9.III.

výsledků²⁴. Z toho důvodu se v „Devíti kapitolách“ nevytvářejí výroky o rovnosti, pro které by sponová částice byla ideální, ale dynamické přiřazovací výroky, pro něž je mnohem vhodnější adverbialní nebo verbální vyjádření změny. Částice *ye* má navíc tu nevýhodu, že vyžaduje v subjektu nominální frázi, zatímco slova jako *ji*, *de* a *wei* mohou stát za jakoukoliv větou vyjadřující změnu stavu. Nezanedbatelný důvod je určitě také rytmika a snaha o stručnost a snadnou zapamatovatelnost. Používání *ye* zdůrazňuje dělení věty na část subjektu a predikátu a rozbíjí plynulou posloupnost předpisu.

Nejběžnější formální způsob predikace identity je pomocí příslovce *ji* 即, které překládám „to je“. Velmi často se vyskytuje i sloveso „získáme“ *de* 得. Těsně za sebou je nacházíme například v metodě 1.II: Počet *li* našich a naděl se vzájemně vynásobí. Získáme sebrané *li*. Násobíme 375, to je počet *mu*. Obě se mohou spojit do sousloví²⁵ „a tak získáme ...“ *ji de* 即得, například v metodě 4.XIV: Položme množství sebraných kroků, násobíme ho 12, dělíme odmocněním čtverce a tak získáme obvod. *kai fang chu zhi ji de zhou* 開方除之即得周. Tento typ spojení je málo častý, nejvíce se vyskytuje v pozdějších vrstvách textu v 9. kapitole. V klasickém textu je málo častá i jeho varianta bez předmětu „a tak získáme [výsledek]“, která neslouží k interpretaci výsledku, ale k označení konce algoritmu. V překládaném výboru se vůbec nevyskytuje, je však důležitá kvůli srovnání s Liu Huiovým a Li Chunfengovým komentářem, které právě tuto formulaci používali na závěr výkladu či ověření metody jako potvrzení, že transformacemi metody na základní algoritmy získáme totéž, co metoda klasického textu. Zárodek této funkce je přítomen už v klasickém textu, kde se vlastně potvrzuje, že metoda dává číselný výsledek, uvedený v odpovědi.

Zvláštní postavení má z hlediska interpretace výsledku sloveso „vytvářet, tvořit“ *wei* 爲, které slouží v kontextu algoritmu jen k přiřazení výsledků operací do míst na početní desce (vnitřních proměnných). Setkáváme se s ním pravidelně při

²⁴ Původně v knize Deng Donggao 邓东皋, Sun Xiaoli 孙小礼 et al: *Shuxue yu wenhua* 数学与文化 [Matematika a kultura], Beijing Daxue Chubanshe 1990, cituji podle [Fu Hailun 2003], str. 185.

²⁵ Tím se mimochodem ukazuje příslovečná, nikoli slovesná povaha *ji*.

vytváření *dělenec a dělitele*, často navíc s kvalifikátorem „každý příslušně“ *ge zi* 各自, například v metodě I.VII: Počtem rozestavených násobíme nesečtené a ty vytvoří, každý příslušně, dělenec rozestavených. Sloveso *wei* spolu s názvem výsledku se objevuje jako svého druhu výsledkový komplement za slovesy „sčítat“ *bing* (zásadně ale jen v případě „sčítání vedle“ – viz níže položka *bing* v oddíle „Početní operace“) a „násobit“ *cheng*, výjimečně „dělit“ *chu* (metoda 1.XVIIa – ta ale pravděpodobně pochází až od Liu Huie nebo Li Chunfenga). Může být přitom zařazeno jak přímo za sloveso, tak i za předmět plnovýznamový i zájmenný, čímž se liší od skutečných výsledkových komplementů v moderní čínštině a podržuje si status plnohodnotného slovesa (proto také často bývá fráze *wei ...* v anotovaných vydáních oddělována čárkou). Pokud však nemůže plnit roli komplementu, vyžaduje podmět, což se nejmarkantněji projevuje v zápisu odčítání, který se železnou pravidelností zní „odečteme menší od většího, zbytek je/vytvoří ...“ *yi shao jian duo, yu wei ...* 以少減多,餘爲... Jiným způsobem, jak se může osamostatnit od předchozí věty, je konstrukce „považovat za“ *yi wei* 以爲, která je ale v této stažené podobě vzácnější. Jejím zvláštním použitím je případ, kdy se výslovně dosazuje nějaké číslo v roli něčeho jiného (metoda 5.XIV). Sloveso *wei* má kromě toho řadu dalších funkcí, o některých již byla nebo ještě bude zmínka, zde je snad vhodné připomenout, že má i plný význam „vytvářet, vyrábět“, který se často objevuje v úlohách o různých řemeslnících.

Problematika přiřazování je poměrně složitá²⁶. Kromě jasných přiřazovacích formulací existují formálně nezvýrazněná přiřazení konečného výsledku v kontextu algoritmu (například metoda 2.XXXIII, kde se v průběhu algoritmu dozvíme „dělenec je [množství] levnějšího, dělitel je [množství] dražšího“ *shi jian fa gui* 實賤法貴) a také vytváření speciálních čísel „pojmenováním“ *ming* 命, které vystupuje v metodě 1.IV jako definice vzniku zlomku a v metodě 4.XIII jako způsob zacházení s čísly, která nemají racionální odmocninu. Přiřazování a interpretace se

²⁶ Z toho důvodu se ani nepokoušíme o srovnání s „Knihou výpočtů“, jejíž formulace jsou ještě mnohem nepravidelnější.

ještě více proplétají v komentářích.

Preskriptivní nebo deskriptivní charakter textu metody?

[Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 107, upozorňuje, že některé metody není vhodné překládat jako posloupnost příkazů, protože se tím zastírá jejich obecná platnost a vytváří umělý rozdíl proti jazyku komentářů, které je obvykle nutné překládat deskriptivně. Dokládá to na příkladu metody 1.I *Počet kroků našíř a naděl se spolu vynásobí, získáme sebrání kroků. *guang zong xiang cheng de ji bu* 廣從相乘得積步. Imperativ by neobsahoval zájmeno *xiang* 相 („spolu, navzájem“), které je znamením, že slova před ním jsou podmětem. Podle Karine Chemla je tato metoda konkrétně vyjádřením obecného pravidla či vztahu, ne jen pokynem, co dělat s čísly. Na druhou stranu je řada metod, které jinak než jako pokyny překládat nelze. Například závěr metody 1.III *yi shao jian duo, geng xiang jian sun, qiu qi deng ye* 以少減多, 更相減損, 求其等也 je prostě sled pokynů (a tak ho překládá i K. Chemla): Odečteme menší od většího, znovu vzájemně odečítáme a odebíráme, až jsou si obě čísla rovná.²² Je ale pravda, že většina metod v sobě skrývá prvky obecného popisu, například ve stejné metodě 1.III *ke ban zhe, ban zhi, bu ke ban zhe, ...* 可半者, 半之。不可半者, ... Když lze půlit, půlíme. Když nelze půlit, Zde vidíme rozbor jednotlivých případů, které mohou nastat, pro něž se sice předepisují postupy, ale zároveň je to popis možných případů. Tím se plynule dostáváme k dalšímu důležitému prvku metod – větvení algoritmu.*

Větvení algoritmu

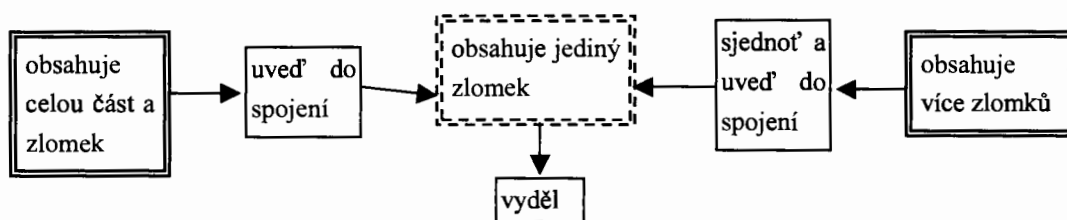
Sám fakt, že se v „Devíti kapitolách“ vyskytují algoritmy s větvením, dokazuje nade vší pochybnost, že to není jen sbírka řešených úloh. Větvení je znakem obecného algoritmu, který musí vyhovovat různým situacím. Díky tomu se vyskytuje pouze v obecných metodách, nebo alespoň v metodách, shrnujících

²² K. Chemla překládá „On soustrait le plus petit du plus grand, on les diminue en les soustrayant tour a tour l'un de l'autre jusqu'à trouver qu'ils soient égaux“. [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 157.

příklady s lehce odlišnými parametry. Křížovanky, na kterých se algoritmy větví, jsou zejména výskyt smíšených čísel a soudělnost.

Jazyk algoritmu má nicméně jen minimální prostředky pro naznačení hranice podmínkových bloků, takže složitější větvení nepřipadá v úvahu. „Devět kapitol“ ale obsahuje a formuluje i několik obecných iterativních algoritmů (tj. takových, kde počet opakování není předem dán a závisí na parametrech výsledku), které by odpovídaly cyklu `do ... while ...` moderních programovacích jazyků.

Typický příklad větvení je v metodě 1.VIII, kde se nejprve popíše dělení zlomku v jednoduchém případě a pak se řeší, jak ve složitějších případech vytvořit stejná vstupní data, s jakými pracuje hlavní část metody. Lze to znázornit zjednodušeným schématem:

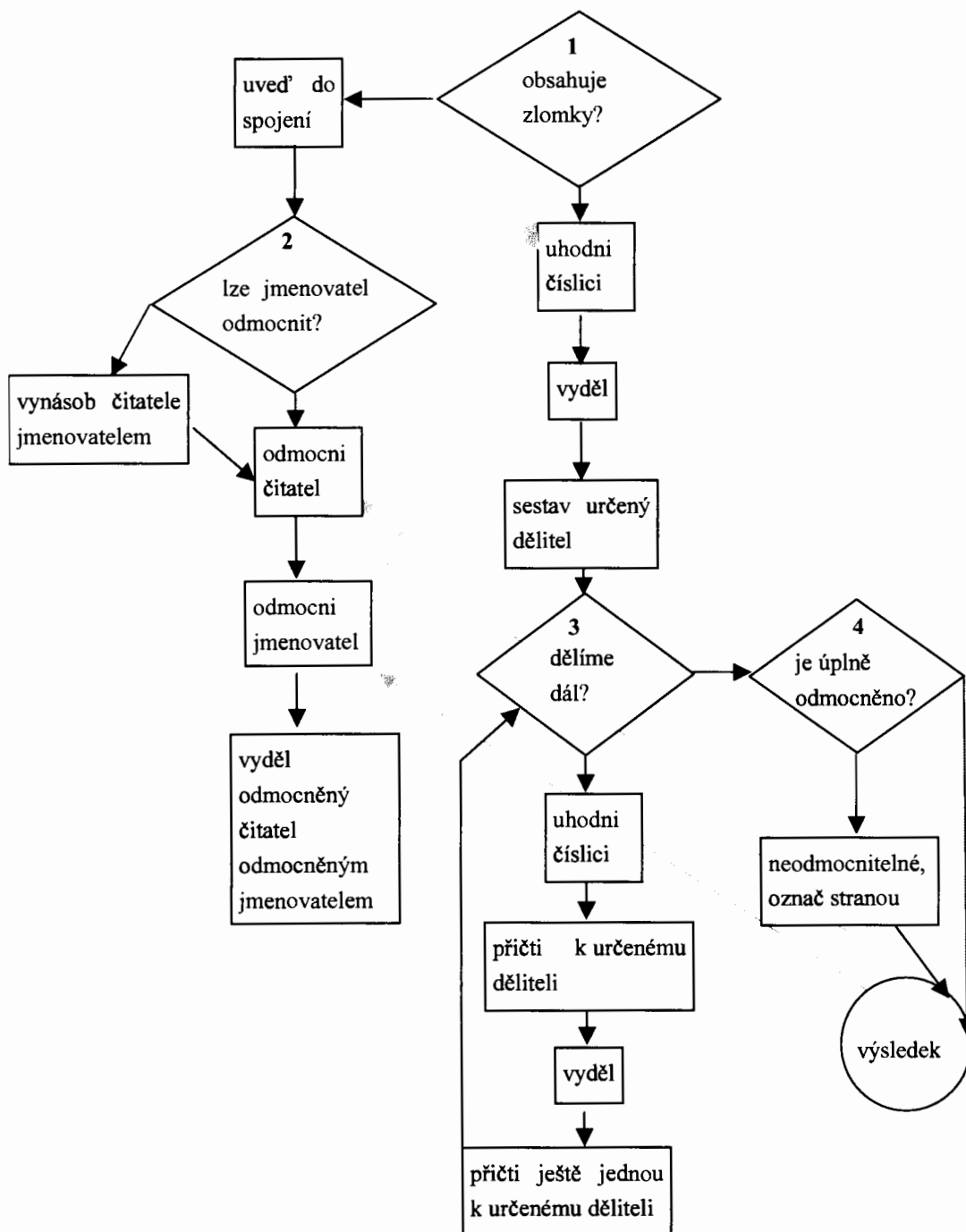


Obr. 1 Schéma větví algoritmu „Prokládání zlomků“

Asi nejsložitější větvení obsahují algoritmy výpočtu odmocnin, který je navíc tvořen iteračním cyklem. Naznačíme zde algoritmus druhé odmocniny (obr. 2). Podobně jako u dělení zlomků je nejprve popsán výpočet v základním případě. Jako první narážíme na podmínku, označenou na obr. 2 číslem 3, tedy na podmínku opakování iterace. Je vyjádřena pomocí částice *qi 其*: Jestliže dělíme dále, redukuje dělitel a pokračujeme. Znovu položíme vypůjčenou tyčinku, krokujeme ji jako prve, opět uhodnutou číslicí ji jednou vynásobíme atd. *qi fu chu 其復除*. Po provedení několika iterací zjišťujeme, že dál dělit (odmocňovat) nelze, a to je konec algoritmu. Dostáváme se do podmínky 4, která je popsána jako Pokud odmocněním nebylo něco vyčerpáno, je to neodmocnitelné, má se to označit stranou. *ruo kai zhi bu jin zhe, wei bu ke kai, dang yi mian ming zhi 若開之不盡者，爲不可開，當以面命之*. Tato na klasický text nezvykle výmluvná věta značí podmínku hned dvěma formálními prostředky (*ruo* – „pokud“ a *zhe* „v případě, že“). Z její formulace je

nepochybné, že toto rozhodování odmocnitelné-neodmocnitelné je až po odmocnění.

Obr. 2 Schéma výpočtu druhé odmocniny (kosodélníky jsou rozhodovací bloky, modré šipky znamenají kladnou odpověď na otázku, červené zápornou; čárkovanými spoji jsou naznačeny vztahy ekvivalentní „volání funkce“)



Podmínky 1 (Pokud jsou v dělenci zlomky *ruo shi you fen zhe* 若實有分者)

a 2 (Pokud je jmenovatel neodmocnitelný *ruo mu bu ke kai zhe* 若母不可開者)

jsou formulovány stejně jako podmínka 4, ale bez definic. Liší se také tím, že jejich vyhodnocení by ve skutečnosti probíhalo před samotným odmocněním, jak je naznačeno na obr. 2.

V obou analyzovaných případech tak bylo pořadí podmínek dáno pedagogickým záměrem postupně zobecňovat a komplikovat úlohu, ne jejich skutečnou pozicí v podmínkovém větvení. Metodu se studenti učili nazpaměť a mohli si proto její jednotlivé části vybavit v kterémkoli bodě řešení úlohy. Řešitel matematické i nematematické úlohy, v Číně jako u nás, si ji nejprve analyzuje a zařazuje jí do kategorie²⁸. Přitom si všimne prvků, které určí potřebné kroky algoritmu.

Nejběžnější je vyjádření podmínky pouze pomocí *zhe* 者, které by se dalo přeložit jako „v situaci, kdy“. Z mnoha použití můžeme citovat metodu 1.III: „Když lze půlit, půlíme“, metodu 1.IV: Mají-li stejné jmenovatele, přímo se navzájem přiřadí, metodu 1.VIII: Pokud mají zlomkovou část, uvedeme je do spojení ad. Větvení převažuje v obecných metodách 1. a 4. kapitoly, jinak se omezuje na často opakované pokud jsou zlomky, uvedeme je do spojení *you fen zhe, tong zhi* 有分者通之. Pokud se používá *ruo* („pokud“), *zhe* se může nebo nemusí použít také. Kromě toho může být pro cyklus definován také jako podmínka ukončení vztah, který má platit na jeho konci, pomocí slovesa „požadovat“ *qiu* 求, jako v metodě 1.III: Dále se navzájem odčítají, až jsou si rovné. *geng xiang jian sun, qiu qi deng ye* 更相減損, 求其等也. Částice *qi* 其 se v podmiňovacím významu vyskytuje vzácně, obvykle ve významu „jinak“ (což se v programovacích jazycích zapisuje jako *else ...*). Takovým typem použití je například metoda 1.IV: Jinak pokud mají stejné jmenovatele, přímo se k sobě přiřadí *qi mu tong zhe, zhi xiang cong zhi* 其母同者, 直相從之.

Zvláštním způsobem je podmíněčné větvení vyjádřeno v metodách „Přebytek a nedostatek“ v 7. kapitole. Implikace „dosadíme-li X, chybí/přebývá

²⁸ Moje profesorka matematiky na gymnáziu říkávala studentům, které vyvolala k tabuli, něco ve smyslu: „Nejdřív se s příkladem pomazlíme a pak teprve můžeme začít počítat.“

Y“ v úlohách o společném nákupu jsou zcela neznačené, vyplývají z tradičního způsobu zadání takové úlohy, například „[když každý] člověk vydá 8, přebývají 3; [když každý] člověk vydá 7, chybí 4.“ V metodách, kde dva chybné odhady slouží jako pomůcka pro výpočet jiného typu, jsou tyto implikace či spíše „counterfactuals“ již zdůrazněny (typické *inferenční zadání*). Čistě k tomuto se využívala paralelní konstrukce se slovesy *jia* 假 „dejme tomu“ a *ling* 令 „nechme, přivodme, aby“: „Dejme tomu, že je necháme být X, bude navíc A; nechme je být Y a bude chybět B“ *jia ling X, duo A; ling zhi Y, bu zu B* 假令 X, 多 A; 令之 Y, 不足 B.

Vzájemné vztahy metod vůči sobě

Zde se chci zmínit o dvou rysech „Devíti kapitol“ – o vytváření shluků alternativních metod řešení a o odkazech na obecnou metodu ve speciálních metodách.

Asi nejčastěji zmiňovaným příkladem více metod k řešení stejného problému jsou čtyři metody výpočtu plochy kruhu (označuji je 1.XIV – 1.XIVc). Všechny 3 alternativní metody jsou uvedeny frází Další metoda zní *you shu yue* 又術曰. Jejich pořadí (alespoň v tomto případě) není zřejmě historické, ale odráží jejich souvislosti: metoda 1.XIV (Polovina obvodu a polovina průměru se spolu vynásobí) je základní (polovina obvodu je „délka“ a polovina průměru „šířka“ pravoúhlého pole). Druhá metoda je úpravou první pro snížení počtu početních kroků. Další dvě metody ale znamenají větší průlom, protože umožňují (i když nepřesně) vypočítat plochu kruhu z jeho jediného rozměru, jakmile víme, jaký je poměr mezi obvodem a průměrem („Devět kapitol“ předpokládá, že 3:1).

Jiný způsob připojení alternativní metody je pomocí *qi yi shu* 其一術 „ještě jiná metoda“. Toto spojení se objevuje v kapitole 7.

Sdružování speciálních metod za obecnou metodou je zdůrazněno především volbou klíčové fráze, která speciální metodu interpretuje v kontextu obecné metody. V první kapitole to je typicky ... se spolu vynásobí, získáme sebrané kroky, ve

druhé používání konkrétních převodních předpisů typu „vynásobíme pěti, 3 dají 1“, ve třetí identifikace hodnot, které poslouží jako rozdílná množství (*cui*) větou Položme ... , to jsou jednotlivá rozdílná množství, vedle je sečteme na dělitel, nesečtená násobená ... vytvoří dělenec, každá část dělence, která je jako dělitel, dá 1 ..., ve čtvrté ve specializačních metodách typu „Menší šířka“ řada rozšíření „z X bude Y“, v 7. a 9. kapitole systematické používání proměnných a operací s nimi, příslušných obecné metodě („přebytek“ a „nedostatek“ spolu s „násobením křížem“ resp. odvěsny a přepona a ustavičné umocňování a odmocňování). Metody 5. a 6. kapitoly jsou formálně méně stejnorodé, naopak velká část metod 8. kapitoly se omezuje na odkaz na první metodu: Jako „Měření vedle sebe“ *ru fang cheng* 如方程.

Prvky vnitřního komentáře v metodách klasického textu

Texty metod jsou většinou opravdu „na kost“ zredukované předpisy algoritmů, které nechávají stranou všechny jejich skryté vlastnosti, na které by kvůli lepšímu porozumění bylo vhodné poukázat. Jediný prostředek vysvětlení je volba slov, kterými jsou označeny operace a operandy, a interpretace výsledků a mezivýsledků. V některých případech se zdá, že interpretace výsledku není podmíněna potřebnou srozumitelností metody z hlediska řešení úlohy, ale spíše objasněním reálného významu výsledku, které má pomoci zvolit tu pravou metodu podle povahy situace. Mám zde na mysli například metodu 1.VI: Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1. A to je vzájemný rozdíl. *shi ru fa er yi ji xiang duo ye* 實如法而一即相多也. Co je zde pozoruhodné je částice *ye* 也, která následuje za větou, a která je v klasickém textu extrémně vzácná. Je typická právě pro vysvětlivky, definice apod. I zde má pravděpodobně tento účel, protože odlišuje tuto metodu od předcházející metody odčítání zlomků.

Podobnou sdělnost jsme viděli i v metodě 4.XIII, kde se definuje termín „neodmocnitelné“, aby mohl být jako zkratka používán v dalším průběhu algoritmu, a navíc se řešení této situace navrhuje s modálním slovesem „je v souladu s fakty,

mělo by se“ *dang*, které je typičtější pro komentáře, protože naznačuje určitou nejistotu a konvenční povahu řešení.

Jako komentáře lze chápat také rozvedení obecné metody, pokud je jen náznakem řešení. S takovými případy se setkáváme v 7. a 8. kapitole. Konstrukce 7. kapitoly jsme už zmínili, jejich spojitost s obecnou metodou je založena na vyjmenování vstupních operandů, které lze získat z příkladu (postup výpočtu chyb těchto odhadů přitom není rozepsán). V 8. kapitole se používá již zmíněná formulka Jako „Měření vedle sebe“ *ru fang cheng* 如方程, za níž jsou případně zdůrazněny odlišnosti řešení od běžného postupu (nejčastěji interpretace záporných hodnot a poukaz na metodu „Kladná a záporná čísla“). Tyto doplňky ale nejsou přidávány systematicky a jejich přítomnost či absenci nelze vykládat jako významný prostředek vysvětlení.

Početní operace

Pro základní operace s čísly existuje rejstřík slov, která jsou někdy synonymní, jindy však mají výrazné jedinečné použití. Lze je klasifikovat podle toho, zda se používají v prefixové (polské), infixové nebo postfixové (obrácené polské) notaci, zda označují operaci nebo její výsledek a jaké mohou přijímat příslovečné modifikátory. Zatímco v pozdějším vývoji dospěla čínská matematika (v osobě Li Yeho kolem roku 1247) až k formulaci rigorózního jednoznačného zápisu aritmetických operací, v „Devíti kapitolách“ se často používají pro argumenty operací zájmena, která vzhledem k tomu, že nejsou dána žádná pravidla asociativity, mohou být nejednoznačná.

[Cullen 2004], str. 25, doporučuje nehledat v staročínských textech ekvivalenty našich početních operací, ale raději vycházet z čínských termínů a popisovat jejich obsah. S tímto doporučením nelze než souhlasit, přesto si dovoluji zařadit tyto termíny do čtyř kategorií podle toho, které početní operaci v dnešní matematice jsou nejbližší.

Sčítání

Pro sčítání existuje v „Devíti kapitolách“ překvapivě mnoho způsobů zápisu. Nejběžnějším je *bing* 並, které lze používat pro dva i více operandů, a které implicitně probíhá fyzickým spojením slučovaných čísel (proto je často uváděno s kvalifikací „vedle“ *fu*, aby byly původní hodnoty – „ještě nesečtené“ *wei bing zhe* 未並者 – zachovány). Může zároveň vystupovat ve jmenné funkci součtu (metoda I.XII). Co se týče možných syntaktických vzorců, nejběžnější jsou tři: „sečteme A, B, ...“ *bing* A, B, ... ; součet výsledků předchozích operací reprezentovaných zájmenem ve spojení *bing zhi* 並之; a totéž bez zájmena, spojené rovnou s přiřazením „sečtením vytvoříme“ *bing wei* 並爲, které se nejčastěji objevuje ve spojení „vedle sečteme na dělenec/dělitel“ *fu bing wei shi/fa* 副並爲實/法.

Druhý, výrazně méně častý způsob zápisu sčítání je pomocí slovesa „přidat, přičíst“ *jia* 加. Jak už překlad napovídá, jedná se o přičtení jednoho čísla k jinému. Operandů tu nemají stejnou pozici, to, co se přidává, mizí, to, k čemu se přidává, zůstává na početní desce. Proto tato operace nevytváří nové číslo. Sloveso má prepoziční (pomocí *yi* 以) i přímou syntax. Prepoziční syntax se používá hlavně v případech, kdy není operand vyjádřen (4.XIII „přičteme ho k určenému děliteli“ *yi jia dingfa* 以加定法). Hlavní operand má charakter místa, proto může být v pozici podmětu nebo v postpozici (viz předchozí příklad), kde by teoreticky mohl být uveden předložkou „k“ *yu* 於. Je charakteristické pro strohost klasického textu, že se v něm tato varianta nikde nevyskytuje, přestože v jednom případě používá „přičíst k tomu“ *jia yan* 加焉. Nejčastěji se ale hlavní operand rozumí z kontextu jako výsledek bezprostředně předcházející operace a nevyjadřuje se nijak, například v metodě 3.VII: Vedle sečteme a přidáme [k tomu] 5 *dou dafua*, který přišel později. *fu bing er jia hou lai dafu wu dou* 副並而加後來大夫五斗. Sloveso *jia* se v klasickém textu vyskytuje jen na 18 místech.

Třetí sloveso, které se v klasickém textu opakuje 19-krát, je „přidat, dodat“ *yi* 益. Jeho výskyty jsou soustředěny jen do několika metod, největší díl tvoří komplex zadání – odpověď – metoda 1.15, 1.16 a 1.VII, kde je použito hned

šestkrát. Hlavní použití je pro přidávání v kontrastu s ubíráním, které vystupuje v 8. kapitole v souvislosti se zaváděním záporných čísel, ale občas *yi* prostě nahrazuje *jia*, jako v metodě 1.XVIIa „Vnitřní obvod se odečte od vnějšího, zbytek se pŕlí a pŕídá k vnitřnímu. V pŕekladu toto sloveso odlišuji od *jia* „pŕičíst“.

Za čtvrté se v klasickém textu na 8 místech v 7. a 9. kapitole objevuje sloveso „navýšit“ *zeng* 增. Podobně jako *jia* je nesymetrické, ale kromě syntaxe *yi* A *zeng* B, kterou s ním sdílí, je (častěji) bez podmětu i nepřímého předmětu a zařazuje se do posloupnosti více operací, činěných na nějakém čísle, s jediným operandem na místě předmětu, tj. tím, co se přidává. *Yi* i *zeng* jsou slovesa blízka přirozenému jazyku a používají se docela často i v „Knize výpočtů“.

Pátý způsob zápisu sčítání, jehož motivace je asi nejméně blízka modernímu čtenáři, je pomocí slovesa „následovat“ *cong* 從. Na rozdíl od sloves *bing* a *jia*, která jsou v klasickém textu vždy používána aktivně jako činnosti počtáře-manipulátora, je sloveso *cong* jaksi spontánní. To se formálně projevuje tím, že má syntax *A cong zhi* nebo související „vzájemnou“ *A B xiang cong* 相從. Podstata této spontánnosti je v tom, že čísla A a B musí být „stejnorodá“, aby se mohla „následovat“. Proto se tento zápis používá pro sčítání „přízpusobených“ čitateľů (metoda I.IV), „celé části uvedené do spojení“ a čitatele zlomku (metoda I.X), délek stejného řádu (4.XIII), nebo rozměrů ve stejném směru (řada metod 5. kapitoly). Může mít i prepoziční syntax podobnou slovesu *jia* (4.XIII – *yi cong dingfa* „pŕiřadíme ho k určenému děliteli“), ale rozdíl mezi nimi je v tom, že *jia* zdůrazňuje přidávání, zatímco *cong* doplnění něčeho, co k hodnotě patří. *Cong* se v tomto významu vyskytuje v klasickém textu jen na 6 místech.

Kromě těchto víceméně systematicky používaných termínů se tu a tam vyskytují metaforická slovesa, jejichž referens je sice také sčítání, ale za ustálený význam to rozhodně považovat nelze.

Zmíňme se ještě o jedné anomálii – metoda 1.IV, jejímž obsahem je sčítání zlomků, používá slovo „spojit, smísit“ *he* 合, které jinak sčítání vůbec neznamená a v textu metod se pro tuto operaci – ani v souvislosti se zlomky – nepoužívá. Jak

ukazuje případ „Knihy výpočtů“, která obsahuje obdobnou metodu *he fen shu* a podobně jako „Devět kapitol“ jinak sčítání a přidávání označuje jen slovy *bing*, *yi*, *zeng* a *cong* (*jia* se v „Knize výpočtů“ nevyskytuje), převzali kompilátoři „Devíti kapitol“ název této metody z matematické tradice. Můžeme se ostatně domnívat, že sčítání zlomků patří k nejstarším prvkům čínské matematiky vůbec. Obraz míchání nestejných částí je ideální metaforou toho, co se při sčítání zlomků děje. Sloveso *he* možná ve starších dobách znamenalo i sčítání, ale v „Devíti kapitolách“ se používá jen sporadicky jako slovo obecného jazyka pro smíchání nebo spojení různorodých částí, případně při popisu nedovřených dveří ve spojení „být netěsný“ *bu he*. Získalo pak nové důležité funkce v jazyce komentářů.

Odčítání

V „Devíti kapitolách“ už je standardním slovesem pro odčítání *jian* 減. To je rozdíl proti „Knize výpočtů“, kde se *jian* prakticky nevyskytuje a základní sloveso pro odčítání je *chu* 除. *Jian* se nejčastěji používá v „polské notaci“, tj. po vyjádření obou operandů ve frázi „odečteme menší od většího, zbytek je ...“ *yi shao jian duo*, *yu wei* ... 以少減多,餘爲... . Oba operandy jsou rovnocenné, protože, jak vyplývá z předpisu, toto odečítání je ve skutečnosti absolutní hodnota rozdílu. V případě, kdy jsou operandy snadno pojmenovatelné, používá se i infixní notace *yi A jian B* 以 A 減 B, například v metodě 1.VII: Odečítáme dělenec průměru a děleuce rozestavených. *yi ping shi jian lie shi* 以平實減列實. Tato formulace se používá v případech, kdy je možné předem říci, který operand je větší, například citovaná metoda konkrétně vychází z příkladu, kde jsou první dva zlomky větší než průměr a součet jejich přebytku pak představuje nedostatek posledního zlomku. Stejně jako v případě ostatních operací, i v této infixní notaci může být předmět nahrazen zájmenem *zhi*, nepřímý předmět za předložkou *yi* může být zcela vynechán. Oba způsoby jsou však relativně řídké, klasický text zjevně upřednostňuje co možná jednoznačné zápisy. V některých obzvláště formulovitých pasážích, které se často opakují (typicky „odečteme nedostatek, navýšíme přebytek“ v 7. kapitole), se výjimečně objevuje odečítaný operand jako přímý předmět.

Jak vyplývá ze zápisu prvního způsobu notace, kdykoli je třeba hovořit o výsledku odčítání, nabízí se slůvko „zbytek“ *yu 餘*. To je prostě číslo, které zbude po odčítání na početní desce. Kromě toho existuje i důmyslnější pojem „vzájemného rozdílu“ *xiang duo 相多*, který klasický text zavádí v metodě 1.VI. Tento pojem je ještě blíže absolutní hodnotě rozdílu a našel sporadické uplatnění v 9. kapitole, kde se jím označuje rozdíl dvou délek.

Nyní se dostáváme ke komplikovanému termínu *chu 除*, který v „Devíti kapitolách“ (a stejně tak v komentářích) může znamenat buď odčítání, nebo dělení a jeho deriváty, jako je druhá a třetí odmocnina. Z celkem 44 výskytů v klasickém textu (když pomineme irelevantní složeniny) spadá do kategorie odčítání 10 (z toho 5 je eliminace čili „úplné odečtení“ *zhi chu 直除*), do kategorie čistého dělení 23 a zbylých 11 je odmocňování. Kompilátoři klasického textu si zřejmě hrozící nejednoznačnosti byli dobře vědomi a proto první dvě použití, která se neliší ani syntaktickou valencí, odlišili pomocí kontextu: vždy když je řeč o odčítání, je podmětem (nebo častěji anteponovaným předmětem) následující věty „zbytek“ *yu*, zatímco po dělení není nic nebo obecnější „to, co získáme“ *suo de 所得*. Výjimku představují formulky pro zacházení se zápornými čísly v 8. kapitole „když jsou stejná/různá jména, vzájemně se odečtou“ *tong/yi ming xiang chu 同/異名相除*, jejichž interpretace je ale jednoznačná díky následujícímu paralelnímu „když jsou různá/stejná jména, vzájemně se přidají“ *yi/tong ming xiang yi 異/同名相益*. To je také jediný případ, kdy se před slovesem *chu* objevuje zájmeno *xiang* „spolu, vzájemně“. Nejčastější syntax slovesa *chu* ve významu „odčítat“ je prosté *chu A*, přičemž menšenec se rozumí z kontextu, například v metodě 3.XIX: „Položme počet *liangů* surového hedvábí, odečteme množství úbytku, zbytek je dělitel.“

Bylo zmíněno „úplné odečítání“ nebo eliminace *zhi chu 直除*. To je speciální termín v metodě 8.I „Měření vedle sebe“, používaný pro odečítání celého sloupce matice od jiného tak dlouho, dokud u jednoho členu nezbude nula: „Obilím nejvyšší jakosti vpravo násobíme všechny ve středním sloupci a eliminujeme ho.“ Tímto opakovaným odečítáním se dosáhne stejného efektu, jako by se oba

sloupce násobily křížem. Z 5 případů „eliminace“ jsou dva bez kvalifikátoru *zhi*, i když jeden lze vzhledem k numerickým okolnostem zadání chápat i jako obyčejné odčítání. Aby byl tento bod jasnější, je třeba ocitovat metodu 8.I v celku:

Zadání (8.1): Mějme 3 snopy obilí nejvyšší jakosti, 2 snopy obilí střední jakosti a 1 snop obilí nejnižší jakosti. Pak celkem máme dělenec²⁹ 39 *dou*. Mějme 2 snopy nejvyšší jakosti, 3 snopy střední jakosti a 1 snop nejnižší jakosti. Pak celkem máme dělenec 34 *dou*. Mějme 1 snop nejvyšší jakosti, 2 snopy střední jakosti a 3 snopy nejnižší jakosti. Pak celkem máme dělenec 26 *dou*. Ptáme se, kolik je dělenec na 1 snop obilí nejvyšší, střední resp. nejnižší jakosti?

Metoda „Měření vedle sebe“ (8.I): Metoda zní: Položíme 3 snopy nejvyšší jakosti, 2 snopy střední jakosti, 1 snop nejnižší jakosti a dělenec 39 *dou* na pravou stranu. Obilí ve středním a levém [sloupci] se rozmístí jako vpravo. Obilím nejvyšší jakosti vpravo násobíme všechny ve středním sloupci a eliminujeme ho. Násobíme další a také jej eliminujeme. Pak násobíme zbývajícím obilím střední jakosti ve středním sloupci všechny v levém sloupci a eliminujeme jej. Nevyčerpané obilí nejnižší jakosti v levé řádce je nahoře, tvoří dělitel, dole je dělenec. Dělenec je dělenec³⁰ obilí nejnižší jakosti.

Je třeba nejprve vysvětlit, že „Devět kapitol“ používá pro jednu „věc“, tedy jednu neznámou, které byly rozmístěny odshora dolů v souladu s označením jakostí – nejvyšší, střední, nejnižší – termín *lie* 列]. Naopak termín *hang* 行 označuje jedno „měření“, tedy jednu rovnici, které byly rozmístěny zprava doleva. Proto v protikladu s běžným významem slov *hang* a *lie* v dnešní čínštině překládám *lie* jako řádek a *hang* jako sloupec. Na druhou stranu staročínské rozložení soustavy rovnic na početní tabulce bylo proti našemu dnešnímu otočené o 90° po směru hodinových ručiček (stejně jako celý styl psaní), proto *hang* („sloupec“) nakonec *de facto*

²⁹ V originále je *shi* 實, které by zde mohlo být překládáno také jako objem. Jeho souvislost s dělením je však tak jednoznačná a obtíže s používáním dvou různých překladů v jediné větě tak odrazující, že se držíme standardního ekvivalentu. Navíc v jiných úlohách, které se netýkají objemů, se také používá *shi*, proto je lépe chápat ho co nejobecněji.

³⁰ Zde je ostře patrná dvojznačnost slova *shi*, které znamená v jednom případě spíše matematický pojem dělence, v druhém spíše skutečný objem obilí nejnižší jakosti. Uvědomme si, že uspořádání, které bylo dosaženo, ještě neudává výsledek na jeden snop, je to stále jen dělenec, který bude v závěru metody třeba vydělit.

odpovídá řádku matice a *lie* („řádek“) sloupci matice.

V první části metody se eliminuje první člen z prostředního a levého sloupce a druhý člen z krajního levého sloupce. V naší (tj. novověké) eliminační metodě se toho dosahuje křížovým násobením, které si na jednodušším příkladu matice 2 x 2 můžeme ukázat takto:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ ac & bc \\ ca & da \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & da - bc \end{bmatrix}$$

Metoda „Devíti kapitol“ obchází potřebu pomocného řádku s roznásobenými koeficienty tím, že mechanicky opakuje odečítání. Mějme na paměti, že vzorový příklad obsahuje samé nízké koeficienty, zato jich obsahuje poměrně hodně, proto je odčítání asi trochu pohodlnější:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ ca & da \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ ca - a & da - b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ ca - 2a & da - 2b \end{bmatrix} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & da - cb \end{bmatrix}$$

Toto opakované odčítání se tedy označuje jako *zhi chu*. Po provedení tří eliminací získáme trojúhelníkovou matici, která s ohledem na zadání 8.1 vypadá takto (sloupečky a řádky jsou otočené podle staročínského vzoru):

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ \hline 36 & 1 & 1 \\ \hline 99 & 24 & 39 \end{bmatrix}$$

Metoda pokračuje poučením, jak z trojúhelníkové matice získat matici diagonální, a zde se právě dostáváme do terminologických potíží:

„Když hledáme střední jakost, dělitelem se vynásobí dělenec na spodku středního sloupce a eliminuje (doslova **odečte**) se dělenec obilí nejnižší jakosti. Každá část zbytku, která je jako počet snopů obilí střední jakosti, dá 1 a to je dělenec střední jakosti. Když hledáme nejvyšší, také se dělitelem vynásobí dělenec na spodku pravého sloupce a eliminuje (**odečte**) se objem střední a nejnižší jakosti.“

Nejprve opět na vysvětlenou: aby se snížil počet operací se smíšenými čísly, která by se na početní desce v tomto uspořádání asi i nepohodlně rozstavovala, neprovede se zpočátku dělení $99/36$ a s oběma čísly se pracuje samostatně pod názvem „dělitel“ a „dělenec obilí nejnižší jakosti z levého sloupce“ (v Liu Huiově terminologii „rozložený dělenec“ *lie shi*). Z toho vyplývají i následné obraty, které jsou pro nás, zvyklé uvažovat v symbolické algebře, nejen cizí, ale na první pohled i nesprávné. Střední sloupec totiž projde těmito úpravami:

$$\left[\begin{array}{c} 0 \\ 5 \\ 1 \\ \hline 24 \cdot 36 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{c} 0 \\ 5 \\ 0 \\ \hline 24 \cdot 36 - 99 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 153 \end{array} \right]$$

Abychom pochopili, co se děje, stačí si uvědomit, že celá rovnice se vlastně násobí jmenovatelem („dělitelem“) objemu nejnižší jakosti, ale tato úprava se do horní strany nijak nepromítá! Počtář si jen pamatuje, že na konci musí ještě vydělit 36, ale do té doby se nebude zatěžovat se zlomky. Text metody „odečítá“ místo eliminace díky tomu, že počet snopů je právě 1. To už ale neplatí při dalších úpravách pravého sloupce (připomeňme si, že 153 pro střední jakost je pouze dělenec, princip násobení 36 je stejný jako v minulém případě):

$$\left[\begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 1 \\ \hline 39 \cdot 36 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 0 \\ \hline 39 \cdot 36 - 99 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{c} 3 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 1305 - 2 \cdot 153 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 333 \end{array} \right]$$

Jak je vidět, odečítání zde opět znamená „úplné odečítání“, i když tak v klasickém textu není pojmenováno a běžně se na to neupozorňuje ani v komentářích, ani v překladech.

Dodejme, že výsledky po vydělení 36 (9,25, 4,25 a 2,75 *dou*) samozřejmě odpovídají skutečnosti.

Volba slovesa *chu* pro eliminaci je velmi přirozená. I dělení začalo být nazýváno *chu* právě proto, že v jeho průběhu se provádí odečítání násobků (také „úplné odečítání“, tj. dokud je zbytek větší nebo roven děliteli).

Kromě těchto dvou sloves pro odečítání *jian* a *chu* se používá ještě

„ubírat“ *sun* 損, které vystupuje jako synonymum *jian* v metodě 1.III: Odečteme menší od většího, znovu vzájemně odečítáme a odebíráme, až jsou si obě čísla rovná. *geng xiang jian sun* 更相減損. *Sun* je primární antonymum slovesa *yi* 益, se kterým vystupují jako odborné termíny pro relativní přebytky a nedostatky při řešení soustav lineárních rovnic se zápornými koeficienty v 8. kapitole. Tuto otázku z prostorových důvodů nebudu blíže rozebírat.

Násobení

Násobení na početní desce probíhalo (stejně jako všechny ostatní operace) zleva doprava, tedy v opačném pořadí než v moderním písemném způsobu počítání. V „Devíti kapitolách“ není popsáno (není to kniha pro začátečníky, jak napsal Chr. Cullen), ale můžeme se obrátit na klasickou „příručku pro začátečníky“, *Sunzi Suan Jing* neboli „Klasickou matematickou knihu Mistra Suna“³¹:

Metoda veškerého násobení je taková, že se znovu rozloží pozice [tak, že] horní a dolní se spolu pozorují³², když má horní pozice desítky, posunuje se [dolní pozice] na desítky, když má stovky, posunuje se na stovky, když má tisíce, posunuje se na tisíce. Horním se zmnoží dolní³³, výsledné množství se rozloží na střední pozici. Když se říká deset, přecházíme, když není plných [deset], je jak samo je³⁴. Z horní pozice po pronásobení odstraň přední řád, dolní pozici po

³¹ Doba vzniku této knihy není známá, v kronice dynastie Sui byl uveden jen její název (ale s jiným počtem sešitů (*juanů*), než který má dnes) bez udání autora i doby vzniku. Za dynastie Qing ji básník a učenec Zhu Yizun 朱彝尊 (1629-1709) označil za dílo slavného stratéga Sun Wua z doby Válčících států (autora textu *Sunzi Bing Fa* neboli „Mistr Sun o válečném umění“), ale Dai Zhen tento názor v „Bibliografii k Úplné knihovně čtyř pokladů“ (*Si Ku Quan Shu Zong Mu Ti Yao*) vyvrátil poukazem na úlohy zmiňující hanské instituce a buddhistické knihy. Další badatelé našli ještě zmínky o čínských šachách se šachovnicí 19 x 19 (ještě texty z doby Tří říší zaznamenávají šachovnici 17 x 17) a daňovém systému založeném za dynastie západní Jin (265 – 316). Zároveň je kniha citovaná v jiných matematických dílech z doby Sui (581 – 618), soudí se, že byla sepsána do dnešní podoby mezi 3. a 5. stoletím (viz např. [Mikami 1912-3], str. 25, [Li Yǎn, Dū Shí ró n 1987], str. 92). Pasáž o početních operacích je v první kapitole (*shang*). Text překládám podle citace v [Shen Kangshen 1999], str. 44.

³² Tj. poslední řád dolní pozice je pod prvním řádem horní pozice.

³³ V originále *yi shang ming xia* 以上命下, vystupuje zde stejné sloveso *ming*, které se pro násobení občas používá i v Liu Huiově komentáři.

³⁴ V originále *yan shi ji guo, bu man zi ru* 言十即過, 不滿自如. Mohli bychom to vyjádřit návodněji: „Když říkáš -náct, -cet nebo -sát (*shi*), přejdi [s desítkami do vyššího řádu], to, co nenaplní [deset], je [ponecháno] tak, jak je samo od sebe.“

pronásobení celou posuň zpět [doprava]. Šest se nehromadí, pět není tyčinka²⁵.

Horní a dolní se spolu násobí, když dojde k vyčerpání, je konec.

Násobení mohlo být vyjádřeno mnoha odlišnými formulacemi v závislosti na tom, jakou povahu měly operandy (součinitele), jak byly vůči sobě rozložené na početní desce a nikoli nejméně také na tom, která formulace se pisateli zdála s ohledem na rytmus a vyváženost věty nejvhodnější.

Základní je formulace násobení pomocí slovesa *cheng* 乘 (v původním významu „nasedat na koně“, z toho zřejmě metaforicky „nakládat stejná množství na sebe“). V „Devíti kapitolách“ ho nacházíme ve třech základních konstrukcích z hlediska umístění operandů a jako součást názvů specifických operací (násobení křížem, mocnění) s adverbialními kvalifikátory. Násobení bývá často posledním úkonem, kterým vzniká dělenec či dělitel, proto po tomto příkazu vždy následuje přiřazení pomocí *wei* 爲 (jako v citovaném případě) nebo *ji* 即, pokud jsou třeba ještě další operace, často se oddělují pomocí „dále“ *you* 又. Protože sloveso *cheng* má ze všech sloves pro početní operace nejbohatší rejstřík syntaktických struktur, zastavíme se u nich podrobněji.

1. Typ A: 以 Y 乘 X

Příklad: metoda 1.XV : Násobíme průměrem obvod 以徑乘周 *yi jing cheng zhou*

Toto je explicitní zápis, který je možné použít, když je Y a X dostatečně sevřené a nominalizovatelné. V této konstrukci zjevně ani jeden součinitel není podmětem, sloveso vyjadřuje působení počtáře. Zápis je asymetrický, protože operand X je jakožto přímý předmět centrální, operand Y vedlejší. Někdy není možné rozlišit, jestli předložkové 以 patří k násobení, nebo k následujícímu 爲. Například ve větě Vezmeme to, čím poměřujeme, krát počet měďáků jako dělenec 以所率乘錢數爲實 (metoda 2.XXXIII) je možné vidět buďto posloupnost činností

²⁵ Pripomenutí principu záznamu čísel početními tyčinkami – při přechodu z 5 \equiv na 6 \top (u sudých řádů) je třeba místo přidání další tyčinky tři odebrat a jednu položit kolmo, při opačném postupu naopak nestačí odebrat kolmou tyčinku, ale je třeba doplnit čtyři svislé (nebo vodorovné, podle řádu).

(tomu by odpovídal překlad „tím, čím poměrujeme, vynásobíme množství měďáků a to vytvoří dělenec“, výrazem takovéto interpretace je vložit před 爲實 čárku), nebo spíše vzorec 以……爲…… (který vyjadřuje tento překlad). Druhá interpretace se na první pohled příčí jak „operativní“ povaze textu, tak i plnovýznamovému charakteru slovesa 乘 v klasické čínštině. Není ale ani zcela bez podpory: zejména je zajímavé, že když se deklarují těsně po sobě vstupy nějaké operace (například dělenec a dělitel, odvěsny, členy trojčlenky – metody „Mějme“ apod.), může být předložka 以 v dalších deklaracích vynechána (tak to je například v metodě 3.XV nebo 6.VIII).

Tento nejobširnější zápis násobení je v „Devíti kapitolách“ asi nejrozšířenější (počítáme-li k němu i případy, kdy je místo explicitního přímého předmětu použito zájmeno 之). V případech, kdy je možné vyjádřit oba součinitele a jeden z nich je číselný údaj, se žádný jiný zápis nepoužívá. Jedinou variantou je v tomto případě tvar bez předložky 以. Tato situace je v klasickém textu „Devíti kapitol“ výjimečná, vyskytuje se v čisté podobě pouze v šesti případech.

Bylo by možné vidět ve vzorci $A \text{ 乘 } B$ konstrukci podmět – *cheng* – předmět. Svádí k tomu fakt, že v češtině nebo angličtině (a patrně ve velkém počtu dalších jazyků) má sloveso „násobit“ tu vlastnost, že může vyjadřovat jak aktivní činnost (jako ve větě „násobíme číslo A číslem B“), tak vyvolané působení (jako ve větě „číslo A násobí číslo B“). Platnost druhého typu použití v klasické čínštině v zásadě dokazuje existence konstrukce $AB \text{ 相乘}$, která je vázána na schopnost A i B tvořit podmět, a konstrukce $a_i \text{ 互乘 } b_i$, kde hraje a_i významu podmětu (v této konstrukci se nikdy uvození předložkou nepoužívá). Přesto budu nadále konstrukci $A \text{ 乘 } B$ označovat jako „elipsa předložky“.

Elipsa předložky je běžná už v *Suan Shu Shu*, ale pouze v části, kde se vyjmenovává násobilka (kterou v Devíti kapitolách nenajdeme). Takže čteme například [Když] deset násobí wan, je to sto tisíc (deset wanů).“ 十乘萬, 十萬也 (proužek 11, str. 118). V popisu obecnějších metod někdy předložka chybí také – například Jmenovatel násobí jmenovatel na dělitel 母乘母爲法 (proužek 24, str.

120). Ve většině textu, zejména v metodách, které se podobají Devíti kapitolám, ale i *Suan Shu Shu* důsledně používá předložku.

Zmíněný explicitní typ se může změnit na polovyjádřený vynecháním některého předmětu. Častější je typ ($\dots\dots=X$), 以 Y 乘之, například v metodě 1:II: (Počet *li* našíř a naděl se vzájemně vynásobí. Získáme sebrané *li*.) Násobíme je 375, to je počet *mu*. (廣從里數相乘得積里) *yi san bai qi shi wu cheng zhi* 以三百七十五乘之.

Toto je přímá pravidelná transformace základního násobení. *Zhi* znamená výsledek předchozí operace. Aby se text vyhnul opakování, používá tuto konstrukci bez ohledu na to, zda výsledek předchozí operace pojmenoval nebo ne. Vedlejší operand, který je pojmenován přímo, musí být buď číslo nebo název veličiny.

Druhý podtyp ($\dots\dots=Y$), 以乘 X , je použit v metodě 1.XII: Sečteme obě [strany přilehlé ke straně] zkosené a půlíme, tím násobíme kolmou délku nebo šířku. *yi cheng zheng zong ruo guang* (并兩邪而半之) 以乘正從若廣

Zde se výsledek předchozí operace používá jako vedlejší operand. Tato transformace je poněkud méně častá (11 výskytů), vedou k ní zřejmě hlavně rytmické důvody, případně podobný mechanismus, který vedl ke stahování konstrukce *yi X wei Y* na *yiwei XY*, totiž snaha zjednodušit větu. Pravidelně se takto pracuje se zbytkem *yu* z odčítání, který se klade vždy přímo za předpis odčítací operace jako určité označení výsledku a protože tuto pozici nemůže opustit, netvoří nikdy přímý předmět.

V jednom případě jsou oba podtypy spojeny a sloveso je použito se dvěma nevyjádřenými předměty, čímž se blíží formě XY 相乘:

Položme jeden *jin*, uveďme do spojení míry zdanění a vynásobme tím to. *zhi yi jin, tong suo shui zhe yi cheng zhi wei shi* 置一斤, 通所稅者以乘之爲實 (metoda 6.XXVIII). V tomto případě je patrná silná setrvačnost z ostatních metod stejného bloku, kde se všude opakuje konstrukce: „Položme ..., vynásobme to ...“. Přitom zde je násobení z hlediska numerického zbytečné.

Další ještě stručnější podtyp je konstrukce 乘 X , která se objevuje po

příslovcích 又 a 再, případně po číslovkách, které označují, kolikrát se má takové násobení opakovat, například v metodě 8.I: Opět násobíme další a také jej eliminujeme. Je omezen na místa, kde se mluví o násobení jako o unární operaci, protože její vedlejší operand se používá opakovaně.

2. Typ XY 相乘

Příklad – metoda 1.I: Počet kroků našif a naděl se spolu vynásobí, získáme sebrání kroků. *guang zong bu shu xiang cheng de ji bu* 廣從步數相乘得積步.

Tento způsob zápisu „v polské notaci“ je oblíbený tam, kde lze oba operandy pojmenovat a není důvod rozlišovat, který je důležitější. Díky tomu není nutné je rozlišovat vůbec a tím je tato formulace jediným způsobem zápisu součinu více čísel: X_i 相乘. Musí být ovšem nějak souhrnně označeny. Nejčastěji se takto popisuje výpočet společného jmenovatele – jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel *mu xiang cheng wei fa* 母相乘爲法.

Xiang „spolu, jeden druhého“ je prvním typem adverbiálního určení násobení, používají se však i další. *Ge cheng* X_i 各乘 (其) Y_i „každý vynásobí svůj“ je předpis pro násobení dvou parametrů nějakého vztahu nebo objektu pro všechny tyto objekty, například v metodě 1.X: Jmenovatele vynásobí každý svůj celek. *fen mu ge cheng qi quan* 分母各乘其全. *Hu cheng* X_i 互乘 Y_i „vynásobí si navzájem“ je speciální termín pro roznásobení čítelů ostatních zlomků jmenovatelem jednoho každého zlomku, jak je používán ve formulce *mu hu cheng zi* 母互乘子 (Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele), paralelní k výše zmíněné *mu xiang cheng*, kterou se vytváří společný jmenovatel. Kromě jmenovatelů jako takových se ve dvou případech před *hu cheng* vyskytují jiné, konkrétnější termíny, které ale také plní roli jmenovatelů.

Wei cheng 維乘 „křížem vynásobí“ (*wei* znamená původně „roh, kout“³⁶) je rovněž jednoúčelový termín pro násobení množství, které vyvolá přebytek, nedostatkem a naopak v 7. kapitole, například v metodě 7.XI: „Vynásobíme

³⁶ [HYDCD, 2002], sv. 9, str. 895, heslo *wei* 維, 2. význam.

přebytkem a nedostatkem křížem poměry vydaného³² „*yi ying bu zu wei cheng suo chu lü* 以盈、不足維乘所出率 (JZ7/M11 – str. 318).

Bian cheng X 徧乘 Y_i „vynásobí po řadě“ je vzácné, vyskytuje se jen na dvou místech, v metodě „Menší šířka“ (4.I a její rozvedení) a v metodě „Měření vedle sebe“ (konkrétně 8.I). První použití je asi starší a původní: Nejnižším jmenovatelem po řadě vynásobíme všechny čitatele i celou část. 以最下分母徧乘諸分子及全步. Na rozdíl od *hu cheng* se zde skutečně násobí **všechny** čitatele, tedy včetně toho, příslušného k nejnižšímu jmenovateli.

3. Umocňování

X 自乘 (X^2) („samo se vynásobí“)

X 再自乘 (X^3) („dvakrát se samo vynásobí“)

„Devět kapitol“ ještě nepoužívá specifické slovo *mi* 幂 pro mocninu, s nímž se setkáme u Liu Huie. Mocnění je jednotně prováděno pomocí výše zmíněné postfixové formy, která díky své stručnosti občas je schopná suplovat i podstatné jméno „mocnina“ či „čtverec“, například v metodě 9.II: „Necháme průměr vynásobit sám sebou, odečteme od něj 7 *cunů* **vynásobených sebou samými**, zbytek odmocníme a to je šířka.“ V některých kontextech se vnucuje překlad nějakým kratším způsobem, uvažoval jsem například o neologismu „samonásobek“, ale jen výše použitý rozvitý přívlastek je univerzální, viz např. metoda 9.XII: „Poměr šikmé chůze odečteme od 7 vynásobených sebou samými“ *xie xing lü jian yu qi zi cheng* 邪行率減於七自乘. V této metodě se skutečně odečítá od mocniny a z toho, že nebyla použita opisná konstrukce jako 七自乘, 以邪行率減之 vidíme, jak daleko dostoupila lexikalizace tohoto spojení.

I pro násobení existovaly alternativní slova kromě slovesa *cheng*. Mohly být využity standardní prostředky klasické čínštiny, například konstrukce (以)一爲

³² *Suo chu lü* 所出率 je termín v této metodě, který vychází z typického zadání „lidé společně kupují krávu, když každý vydá x, přebývá X, když každý vydá y, chybí Y, kolik je lidí a kolik stojí kráva?“. V těchto případech se x a y označují jako „poměry vydaného“, pravděpodobně proto, že jsou vztažené k (neznámému) počtu lidí.

Y(乘 X) „udělat z 1 Y pro X“. Ta se vyskytuje v omezeném kontextu velmi konkrétního numerického návodu pro řešení úloh na začátku 4. kapitoly metodou „Menší šířka“, například v metodě 4.XII: [Vynásobíme je tak, že] z 1 bude 83 160, z poloviny bude 41 580, z 1 ze 3 dílů bude 27 720, ... a z 1 z 12 dílů bude 6 930. Ve všech případech má tento řetěz podobu *yi A wei B, C wei D, ... , you yi X wei Y cheng zhi wei shi* 又以 X 爲 Y 乘之爲實. Podobný (vlastně inverzní) způsob zápisu se používal sporadicky i pro dělení (například 以三爲一).

Pokud se násobilo konkrétním číslem, bylo to díky slovesné povaze číslovek v klasické čínštině obvykle provedeno přímo tranzitivně bez pomoci dalších sloves, jako v metodě 2.XVII: Když požadujeme vařené boby za vymlácené proso, 207-násobíme, 100 dá 1. 以粟求熟菽, 二百七之, 百而一.

Tento způsob násobení je doložený už v *Suan Shu Shu* a v „Devíti kapitolách“ je přítomen na několika desítkách míst. Komentátoři občas tuto formulaci vysvětlovali pomocí explicitního *cheng*. V „Devíti kapitolách“ však kombinace *X cheng zhi* může znamenat také „násobit X-krát nějakým číslem“, tedy umocňovat. Toto je specialita metod 4.XIII a 4.XV, kde se s její pomocí zdůrazňují rozdíly mezi zacházením s různými proměnnými v procesu výpočtu kvadratické a zejména kubické odmocniny.

Žádné synonymní sloveso se pro *cheng* ale nepoužívá, jen násobení dvěma se obvykle zapisuje pomocí *bei* 倍.

Tab. 1 – Způsoby zápisu násobení

Čínsky	Výsledek	Použití
(以)X 乘 Y	X·Y	Základní součin pojmenovaných veličin nebo čísel (eventuelně apoziční konstrukce veličina-číslo)
..., 以 X 乘之 ..., 以乘 Y		Součin výsledku předchozí operace a jiné veličiny nebo čísla (volba prvního nebo druhého typu podle nejasných kritérií, pravděpodobně relativní důležitosti operandů a rytmických ohledů)

Čínsky	Výsledek	Použití
X_i 相乘 <i>Xiang cheng</i> („spolu“)	$\prod_i X_i$	Jakýkoli součin dvou a více čísel, která mohou být pojmenována individuálně (výška, šířka, hloubka) nebo souhrnně (jmenovatele, poměrné díly); zejména společný jmenovatel
X_i 各乘其 Y_i <i>Ge cheng</i> („každý svůj“)	$X_i \cdot Y_i$ pro všechna i	Součin dvou pojmenovaných veličin, patřících nějakému objektu/vztahu, pro více podobných objektů/vztahů
X_i 互乘 Y_j <i>Hu cheng</i> („sobě vzájemně“)	$Y_j \cdot \prod_{i \neq j} X_i$ pro všechna j	Vynásobení příslušných vlastností všech objektů kromě toho, jehož vlastností se násobí, postupně pro všechny objekty. Typicky roznásobování čísel.
$X_{1,2}$ 維乘 $Y_{1,2}$ <i>Wei cheng</i> („křížem“)	$X_1 \cdot Y_2, X_2 \cdot Y_1$	Výlučně řešení metodou „Přebytek a nedostatek“.
X 徧乘 Y_i <i>Bian cheng</i> („po řadě“)	$X \cdot Y_i$ pro všechna i	Vynásobení všech členů skupiny čísel (často pojmenované souhrnně – „pravý sloupec“, „všechny čitatele“) jedním číslem.
以一爲 Y 乘 X	$X \cdot Y$	Násobení řady veličin různými konkrétními čísly, používá se pro hledání nejmenšího společného násobku metodou „Menší šířka“.
X 之	$X \dots$	Obecný zápis násobení nepojmenované veličiny číslem

S násobením souvisí slovo *ji* 積, které v „Devíti kapitolách“ vystupuje jako jméno (substantivum nebo adjektivum), přestože je to původem sloveso „sbírat, hromadit“. Překládám ho „sebrání“ nebo „sebrané“ kroky, díly apod., přestože obvyklá praxe je chápat a nahrazovat ho pomocí „součinu“ ([Chemla, Guo Shuchun 2004] – „produit“, [Shen Kangshen, et al. 1999] – „product“), ale např. E. I. Berezkina volí podle kontextu „plochu“ nebo „objem“ a ve slovníčku [Berezkina

1980], str. 300, jej vysvětluje jako „souhrn“ (sovokupnosť) jednotek bez ohledu na jejich rozměr. Po dlouhém uvažování jsem se rozhodl vyhnout modernímu odbornému termínu, protože, jak se dále pokusím vysvětlit, nepostihuje hlavní rysy pojmu *ji*, jak je používán nejen v „Devíti kapitolách“, ale i v dalších hanských textech, a nakonec by musel být stejně překládán více ekvivalenty, pokud bychom ho chtěli udržet v souladu se skutečností, kterou popisuje.

Ji je případ prolínání etymologicky podmíněné polysémie s významovou vágností. Jeho základní význam ve jmenné funkci je „nahromadění, naskládání, sebrání“, z něj pak vychází označení dvou lehce odlišných pojmů: čísla vzniklého opakovaným načítáním nějakého počtu (tedy součinu) a čísla vyjadřujícího množství prostoru, které zabírá plošný nebo prostorový útvar (tedy obsahu nebo objemu). Pod první význam spadají i případy použití typu *ji fen* 積分, „sebrané zlomky“, které se používají pro nepravý zlomek vzniklý roznásobením a sloučením smíšeného čísla. V druhém případě pak je třeba vidět, že i když obsah nebo objem byl evidentně chápán jako číslo vzniklé v zásadě nabíráním, kumulací jednotlivých úseček nebo ploch, tedy geometrického ekvivalentu násobení, v mnoha případech je *ji* použito pro obsahy nebo objemy, které vůbec násobením získány nebyly.

Musíme nyní trochu předběhnout a upozornit na použití termínu *ji* v komentářích k „Devíti kapitolám“, zejména ve významu základu odmocniny (*ji XXX zhi mian*) ve 4. kapitole, kdy *ji* znamená ve skutečnosti mocninu, přesněji řečeno číslo, které je dvourozměrné a má tedy smysl hledat jeho stranu, neboli ho odmocňovat.

Rozhodující věc, kterou měl čínský matematik na mysli, když používal *ji*, je totiž právě jeho „vícerozměrnost“, tedy, jak říká Li Chunfeng, „společná existence více čísel“ (komentář k metodě 1.I). Tuto kvalitu *ji* neztrácí, ani když se k němu po provedení základní operace, kterou vzniká (násobení nebo umocnění) ještě něco třeba i lineárního přičte, protože násobení je koneckonců jen zkrácený zápis sčítání. Navíc nikde v „Devíti kapitolách“, v žádné jejich textové vrstvě, se *ji* nevyskytuje ve významu součinu tam, kde výsledek násobení nelze interpretovat jako

vícerozměrný útvar. Je sice pravda, že geometrické úlohy 1., 4., a 5. kapitoly mohly být vnímány také jako ilustrace a referenční kontext čistě numerických, abstraktních problémů (viz [Chemla 1998]), nicméně jejich geometrický aspekt byl základní a vždy přítomný.

„Naivní“ překlad „sebrání“, „sebrané kroky“ apod. podle mého názoru udržuje lépe ponětí o roli pojmu *ji*, který je primárně geometrický, představuje operaci, kterou se vytvářejí vícerozměrné útvary („sbírání“ elementů) a na tomto základě i operaci (a její výsledek), kterým se získávají obsahy a objemy těchto těles násobením nebo umocněním. V „Devíti kapitolách“ je navíc spjat častěji s objemem než s plochou, a lze se i domnívat, že představa objemu jako souhrnu těles (například zrníček) byla původnější a přirozenější než její rozšíření na plošný útvar.

Z jiného pohledu můžeme zjistit, že není důvod předpokládat v „Devíti kapitolách“ ekvivalent našeho nominalizovaného pojmu součinu, když kromě „zbytku“ z odčítání nenajdeme v zápisu metod žádné systematicky používané jméno pro výsledek početní operace. Potřebu takových slov pocítil více až Liu Hui při vysvětlování podstaty a pravdivosti algoritmů klasického textu.

Dělení

Dělení hraje ve velké většině algoritmů „Devíti kapitol“ centrální roli. Zároveň je to operace, jejíž standardní formulace je asi nejpodivnějším prvkem staročínské matematické jazyka. Dále je dělení jednou z oblastí, kde je nejzřetelněji vidět historický vývoj tohoto jazyka. Proto se jím nyní budeme podrobně zabývat.

1. Dělení převáděním na jednotku

„Převáděním na jednotku“ mám na mysli shluk formulací, které jsou založené na „ručním dělení“, při němž se – ať už ve skutečnosti nebo jen v principu – nechává „každých X [jednotek dělence] dát 1 [jednotku podílu]“. Uvědomme si, že podstatou „ručního dělení“ (jak ho provádíme dodnes) je připočíst k výsledku 1 za každý dělitel, který lze odečíst od dělence (nebo 10 za každý desetinásobek

apod.). Jinak řečeno, dělitel je množství dělence odpovídající jedné jednotce výsledku. Při praktickém dělení se samozřejmě využívá znalosti násobků a řádového posunu, takže nemusíme fyzicky odečíst dělenec tolikrát, kolik jednotek má výsledek, a nedělali to pochopitelně ani čínští počtáři. Ovšem tato podstata dělení byla trvale udržována v povědomí praxí početní tabulky (kde dělenec během dělení postupně „mizel před očima“, jak se od něj odečítaly násobky dělitele, které zároveň přibývaly jako jednotky k podílu). V naší písemné matematické tradici probíhají všechny operace kromě dělení zprava doleva, protože kroky na nižších řádech ovlivňují vyšší řády a kdybychom postupovali obráceně, museli bychom znovu přepisovat už napsaná čísla. Jen dělení probíhá zleva doprava. V čínské „tyčinkové“ tradici však probíhaly zleva doprava všechny operace, protože čísla vyššího řádu stačilo zpětně opravit přidáním či ubráním tyčinky, nebylo nutné je přepisovat. To pravděpodobně přispělo k udržení sepětí dělení s odečítáním i na terminologické úrovni.

Vytvořilo se více způsobů zápisu dělení, které zachovávaly „přechod do jedné“. Jejich společným rysem je použití číslovky „jedna“ (*yi*). Z nich nejstandardnější a nejúplnější je první, který se poprvé ohlásí v metodě 1.IV: „Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele, sečtou se a vytvoří dělenec. Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel. Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1.“³⁸ *shi ru fa er yi* 實如法而一.

Tuto formulaci chápu takto: Pokaždé, když je dělenec jako dělitel, odčítá se od dělence dělitel, a do podílu přibude 1. Místo slovesa („získáme“) je v druhé části také spojka *er 而*, která zde vyjadřuje změnu stavu a důsledek: „dělenec jako dělitel, pak 1“. Její dějová povaha však vedla k tomu, že byla doplňována nebo nahrazována skutečnými slovesy *de* a později (nikoli v klasickém textu) i *wei*.

Tento nejúplnější zápis předpokládá pojmenování výsledků dvou

³⁸ Svým překladem se v tomto případě odchyluji od tohoto typu překladové praxe, která tuto formulaci tolik nezdůrazňuje a nahrazuje ji buď přímo slovesem dělit ([Shen Kangshen, et al. 1999]) nebo nějakým jeho rozvedením ([Chemla, Guo Shuchun 2004] – „on effectue la division du dividende par le diviseur“). Snahu o podobné zachování významu originálu naopak projevuje [Cullen 2004], str. 27.

předchozích operací (nebo častěji posloupností operací) stěžejními termíny *dělenec* a *dělitel*. Pokud už byly tyto dva operandy vypočteny a označeny, sáhl pisatel vždy po *shi ru fa er yi* (nebo některé modifikaci se slovesem místo *er*). Jiná situace ale byla, pokud některý operand tvořila konstanta. Pro takové případy byl základní zápis zbytečně těžkopádný, proto se vyvinuly jeho modifikace:

Vynechání dělence – ojedinělý případ při převodu jednotek: metoda 1.XII: Standard pro *mu* dá 1. *ru mu fa er yi* 如畝法而一. Je způsoben tím, že „dělenec“ už je vlastně hlavní výsledek, jehož výpočet se navíc v této konkrétní metodě navrhuje dvěma způsoby, a citovaná věta je tak jen doplněk pro úplnost. Zároveň ale právě tato formulace ukazuje silnou tendenci zapisovat dělení pomocí mechaničtějšího a také na první pohled odborného popisu než pomocí obecného slovesa *chu*. Možná zde také máme co do činění se starou vrstvou textu.

Vynechání dělence i spojky *ru* – používá se velmi často při dělení konkrétními čísly, pravidelně ve 2. kapitole (například metoda 2.III: Trojíme, pět dá jednu. *san zhi, wu er yi* 三之, 五而一). Časté použití této formulace v „Knize výpočtů“ dosvědčuje její značné stáří.

Spojka *er* se nahrazuje slovesem *de* a formulace pak ještě upřesňuje „jednotku“ výsledku (v poněkud širším smyslu, jak ukáže následující příklad) – metoda 3.II: Vedle sečteme na dělitel. Násobíme 5 jeleny nesečtené [hodnosti lovců] na dělence pro každou zvlášť. Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1 jelena [na osobu]. *fu bing wei fa, yi wu lu cheng wei bing zhe ge zi wei shi, shi ru fa de yi lu* 副并爲法, 以五鹿乘未并者各自爲實, 實如法而一. Formulace je běžná a oblíbená ve 3., 6. a 9. kapitole, Liu Hui ani Li Chunfeng ji nicméně nepoužívají a proto se asi zdálo Dai Zhenovi, že odporuje zásadám starověké matematické gramatiky, takže „jednotku/předmět“ z textu *Si Ku* a edice *Juzhen* všude vymazal. Naštěstí to poznamenal do svého komentáře a Qu Zengfaova a Kong Jihanova edice, které využívaly rukopisu *Jigu*, tyto názvy jednotek opět obnovily.

Dai Zhena podle toho, co ve svém komentáři píše, zřejmě zmátla modifikace této formulace, používaná rovněž ve 3. kapitole a také v 5. kapitole, kde se místo

jednotky objevuje interpretace výsledku – metoda 3.XII: Dělenec vejde do dělitele a získáme množství hedvábí. *shi ru fa de si shu* 實如法得絲數. Dai Zhen se kvůli této a podobným formulacím domníval, že *de* vždy uvádí výsledek, zatímco jediné *er* uvádí jednotku³⁹.

2. Dělení se slovesem *chu*

Původní význam slovesa *chu* 除 je „odebírat“, z toho „odčítat“. Jedině v tomto významu je doloženo v „Knize výpočtů“. V „Devíti kapitolách“ se tento význam stává jen jedním z možných a je vždy zvlášť označen, jak bylo popsáno výše. Druhým významem, který později převládl, je „dělit“. Způsob, jakým k tomuto přechodu došlo, exemplárně zachycuje formulace v metodě 1.XVIIa (pomiňme pro tuto chvíli, že je možná pozdější provenience než zbytek klasického textu): V průměru se také uvede do spojení zlomek a zahrne čitatel, vynásobí se jím obvod a vytvoří přesný dělenec. Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel. **Vydělením** se vytvoří sebrané kroky, zbytek jsou díly sebraných kroků. ... *wei mi shi*, ... *wei fa, chu zhi wei ji bu, yu wei ji bu fen* …爲密實, …爲法, 除之爲積步, 餘, 積步之分. V tomto případě je jednak vidět, že význam *chu* jako dělení lze odvodit díky standardním názvům operandů *shi* a *fa*, a za druhé vidíme, že dělení je vlastně také odčítání, když zanechává zbytek. Lépe řečeno je to eliminace (*zhi chu*), při které kromě eventuálního zbytku máme zájem také o zjištění, kolikrát je menšitel/dělitel třeba odečíst, aby k eliminaci došlo.

Výše zmíněný příklad z metody 1.XVIIa ale není rozhodně typický pro použití slovesa *chu* (další indicie, že je tato metoda pozdější, pravděpodobně zapsaná Li Chunfengem). Se slovesem *chu* se obvykle setkáváme tehdy, když je

³⁹ [Guo Shuchun 2004], str. 117, cituje v poznámce 9 Dai Zhenův komentář (k metodě 3.II, na jejímž konci vynechal „jelena“): „Původní text zní ‚získáme 1 jelena‘, přidává navíc slovo ‚jelena‘. Když zkoumáme starou matematiku, když se dělitelem dělí dělenec a získá se hledané číslo, často se říká ‚Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1.‘ Poměr hledaného uvedený do spojení s množstvím daného je vždy dělenec. Vezmeme poměr daného jako standard a rozdělíme jím dělenec a jednu část z něj vezmeme jako hledané množství, proto se říká ‚jako dělitel, dá 1.‘ Někdy se to transformuje na ‚Dělenec vejde do dělitele a získáme nějaké číslo‘, tak jako v této [třetí] kapitole je ‚Dělenec vejde do dělitele a získáme množství hedvábí.‘, ‚získáme množství měďáků‘, ‚získáme množství vymláceného obilí‘ a podobně. ‚Jedna‘ asi ukazuje na hledané množství. Zde je ‚jedna‘, asi se také jedná o výraz pro hledané množství, ti, kdo to nevěděli, svévolně přidali slovo ‚jelena‘.“ Dai Zhen dále vyjmenovává všechny ostatní případy, které podle něj „nevědoucí“ stejným způsobem poškodili a které on upravil.

dělitel pojmenovaná veličina, kterou není rozumné přejmenovávat na „dělitel“. Například v metodě 4.I: V každém [zlomku] se vydělí čísel jmenovatelem a [výsledek] se položí vlevo. *ge yi qi mu chu qi zi* 各以其母除其子. Setkáváme se zde s kvalifikátorem *ge* „každý příslušně“, který funguje stejně jako v případě násobení, nenarazíme ale ne přímý ekvivalent *ge cheng*, protože *chu* na rozdíl od *cheng* nepřijímá nikdy dělitele jako podmět (nenajdeme tedy formulaci *X chu Y*, dělitel je vždy uveden pomocí předložky *yi*). Jen zdánlivě podobné je v metodě 2.XXXIII Když se hledají *dany*, *juny*, *jiny* a *liangy*, vydělí se sebranými *zhu* dělitel i dělenec. *yi ji zhu ge chu fa, shi* 以積銖各除法、實. Zde *ge* ukazuje na různé jednotky *dany*, *juny*, *jiny* a *liangy* (kterým přísluší různá „sebraná *zhu*“) a zřejmě zároveň na dva různé dělence („děliteli“ a „dělenci“ předcházejícího dělení). Dělení podle různých jednotek je ale součástí různých úloh (2.40-2.43), takže v každém případě proběhnou jen dvě dělení.

Kromě nejběžnějšího výskytu v souvislosti s převáděním jednotek (metoda 1.I) se sloveso *chu* objevuje hlavně při popisu algoritmu druhé a třetí odmocniny (metody 4.XIII, 4.XV). Odmocňování (a také „odmocňování“ kruhu a koule, tedy hledání jejich rozměrů na základě jejich objemu) bylo označováno modifikovaným termínem pro dělení a „Xiahou Yangova klasická matematická kniha“ je dokonce explicitně zařadila do své klasifikace 5 typů dělení⁴⁰.

Algoritmus odmocňování (druhého i třetího stupně) se v „Devíti kapitolách“ skládá z opakovaného dělení. Jeho podrobný popis necháme do oddílu, věnujícího se vztahu komentáře a klasického textu, ale již zde můžeme upozornit na používání termínů typických pro dělení a rozložení čísel na početní desce, které z dělení vycházelo. Termín *kai fang chu zhi* 開方除之 (doslova „otevřít stranu a dělit“, překládám „dělit odmocněním čtverce“) se pak už rutinně používá pro odmocňování v 9. kapitole. Zájmeno *zhi* nikdy není nahrazeno konkrétním podstatným jménem nebo číslem, tato formulace se vždy klade za operaci, jejíž

⁴⁰ *Fa chu*, tedy klasické číselné dělení, *bu chu*, tedy převody jednotek, *yue chu*, tedy krácení zlomků, *kai ping fang chu*, tedy druhá odmocnina, *kai li fang chu*, tedy třetí odmocnina. Viz [Shen Kangshen 1999], str. 83.

výsledek, ať už pojmenovaný nebo nepojmenovaný, je ono *zhi*. Odmocnění bylo patrně vyvinuto až za dynastie Han, protože v „Knize výpočtů“ ani v „Klasické matematické knize zhouského gnómonu“ se nevyskytuje.

V textu algoritmu odmocňování se navíc používá několik zajímavých slov a sousloví, souvisejících s dělením: jednak je to *yi* 議, „prodiskutovat“, které znamená nalezení číslice, která patří na příslušný řád odmocniny (protože na rozdíl od dělení nelze tuto číslici mechanicky odvodit opakovaným odčítáním), dále časté *suo de* 所得 „to, co získáme“, za názvy operací (způsob nominalizace výsledků operací bez nutnosti mít pro ně zvláštní slovo), a také *chu yi* 除已 „když je doděleno“, které slouží jako určité sekvenční znaménko v algoritmu. Nakonec se v tomto algoritmu objevuje i *bao chu* 報除 „dělit na oplátku“, které označuje dělení jmenovatelem v situaci, kdy vznikl nějakými operacemi nepravý zlomek (*bao chu* tedy znamená převod na smíšené číslo): Pokud dělenec obsahuje zlomky, uvedeme je do spojení a zahrneme jmenovatele a to bude určený dělenec, který pak odmocníme. Poté odmocníme jeho jmenovatel a dělíme na oplátku.

Kromě *chu* funguje jako sloveso dělení také *yue* 約, pokud mu předchází nepřímý předmět (výjimečně i bez předložky *yi*). Ačkoliv *yue* je nejvíce spojováno s krácením zlomků (*yue fen*), jeho původní význam je prostě „získat dělením menší číslo“, jak dokládá metoda 5.XIX: Tím, co [jeden člověk] zanese, **vydělíme** sebraná [krychlová] *chi*, a to je potřebný počet trestanců. *yi suo dao yue ji chi ji yong tu ren shu* 以所到約積尺即用徒人數. Dalším příkladem, kde *yue* neznamená přesně vzato krácení, je 7.I: Položíme vydané poměry, odečteme menší od většího, zbytkem krátíme/dělíme dělenec i dělitel. Dělenec je cena věci, dělitel je počet lidí. I když se zde dělí dvě čísla, která jsou deklarována „dělenec“ a „dělitel“, v metodě „Přebytek a nedostatek“ tyto termíny jsou především názvem proměnných (vydělením by se získal reálný výdaj na jednoho člověka, který není v zadání žádán). Proto jde přímo o jejich velikost, nejen podíl, a proto na rozdíl od krácení záleží i na tom, čím se dělí, máme-li získat správný výsledek.

Z tohoto pohledu vidíme, že jako „dělit“ je možné překládat i klíčovou větu

v metodě 1.III: Krátíme ho [zlomek] společným číslem nebo Dělíme je [čitatele a jmenovatele] společným číslem.

Některé speciální případy dělení lze označit ještě dalšími slovy: podobně jako dvojnásobení, i půlení má vlastní sloveso *ban* 半 (lépe řečeno, *ban* znamená „polovina“ a může mít také slovesnou funkci), například v metodě 1.III: Když lze půlit, půlíme. *ke ban zhe, ban zhi* 可半者, 半之. Dělení deseti se – pouze v metodách 4.XIII a 4.XV, tedy při popisu úkonů na početní desce během odmocňování – označuje *zhe* 折 („lámat“, překládám „redukovat“).

Speciální operace se zlomky

Tyto operace sice svou povahou patří do sčítání, násobení nebo dělení, ale jejich zahrnutí do těchto oddílů by bylo zbytečně nepřehledné. Mají totiž svou zcela zvláštní terminologii.

Operací, která již byla zmíněna, je „krácení“ *yue* 約 (metoda 1.III). K tomu, co již bylo řečeno, zmiňme ještě pojem nejvyššího společného dělitele (*deng shu* 等數, překládám „společné množství“).

Krácení se v algoritmech obvykle výslovně nevyžaduje, zato často zmiňovaná operace je převod smíšeného čísla na nepravý zlomek (s čitatelem větším než jmenovatelem). Základním názvem tohoto úkonu je „propojení“ *tong fen*, jako v metodě 1.VIII: Pokud mají [smíšená čísla] zlomkovou část, propojíme je. *you fen zhe, tong zhi* 有分者, 通之. *Tong* znamená roznásobení celé části jmenovatelem zlomkové části, tím jsou celá a zlomková část „propojené“ (složené z ekvivalentních jednotek-tyčinek), tedy je možné je sečíst, což se někdy vyjadřuje zvláštním dodatkem „zahrnout čitatele“ *na zi* 内子, jindy to je ale implicitně zahrnuto už ve slovese *tong*. Takto je zřejmě třeba chápat i předpis pro postupné slučování zlomků s různými jmenovateli, který tvoří základ metody „Menší šířka“ (metoda 4.I): Označíme propojené [jmenovatelem na zlomek] a znovu jmenovatelem po řadě vynásobíme všechny čitatele i již propojenou [celou část], když jsou všechny propojené, sjednotíme [jejich jmenovatele]. *ming tong fen zhe, you yi fen mu bian cheng zhu fen zi ji yi tong zhe, jie tong er tong zhe* 命通分者, 又以分母徧乘諸分

子及已通者，皆通而同之 Průběh této metody je takový, že se postupně roznásobují všechny čitatele a celá část momentálně nejnižším jmenovatelem. Tím pádem vznikne po každém násobení nějaké nové celé číslo, které je možné přičíst k „již propojenému“. V jiných případech se slovem *tong* rozumí přímo sčítání zlomků s různými jmenovateli.

Jako svébytný objekt chápali autoři „Devíti kapitol“ také smíšené číslo s řetězovými zlomky, tzn. číslo s celou částí a dvěma nebo více zlomkovými částmi s různými jmenovateli (v metodě 1.VIII se o něm hovoří jako o případě „pokud je více zlomků“ *chong you fen*). Takové případy znamenaly ještě nalezení společného jmenovatele a tato operace je v metodě 1.VIII nazvána nalézt společný jmenovatel a propojit *tong2 er tong1 zhi* 同而通之 (metoda 1.VIII). V metodě 4.I je zdánlivě použito opačné pořadí *tong1 er tong2 zhi* 通而同之 (metoda 4.I), ale ve skutečnosti jsou to dvě věty Když jsou všechny propojené, sjednotíme [jejich jmenovatele]. [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 110, se domnívá, že sloveso *tong2* 同 neodpovídá v „Devíti kapitolách“ žádné konkrétní operaci (tak je definoval až Liu Hui) a vychází jen z obecné spekulace o příbuznosti a jednotnosti věcí.

Početní operace a jejich výsledky – shrnutí

Početní operace označují slovesa nebo (v případě násobení a dělení) konstrukce se spojkou *er*, tedy vlastně věty. Jak použít výsledky operací jako operandy dalších operací?

Jak ukázal předchozí přehled, měla pro řešení tohoto problému klasická čínština řadu možností. Nejběžnější bylo zacházet s výsledkem předchozí operace jako s operandem operace následující, zastoupeným zájmenem *zhi*. Řetězení mohlo být také dosaženo souřadným spojením po sobě následujících operací pomocí spojky *er*, pokud byly obě vyjádřeny slovesy (*bei er kai fang chu zhi* 倍而開方除之 „zdvojnásobíme a odmocníme ho“) nebo častěji na různých operandech *bing shang xia guang er ban zhi* „sečteme horní a dolní šířku a půlíme [výsledek]“. Některé operace nicméně zastavovaly tento volný proud příkazů a vyžadovaly, aby byl tematizován jejich výsledek nebo přímo vedly k deklaraci mezivýsledku pomocí

sloves *wei* nebo *de*. V drtivé většině případů se takovýto předěl vyskytuje mezi dvěma operandy centrálního dělení *shi* a *fa*.

Přiřazení názvu výsledku právě skončené operace má ještě svůj vlastní smysl: je jím poskytnout implicitní klíč k ověření správnosti postupu ověřením fyzikální interpretace mezivýsledků a jejich vztahů.

Jazyk klasického textu – shrnutí

Pokusme se nyní zobecnit rysy jazyka klasického textu a uvažovat nad tím, s jakými cíli a podle jakých vzorů byl vytvořen. O samotném faktu, že byl pečlivě cizelován, nemůže být po prvním začtení pochyb.

Nejvýraznějším rysem textu je jeho **absolutní neosobnost** a to jak ve vztahu k autorovi, tak ve vztahu ke čtenáři. Jediná větná částice, kterou v něm nacházíme, je *ye* 也, a i to extrémně ojediněle. Text se vyhýbá všem náznakům rétoriky a svou objektivitu zdůrazňuje také absencí všech slov vyjadřujících modalitu. Zejména nápadná je nepřítomnost příslovce „nezbytně“ *bi* 必, ale také slovesa „je třeba, mělo by se“ *dang* 當 a dalších slov, vyjadřujících postoj mluvčího ke skutečnosti, která hraje významnou roli v komentářích, ale také v osobněji formulovaných klasických knihách, například v „Klasické matematické knize Mistra Suna“⁴¹.

Za druhé je to jazyk velmi **chudý** jak mluvnický, tak z hlediska slovní zásoby. Ani v obecně trochu čtivějších zadáních úloh nenacházíme nic více než existenční konstrukci obvykle s pivotálním členem, za nímž následuje predikát nebo více souřadně vedle sebe položených predikátů. Tuto syntaktickou jednoduchost umožňuje právě soustředění na algoritmy na rozdíl od výroků. Lze si představit, že kdyby se čínští matematici pokoušeli formulovat své poznatky jako výroky, neobešli by se bez formálního zkoumání logických vztahů mezi členy nevyhnutelně složitějších vět a konstrukcí. Slovní zásoba je soustředěna na konkrétní pojmenování a její jediné obohacení vyplývá z použití odborných pojmů oblastí, o nichž pojednává (především zemědělství a řemesel), ale i zde nepochybně zjednodušuje

⁴¹ Srovnej pasáž z této knihy o násobení, citovanou na str. 71., s textem „Devíti kapitol“.

popis, který by podal odborník, do podoby, která je snadno srozumitelná. Výrazem syntaktické jednoduchosti je absence formálně vyznačeného pasiva (to je dáno také preskriptivním charakterem jazyka algoritmů, ale v mnoha zadáních to lze již pocítit jako úmyslné omezení jazyka).

S předchozím bodem souvisí oproštěnost jazyka od všech **literárních konvencí a archaismů**, to znamená nepřítomnost typických znaků předhanské klasické čínštiny, ale i typických znaků pozdějšího *wenyanu*. Nenacházíme například inverzi předmětu, vidíme jen jediné stažené zájmeno *yan* 焉, kromě předložky *yu* 於 se začíná vyskytovat i *zai* 在 v pozici komplementu. V tomto ohledu jsou výjimkou některé fonetické zápůjčky, které se díky „Devíti kapitolám“ staly běžnou součástí matematické terminologie, a které zřejmě byly ustáleny a terminologizovány již dříve, jako jsou 從 ve významu „podélný“ *zong* 縱, 內 ve významu „přijmout, zahrnout“ *na* 納, 直 ve významu „mít hodnotu, cenu“ *zhi* 值 a další, mnohdy spadající do kategorie významově podmíněných alternativních znaků⁴². O rozšířenosti a ustálenosti těchto zápůjček svědčí fakt, že teprve pozdně tangský či raně songský Li Ji cítil potřebu pro začátečníky sestavit seznam čtení všech významných znaků v „Devíti kapitolách“. Je také pravda, že řada jazykových prostředků, na nichž by bylo možné otestovat, zda „Devět kapitol“ směřuje k modernějšímu jazyku, v nich není prostě proto, že jsou tak jazykově chudé – bez deixe, zájmen, pasiva a spojek mezi větami není mnoho prostoru, kde by se mohly archaismy projevit.

Přejdeme-li k terminologii početních operací, musí nás zarazit, že přes zjevnou oproštěnost a standardizovanost jazyka zde nacházíme množství synonym a variací v syntaxi. Ačkoli je jistě dobré držet se na uzdě při pokusech o nalezení vzorců v různorodosti, jeden společný vzorec je nepochybný: Podobné metody používají stejné nebo podobné formulace. Pokud se v rámci takových skupin vyskytuje odchylka (například použití slovesa *zeng* místo *jia* pro „přičíst“), lze to však podle mého názoru považovat za náhodu a důkaz neúplného sjednocení

⁴² Pro jejich kompletní seznam viz [Shen Kangshen 1998], str. 56.

názvosloví, který vyplývá z neochoty definovat takové základní termíny, jako je „sčítat“ nebo „odčítat“. Variace v syntaxi jsou obvykle podmíněny spíše kontextem a snahou o co nejstručnější formulaci než významovými odchylkami.

Na předchozí bod navazuje obecnější vlastnost jazyka metod, a tou je **provázanost** a **vzájemné odkazy**, realizované použitím analogických jazykových prostředků. Dodejme, že kompilátorům se text podařilo uspořádat tak, že tato provázanost je jednosměrná, od složitějšího k jednoduššímu, od později k dříve uvedenému. To umožňuje textu žít jakoby v nevědomosti o vlastní existenci a zároveň představovat systém, další prvek jeho jazykově zdůrazňované objektivity. Jediný případ, kdy se tato konstrukce bortí, je v 8. kapitole, kde se jednak setkáváme s opakovaným výslovným odkazem na první metodu („Jako Měření vedle sebe“) a v několika případech s ještě explicitnější větou „Vložit podle metody Kladných a záporných čísel“ *yi zheng fu shu ru zhi* 以正負術入之, kdy se text otevřeně odkazuje na jinou svou část. Kapitola 8 se i jinak jazykově odlišuje, především absencí obecné formulace své klíčové metody. Je pravděpodobné, že tato kapitola je nejmladší a její materiál měl nejméně času projít úpravami a redakcí, než se stal klasikou.

Celkově tedy všechny rysy jazyka klasického textu směřují k tomu, aby byl chápán jako vyjádření neosobních, objektivních pravidel „Udělej to a to a získáš odpověď na výše uvedenou otázku“. Jazykové prostředky, které k tomu používá, jsou pečlivě vybrány z repertoáru klasické čínštiny, nepochybně především z administrativního stylu nařízení a předpisů na nižších úrovních, se silným vlivem právních textů. „Devět kapitol“ svého cíle dosahuje velmi efektivně⁴³ a jistě to byl jeden z důvodů, proč byla tato kniha tak brzy po svém vzniku chápána jako klasická⁴⁴.

⁴³ Srovnej například terminologii staroegyptských matematických textů, která se nedokázala (jistě i kvůli jiné struktuře jazyka, především nutnosti vyjadřovat kategorii osoby) oprostit od dialogických a rétorických figur, ačkoli byla zrovna tak neosobní jako algoritmy „Devíti kapitol“. Viz [Vymazalová 2001].

⁴⁴ Ať zastáváme kteroukoli teorii vzniku textu, není pochyb, že jeho finální redakce musela proběhnout až na přelomu Západních a Východních Han, když nebyla tak výrazná systematická kniha zařazena do soupisu císařské knihovny *Qilüe*.

Liu Huiova předmluva a komentář

O Liu Huiově životě sice nic nevíme, ale jeho dochované texty obsahují záznam jeho názorů, emocí a určitou vizi světa, což není pro komentátory zcela typické. Jeho předmluva a komentář nejsou z hlediska jazykového jednoznačně rozdílné: některé jazykové styly (včetně výkladu algoritmu a obecné úvahy) jsou zastoupeny v obou.

Liu Hui svůj komentář psal jako svou osobní výpověď, jak vidí smysl matematiky popsané v „Devíti kapitolách“. V mnoha ohledech je proto jazyk jeho komentáře pravým opakem jazyka klasického textu. Většina komentáře je ve střídavém výkladovém stylu, v obecných rysech podobném stylu běžných výkladových děl klasické čínštiny. Rozsáhlé části komentáře a většina předmluvy mají ale charakter vysoce literárně stylizovaného esejistického textu. Standardizovaný matematický jazyk metod „Devíti kapitol“, s typickou neosobností a preskriptivním nádechem, se u Liu Huie vyskytuje velmi zřídka⁴⁵.

Liu Huiův komentář obsahuje mj. tyto útvary a žánry:

- a) definice a vysvětlení pojmů,
- b) „ověření“ či „důkazy“ metod, formou převyprávění a interpretace,
- c) výroky a „věty“ o matematických objektech,
- d) výklad záměru a myšlenky autora metody,
- e) dodatečné příklady a jejich řešení,
- f) alternativní metody,
- g) opravy zadání a odpovědí,
- h) konstrukční geometrická ověření,
- i) vlastní výpočty,
- j) pokyny k aplikaci obecných metod v konkrétních úlohách

V následujícím přehledu se zaměříme jen na ty nejzajímavější z nich.

⁴⁵ Dichotomie „literárního“ a „odborného“ stylu je sice poněkud přehnaná, ale jak si všimá [Harbsmeier 2001], rozdíl mezi stylem většiny čínských autorů a přizemnějšími díly jako jsou *Mozi*, *Guanzi* nebo Wang Chongova „Kritická pojednání“ byl v klasické čínštině citelný vždy.

Liu Huiův komentář je velice mnohostranný a obsahově bohatý, ale prozrazuje určitou nechuť k systematizaci. Jednotlivé glosy nemají pevnou strukturu ani povinný obsah. V dnes dostupných vydáních „Devíti kapitol“ jsou zařazeny přímo v textu a odlišeny velikostí písma, původně ale nejspíš byl celý komentář samostatný. Přesto měl nepochybně charakter glos, zřejmě podobné formy, jakou si dodnes uchoval Li Jiho komentář, tedy s krátkými citacemi z klasického textu jako lokalizačními pomůckami, za nimiž následuje text glosy⁴⁶. Proto asi i řazení Liu Huiova komentáře k jednotlivým částem klasického textu lze považovat za autentické, i když v některých případech je sporné (například metoda 1.XVIIa).

Definice a vysvětlení slov

Liu Hui používá definice na různých místech a v různé podobě. Nejběžnější formou definice či spíše vysvětlení je ... *zhe* (*zhi*), ... *ye* 者(知), ...也. Použití 知 tam, kde bychom čekali 者, je zvláštním rysem Liu Huiova a Li Chunfengova komentáře, vyskytuje se asi v 50 případech. [Guo Shuchun 2004], sv. 1, str. 34, pozn. 36, jeho použití v tomto významu vysvětluje tím, že *zhi* 知 („vědět“) se v klasické čínštině někdy vyskytuje ve funkci zájmena *zhi* 之 (zastupujícího nevyjádřený předmět) a naopak 之 může někdy mít stejnou funkci jako zájmeno *zhe* 者, oddělující zpravidla definovaný pojem od definice. Tento „tranzitivní“ argument je ale jen stěží přijatelný, protože podobná záměna není, pokud vím, doložena v žádném jiném staročínském díle. Přitom Liu Hui a zvláště Li Chunfeng žili v době, kdy podobné záměny už byly možné asi jen v citátech z klasických knih. Proto stále není vyloučeno, že se jedná prostě o textovou chybu (viz [Li Jimin 1993], str. 27-8). Nicméně oba způsoby se běžně střídají v jedné větě, kde je více vysvětlení za sebou, a četnost výskytu této záměny (i když jsou z velké většiny soustředěny v 1. až 5. kapitole) znamená, že by se muselo jednat o dílo velmi laxního a nezodpovědného opisovače. Bylo snad střídání 者 a 知 skutečně motivováno nějakými stylovými

⁴⁶ Prototypem takového spojení klasiky a komentáře jsou kapitoly „Vysvětlení klasiky“ (*Jing Shuo*) v mohistickém kánonu, kde je na začátku každého vysvětlení uveden první znak vysvětlované pasáže klasiky.

záměry autorů? A čím to, že Li Ji všechny věty cituje jen s 者? Naopak pokud by se jednalo o textovou chybu, jak je možné, že je v obou verzích „Devíti kapitol“, Bao Huanzhi’ově edici i *Si Ku Quan Shu*? Tato otázka zatím není uspokojivě vyřešena.

Zcela klasické definice jsou nicméně v Liu Huiově komentáři vzácné (například komentář k metodě 1.IX: Dělení na oplátku znamená, že každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1 *bao chu zhe, shi ru fa er yi ye* 報除者, 實如法而一也). Poněkud častější jsou definice bez některého formálního prvku nebo s modernější predikací pomocí *ji* (například 1.III: Krátit společným číslem znamená dělit *yi deng chu yue zhi ji chu ye* 以等數約之即除也 nebo jazykovědná glosa v zadání úlohy 2.32 *Lingpi* je cihla *lingpi, zhuan ye* 瓴甓, 甄也). Standardizovanou formu má vysvětlení názvu kapitoly, které je vždy zahájeno spojením „K určení ...“ *yi yu ...* 以御..., za nímž následují hlavní objekty či rysy úloh, které daná kapitola řeší. Například 1. kapitola je k určení výměry polí a hranic oblastí, 7. kapitola je k určení skrytého a promíchaného [tak, že] se vzájemně vyjeví. Jiným velmi důležitým typem je definice se slovem „vždy, obecně“ *fan 凡 Fan ... wei zhi X*, například definice poměrů: Obecně když se spolu střetávají čísla, nazýváme je poměry. *fan shu xiang yu zhe wei zhi lü* 凡數相與者謂之率. Tato definice často uvádí základní pojmy, se kterými Liu Hui pracuje, a podobnou konstrukci používá i pro formulaci základních vět.

Posledním typem definice, který hraničí spíše s interpretací, je postpoziční uvedení názvu pro výše získaný objekt, například za metodou 1.I: Toto sebrání se nazývá plocha pole *ci ji wei tian mi* 此積謂田畹. Liu Hui tak někdy vysvětluje i úkony (slovesa), například za jedním z výskytů věty Vložíme podle metody kladných a záporných [čísel] *yi zheng fu shu ru zhi* 以正負術入之 v metodě 8.XVI vysvětluje: Toto „vložit“ znamená, že na první pozici se čísla s různými jmény odečítají tak, že když kladné nemá co vložit, je [výsledek] kladný, když záporné nemá co vložit, je [výsledek] záporný.

Mechanismy definice jsou v zásadě dva: uvedení synonyma, které bylo v čínské komentátorské tradici nejběžnější, a popis situace, v matematickém

kontextu tedy operace či algoritmu, která produkuje objekt, jenž má být označen příslušným jménem. Tento druhý mechanismus je hlavní způsob, jakým Liu Hui zavádí a zpřesňuje či rozšiřuje význam svých klíčových matematických termínů, jako jsou „plocha“ (*mi*), „přizpůsobení a sjednocení“ (*qi tong*) a hlavně „poměry“ (*li*).

Liu Huiovy definice čerpají z tradice⁴⁷, která sahá nejméně do 4. st. př. n. l. Pokud pomineme lingvistické definice typu „*lingpi* je cihla“, tvoří většinu Liu Huiových definic definice situační. Jejich zrod můžeme hledat v právních textech, ale nevím o žádném čínském autorovi před Liu Huiem, který by je používal pro tak abstraktní pojmy.

Důkaz metody její interpretací

Liu Huiovy důkazy nejsou důkazy v tom smyslu, jak je chápe řecká a po ní i veškerá moderní matematika. Liu Hui se pouze snaží vysvětlit, proč se dělají ty a ty kroky, na jakých fyzikálních faktech je založen matematický postup metody apod. Jeho cílem tedy není rigorózně ukázat, že uvedený postup vyplývá sám od sebe z vlastností objektů, zmíněných v zadání, ale spíše odhalit motivaci metody a případně induktivně ověřit její správnost nebo nesprávnost.

Liu Huiův postup je ale založen na implikacích a v tomto smyslu to logický důkaz je. Ukážeme, jaké prostředky a jak Liu Hui pro tyto účely využívá.

Nejjednodušší ověření je pomocí mikroanalýzy: Protože v každém jednotlivém případě platí A, pak pro počet B musí platit $A \times B$. To je například důkaz metody 1.II: ...získáme sebrané *li*. Násobíme 375, to je počet *mu*. Komentář: Ve čtverečné *li* jsou 3 *qingy* a 75 *mu*, proto násobíme-li tímto, získáme počet *mu*. Podobného typu je důkaz 1.III: ...Odečteme menší od většího, znovu vzájemně odečítáme a odebíráme, až jsou si obě čísla rovná. Krátíme společným číslem. Komentář: ... To, co od sebe navzájem odečítají, jsou vícenásobky společného čísla, proto se krátí společným číslem.

⁴⁷ Viz [Harbsmeier 2001], str. 54 a dále.

Ve složitějších ověřeních je zřetězeno více výroků, jejichž platnost je nakonec použita jako důkaz správnosti operace. Často se zde objevuje kromě takřka obligátního „proto“ *gu* 故 i zástupné „a tak získáme [výsledek]“ *ji de* 即得, které se sporadicky vyskytovalo už v závěru některých metod klasického textu. Nejčastěji Liu Hui využívá identifikace operací v metodě se svými základními operacemi, jejichž aplikace převádí složitější úlohu na úlohu elementární. Takového typu je například důkaz metody 1.V:

„Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele“ – tím se čitatele přizpůsobí. „Odečteme menší od většího“ – jsou přizpůsobené, tedy je možné je od sebe odečíst. „Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel“ – sjednocují se jmenovatele. Jmenovatele jsou sjednocené a čitatele přizpůsobené, proto každá část, která je jako dělitel, dá 1, a získáme [výsledek].

Jiným, velmi často citovaným příkladem je důkaz či spíše motivace metody 1.XIV „Kruhové pole“: Polovina obvodu je délka, polovina průměru je šířka, tudíž když se spolu vynásobí šířka a délka, získáme sebrané kroky. Toto vysvětlení vychází z formulace metody v klasickém textu, která kopíruje metodu 1.I, a identifikace obvodu s délkou a průměru se šířkou tak zaručuje správnost metody 1.XIV odkazem na správnost metody 1.I. Kromě *gu* používá Liu Hui i další důsledkové spojky, například „tedy“ *ze* 則 nebo „je-li tomu tak, tedy“ *ran ze* 然則, případně delší variantu téhož *ru ci ze* 如此則.

Jindy Liu Huiův komentář ukazuje, proč je nějaký úkon nutný, upozorněním na vlastnosti zadání, například v metodě 1.VIII: Toto znamená, že v dělenci i děliteli jsou zlomky, proto každý jmenovatel vynásobí celek a zahrne se čítatel a dále jmenovatele navzájem vynásobí horní respektive spodní [čitatele].

Nebo 1.IX: Čítatel jsme něčím vynásobili, proto jmenovatel má na oplátku dělit.

V těchto momentech Liu Hui často sahá ke slovesům, která vyjadřují náležitost, jako *dang* 當 „být v souladu s fakty“ (v posledním příkladě přeloženo jako „má“). Toto sloveso je také standardně užíváno pro opravy chyb v zadáních a

odpovědích (například 1.31-2). Bývá často využito i pro popis myšlenky metody, jako za metodou 1.XIVa Obvod a průměr se spolu vynásobí, 4 dají jednu, kde Liu Hui říká: Když se obvod s průměrem spolu násobí, měla by se z každého brát polovina. Ale zde jsou obvod i průměr celé, proto se oba jejich jmenovatele spolu vynásobí a dají 4, čímž se pak dělí na oplátku.

Ještě složitější argumentaci představuje komentář k metodě 3.I:

Původní množství je jediné, když však tím, co dělíme, násobíme oddělené [čitatele] nahoře a dělíme je dolním souborem, jedno násobení a jedno dělení se právě vzájemně vyruší. Proto dělený počet je jakoby zachován a přitom oddělen podle poměrů.

Smyslem tohoto komentáře je interpretace „vynásobení nesečtených“ a následného dělení součtem poměrných dílů. Místo jednoduchého odkazu na „dělení na oplátku“ zde Liu Hui podrobněji vysvětluje, že násobení je rozděleno do jednotlivých členů a lze proto bezztrátově dělit.

Ukázkovým příkladem argumentace bezztrátovou inverzností, neboli interpretace algoritmu v pojmech inverzního algoritmu, která zaručuje správnost, je komentář k metodě 4.XIV „Odmocnění kruhu“:

Tato metoda používá jako poměry obvod 3 – průměr 1, je inverzní ke staré metodě kruhového pole. Podle [mé] Huiovy metody se násobí sebrání 314, co je jako 25, dá 1, to, co získáme, dělíme odmocněním čtverce, a to je obvod. Toto je hledání obvodu podle skutečné plochy, výsledek je ještě o něco menší. Když naopak násobíme sebrání 200, 157 dá 1 a dělíme odmocněním čtverce, je to průměr, je ještě o něco větší.

Nejtypičtější případy důkazu interpretací jsou ale v 6. – 9. kapitole, kde se vyskytují složité speciální metody, které je možné rozložit na jednodušší pomocné metody a aplikaci hlavní obecné metody příslušné kapitoly. Například k metodě 9.XVIII (Násobíme počtem kroků, o kolik vyjdeme ze severní brány, počet kroků, o kolik jdeme na západ, zdvojíme to, a to je dělenec) Liu Hui říká:

Zde se chůze na západ po otočení bere jako delší odvěsna, vzdálenost od

stromu k místu 14 kroků jižně od města jako kratší odvěsna, 20 kroků od severní brány je poměr kratší odvěsny, vzdálenost severní brány od západního rohu je poměr delší odvěsny, čili polovina šířky. Proto když násobíme vzdáleností od severní brány delší odvěsnu – chůzi od otočení na západ, je to plocha vzniklá násobením kratší odvěsny poměrem delší odvěsny. Ale tato plocha zabírá polovinu, jdeme na západ, proto ji zdvojíme a spojíme s východní, čímž je úplná.

Výroky a věty

Liu Hui jednak popisuje bez zdůvodnění vlastnosti čísel, zlomků, tvarů apod. (dalo by se říci, že prezentuje svou moudrost), jednak postuluje určité nesamozřejmé propozice, které často velice sevřeným způsobem odvozuje. Protože v těchto částech Liu Huiova komentáře je soustředěna většina jeho teorie matematiky a jeho nové výsledky, kterými si získal místo v historii čínské i světové matematiky, bývá právě tato část nejvíce hodnocena, zkoumána a vykládána. Nepochybně k tomu přispívá také to, že tyto části obsahují některé obzvláště zapeklité textologické problémy a smysl některých vět nebyl dosud rozluštěn.

První typ výroků svou povahou tíhne ke stylizaci, protože se jedná o „věčné pravdy“, které znějí nejlépe v sevřených, rytmicky vyvážených úsecích. Formální prvky zde dodávají výroku autoritu, kterou nelze čerpat z racionálního zdůvodnění. Liu Hui ale pokoušení prezentovat své poznatky jako věčná moudra odolává poněkud lépe než později Li Chunfeng a jeho družina, srovnajme např. výroky obou v metodě 1.IV:

Liu Hui: Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele: když je vyjádříme zkráceně, budou části hrubé. Když je vyjádříme rozšířeně, budou části jemné. Ale i když se liší hrubostí a jemností, jejich podstata je stejná. Když se zlomky míchají jeden do druhého, musí být jemné, aby se setkaly. Násobíme je a rozdrobíme, čímž se uvedou do spojení. Když je mezi nimi spojení, je možné je sečíst.

母互乘子。約而言之者，其分麤；繁而言之者，其分細。雖則麤細有殊，

然其實一也。衆分錯雜，非細不會。乘而散之，所以通之。通之則可並也。

Proti tomu Li Chunfengova glosa za názvem metody: Spojení zlomků – když čísla nemají stejný počátek, zlomky nemají určenou míru, čitatele jsou pomíchány a jmenovatele mají nerovné velikosti, liší se v jemnosti a hrubosti a z hlediska jejich vnitřní struktury je těžké je přiřadit k jednotce. Proto se tyto zlomky přizpůsobí, jejich jmenovatele se sjednotí, aby se mohly sečíst.

合分知，數非一端，分無定準，諸分子雜互，群母參差。竊細既殊，理難從一，故齊其衆分，同其群母，令可相並，故曰合分。

I z překladu je myslím cítit větší snahu Li Chunfenga o rytmicky a syntakticky vyvážené věty, kde se stále dokola opakuje totéž.

Jednou z klíčových tezí, na kterých je založena Liu Huiova metoda vysvětlování „Devíti kapitol“, je následující, tentokrát značně stylizovaný úryvek z komentáře k metodě 2.II „Mějme“: Toto je univerzální metoda. ... Vskutku dokáže rozčlenit mnohost a neuspořádanost různorodých čísel, proniknout přes překážky a zábrany mezi tím a oním, na základě věcí vytvořit poměry, posoudit a rozlišit jména a části, vyhladit jejich extrémy, přizpůsobit jejich nerovnosti, a tak nakonec není žádná [metoda], která by se nevracela k této metodě. ... Málo je počátek mnoha, jedna je matka všech čísel, proto při vytváření poměrů se nutně srovnávají pomocí jednotky. Vidíme zde řadu prvků esejistického stylu, kterým Liu Hui vyjadřuje svou důvěru v sílu a univerzálnost metody „Mějme“, která otevírá možnost převést celou matematiku na přepočty čísel podle skupin poměrů.

Nejnámější propozice, které Liu Hui zavádí s racionálním odůvodněním, se týkají jeho infinitezimálních odvození plochy kruhu a objemů některých těles. Zastavíme se podrobně u glosy k metodě 1.XIV.

Liu Hui nejprve interpretuje formulaci metody v klasickém textu jako analogii výpočtu plochy obdélníku (viz výše str. 61). Následuje klíčová teze, na které je založen nejen tento důkaz, ale i následující výpočet poměrů obvodu a průměru, která však je odvozena jen z obrázku: Vytvoříme-li si obrázek, [vyplyne z něj, že] když stranou šestiúhelníka násobíme polovinu průměru jedné sekce a

ztrojnásobíme to, získáme plochu 12-úhelníka. Liu Hui zde navazuje na předchozí upozornění, že poměr 3:1 je poměr obvodu a průměru šestiúhelníka, nikoli kruhu. Neformálním způsobem vytváří iterativní, rekurzivní posloupnost n -úhelníků a popisuje její vlastnost vůči kruhu, zatím bez vysvětlení: Pokud jej dále dělíme, znovu stranou 12-úhelníka násobíme polovinu průměru jedné sekce a 6-násobíme to, získáme plochu 24-úhelníka. Čím více ho budeme dělit, tím méně chybujeme. Kdybychom ho dělili dál a dál, až už by nešel dělit, splynul by s obvodem kruhu a chyba by zmizela.

V tomto místě přichází ke slovu argumentační technika řetězených implikací (tzv. *sorites*), která se u Liu Huie vyskytuje poměrně vzácně a bývá navíc formálně nedokonalá, ale zde hezky slouží svému účelu, tj. dokázat lépe než jen odkazem na názorný příklad, že obsah n -úhelníka skutečně splývá s obsahem kruhu:

Za stranou šestiúhelníka je zbytek průměru. Když násobíme délkou strany zbytek průměru, přesáhne plocha okraj oblouku. Když jsou to ale jemné mnohoúhelníky, splývají s kruhem, a tak za okrajem není žádný zbytek průměru. Jelikož za okrajem není zbytek průměru, plocha nepřesahuje mimo. Liu Hui zde uvažuje takto: Obvod n -úhelníka se skládá z jeho stran. Proto násobit obvod průměrem znamená násobit každou stranu průměrem (to je mlčky obsažený předpoklad). Průměr dělí strana n -úhelníka na dvě části: vnitřní a vnější. Vnitřní část průměru krát délka strany je uvnitř oblouku, ale část plochy vzniklé vynásobením vnější části průměru délkou strany jistě sahá mimo oblouk. Dále Liu Hui (opět jen z obrázků) zjišťuje, že s každým zvětšením počtu stran se zmenšuje poměr, připadající na vnější část průměru. Z toho pro něj vyplývá, že „dokonale jemné mnohoúhelníky“ budou mít vnější část průměru zanedbatelně malou.

Sorites si můžeme znázornit:

Platí

Zbytek průměru \Leftrightarrow plocha přesahuje kruh

a zároveň

Počet stran n -úhelníku je velmi vysoký \Rightarrow zbytek průměru není

tedy

Zbytek průměru není => plocha nepřesahuje kruh

tedy

Počet stran n-úhelníku je velmi vysoký => plocha nepřesahuje kruh.

Tato technika je poprvé zaznamenána již v Konfuciových „Hovorech“⁴⁸ a kvetla zejména v pozdější konfuciánské literatuře. Liu Hui ji nepoužívá moc často asi hlavně proto, že pro něj byla příliš těžkopádná, proto i když ji používá, některé mezičlánky bývají vynechány.

Z novějších prvků vývoje čínštiny proniká do jazyka Liu Huiových interpretací například slovo *di* 第 pro vyjádření řadových číslovek (v komentáři k metodě 8.XVIII pomocí něho označuje sloupce měření vedle sebe – v kontrastu s klasickým textem, který popisuje sloupce jako „další zleva“ *ci zuo* 次左, „ještě další zleva“ *you ci zuo* 又次左 atd.). Liu Hui také velmi často používá sloveso *yong* 用 ve významu „použít/spotřebovat“. Zatímco klasický text sloveso *yong* používá pouze ve specifickém významu „použít na nucené práce“, Liu Hui pomocí tohoto slovesa vyjadřuje i trvání (např. v komentáři k metodě 6.XVI se *yong* vyskytuje na deseti místech, ačkoli klasický text ho k němu vůbec nesáhl). Kromě toho Liu Hui velmi často využívá i staršího významu tohoto slovesa „použít/aplikovat“.

Výklad záměru a myšlenky autora

Účelem komentáře je samozřejmě vysvětlit klasický text, a v případě komentáře k popisu algoritmu tedy vysvětlit algoritmus. Jedna možnost, jak to udělat, je interpretace, o té jsme se zmínili výše. Druhá možnost je číselné řešení, které Liu Hui používá málo, ale stalo se běžnější v pozdějším vývoji čínského matematického komentáře. Třetí aspekt komentování je odhadnout, proč algoritmus vypadá právě tak, jak vypadá. Většina úloh má totiž více možných řešení a je přirozené hledat pro volbu některého z nich logické důvody. Kromě toho lze také

⁴⁸ Slavná je například *sortes* ve výroku XIII.3 o nápravě jmen – viz [Konfucius Rozpravy, 1995], str. 138.

spekulovat o smyslu metody a jejího zařazení na právě toto místo, o volbě terminologie a dalších detailech.

Uvedme pro začátek typický příklad odůvodnění průběhu algoritmu v komentáři k metodě 1.VII (konkrétně její části Počtem rozestavených násobíme nesečtené a ty vytvoří, každý příslušně, dělence rozestavených. Také počtem rozestavených násobíme dělitele.):

Zde se má vedle položit počet rozestavených a dělit jím dělenec průměru. Takto by však vzniklo více zlomkových částí, proto se naopak počtem rozestavených násobí přizpůsobené i sjednocené.

Všimněme si slovesa *dang* 當, „být v souladu s fakty“ (překládám „se má“), které zde uvádí nejpřirozenější postup při mechanickém počítání. Algoritmus ale pořadí převrací a Liu Hui vysvětluje pomocí podmiňovací konstrukce se spojkou *ruo ran, ze* 若然則, že důvodem toho je snaha vyhnout se komplikovaným zlomkům. Podobných vysvětlení anomálií a zkratk v algoritmech je mnoho, Liu Hui pečlivě komentuje každou třídu z nich, někdy však i předem paušálně, například na závěr svého komentáře k metodě 2.I: Co lze zkrátit, krátí se. V ostatních metodách také tak. Tato krátká poznámka je ještě rozvedena pro první metodu, ale ke všem následujícím už ji opakoval jen Li Chunfeng.

Zmiňme dále výklad cíle autora metody při její konstrukci a zařazení do klasiky – komentář před metodou 1.III: Poznámka: Krácení zlomků – počet a míra věcí nemohou být vždy celistvé, musíme je vyjádřit zlomky. Počty ve zlomcích mají tu vlastnost, že když jsou složité, obtížně se používají. ... Dělitel a dělenec se vzájemně vyvozují, často si nejsou přizpůsobené. Proto ti, kdo řeší úlohu, nejprve upravují zlomky.

Metodou 1.III začíná blok 8 metod o operacích se zlomky. Proto zde Liu Hui vysvětluje, proč jsou zařazeny na toto místo kapitoly. Zmiňuje zde „tvůrce metody“ *wei shu zhe* 爲術者, standardní termín, který používá pro tvůrce „Devíti kapitol“. Je otázka, jestli tento neosobní termín používá, protože se zdráhal přisoudit všechny metody Vévodovi z Zhou (pokládal přece jen vznik „Devíti kapitol“ za

výsledek určité tradice – *liu* 流), nebo protože ho nechtěl jmenovat, nebo protože mu tento obecný výraz (trochu připomínající našeho „zákonodárce“) vyhovoval k neosobnímu stylu metod „Devíti kapitol“.

Dalším typem výkladového komentáře je výklad chybného algoritmu. Liu Hui díky svým novým výsledkům v oblasti geometrie (lepší aproximace π , pochopení, že poměr objemu koule a jí opsané krychle není $\pi^2:16$) opravil řadu chyb v algoritmech klasického textu, ale zároveň vždy přednesl svou představu, na čem je chybný algoritmus založen. Častým prvkem těchto výkladů je zjištění, že (případně za jakých podmínek) metoda „odpovídá“ *he* 合 nějakému předpokladu, nejčastěji chybným poměrům čtverce a kruhu. Tyto inference patří k intelektuálně nejpůsobivějším částem Liu Huiova komentáře a obsahují často emotivní vyjádření jeho mínění o původním algoritmu, o kterých se zmíníme v části věnované esejistickému stylu. Uvedme zde jeho výklad a odmítnutí metody 4.XVI „Odmocnění koule“:

Tvůrci metody asi použili jako poměry obvod 3 – průměr 1. Nechť kruh zabírá 3 ze 4 dílů čtverce. Pak válec zabírá v krychli také 3 ze 4 dílů. Dále ve válci je poměr krychle 12, kuličky 9, to znamená, že kulička zabírá opět 3 ze 4 dílů válce. Položme 4 díly násobené samy sebou a získáme 16, 3 díly násobené samy sebou a získáme 9, proto kulička zabírá 9 ze 16 dílů krychle. Proto když násobíme sebrání 16 a 9 dá 1, získáme sebrání krychle. Průměr kuličky je totožný se stranou krychle, proto dělením odmocněním krychle získáme průměr. Ovšem tato myšlenka není pravdivá. Jak to ověřit? Vezměme 8 krychlových kostek, každá bude krychle [strany] 1 chi, sebráním vytvoří krychli [strany] 2 chi. Kružnicí z nich vytvoříme válec, jeho průměr bude 2 cuny, výška také 2 cuny. Když to dále znovu provedeme příčně, bude vzniklý tvar podobný řekněme dvěma spojeným čtvercovým klenbám. ... Spojené klenby mají čtvercový poměr, kulička se nachází uprostřed, má tedy kruhový poměr. Když to odvozujeme z tohoto, pokud by válec představoval čtvercový poměr, což v tom není mezera? Pokud jako kruhový poměr vezmeme obvod 3 – průměr 1, plocha kruhu bude zmenšena, když necháme válec mít

čtvercový poměr, bude sebrání koule zvětšeno, to se vzájemně doplňuje, proto se poměr 9 ku 16 náhodou blíží skutečnosti, ale kulička je ještě zvětšena.

Všimněme si nejprve uvození celého argumentu pomocí „asi“ *gai* 蓋. Následuje předpoklad, jehož přijetí je cílená akce, proto se používá sloveso *ling* 令. Z něj vyvozuje Liu Hui relativní objem válce vůči krychli. Nyní následuje přepočítání poměru metody, tj. ze 16:9 krychle/koule se stává 12:9 válec/koule (protože poměr krychle/válec je $4:3 = 16:12$). Z toho Liu Hui zpětně dovozuje, že autoři metody museli předpokládat poměr válec/koule rovný poměru krychle/válec. Když odvodil tyto předpoklady, postupuje opačně a dokazuje z nich metodu výpočtu objemu koule (která v klasickém textu není uvedena). Z ní opět naopak dokazuje platnost inverzní operace, tedy algoritmu „odmocnění koule“. Smyslem celého tohoto postupu je dokázat, že pokud platí předpoklady, na nichž je algoritmus založen (jeho „myšlenka“ *yi* 意), je jen otázkou jejich elementárních důsledků (jako je výpočet výsledných poměrů vynásobením obou skupin poměrů – tj. jejich přizpůsobení) a zvrátnosti operace platnost původní metody (algoritmu klasického textu).

Klasická čínština nemá žádný syntaktický prostředek, kterým by umožnila distancovat se od popisu, s nímž mluvčí nesouhlasí (jakým je v mnoha evropských jazycích kondicionál). Teprve na konci se tedy dozvídáme, že myšlenka, na které byl celý důkaz založen, není správná (*ran ci yi fei ye* 然此意非也). Liu Huiova formulace svědčí o tom, že vyvrátit tyto předpoklady není jednoduché (jak zjišťujeme, nedaří se mu to slovně vůbec), proto snad používá nezvyklou rétorickou otázku *he yi yan zhi* 何以驗之? Jeho odpověď je založena na prostorovém modelu, jehož konstrukci odřezáním dřevěných kostek detailně popisuje (používá při tom jako tranzitivní sloveso *gui* 規 „kružidlo“, ve významu odříznutí kruhové části). Zajímavý je i závěr tohoto argumentu, kde se dochází ke sporu. Podle modelu má koule poměr kruhu a „spojené klenby“ poměr čtverce. Metoda „Devíti kapitol“ ale předpokládá, že poměr čtverce má válec, a to je zcela jasně jiné (a Liu Hui díky svému modelu ví, že větší těleso než „spojené klenby“, proto to závěrečně emfatické zvolání „což v tom není mezera?“ *qi bu que zai* 其不闕哉. Všimněme si

poněkud převráceného uvažování, než bychom čekali: Spor je v tom, že stejný poměr ve vztahu je přidělen dvěma různým tělesům (jednou válci, jednou spojeným klenbám), když druhému z poměrů (kruhovému) odpovídá v obou případech stejné těleso (koule).

Z tohoto sporu pak Liu Hui odvozuje dále (a to je také zajímavý prvek tohoto komentáře a doklad, jak si čínští matematici trvale všímali praktických důsledků), že původní metoda má dvě protichůdné chyby: jednak poměr válce v krychli je větší, než poměr spojených kleneb v krychli (3:4 proti 2:3 – toto číslo ovšem Liu Hui přesně neznal), ale zároveň poměr kruhu ve čtverci, použitý metodou chybně i jako poměr koule k válci, je menší než skutečný poměr kruhu ve čtverci, použitý Liu Huiem správně jako poměr koule ke spojeným klenbám (3:4 proti 200:157). Proto výsledek je nakonec bližší realitě, než kdyby se použily přesnější Liu Huiovy poměry obvodu a průměru, neboli, jak říká Liu Hui, „poměry se náhodou blíží skutečnosti“ *lü ou yu shi xiang jin* 率偶與實相近.

Kromě odhadování, co měli na mysli autoři metod, se Liu Hui jednou pouští i do svého předchůdce Zhang Henga, slavného polyhistora, znalce klasických knih a astronoma, který zřejmě napsal také spis o matematice („Zhang Hengovy počty“ – mimo Liu Huiův komentář není tato kniha doložena). Liu Hui zde ještě složitěji než pro klasický text odvozuje, že Zhang Heng také použil součin dvou skupin poměrů čtverce a kruhu jako poměr krychle a koule, tedy také považoval válec za čtvercový poměr ve vztahu ke kruhové kouli. Navíc jeho poměry čtverec : kruh byly naopak větší než skutečnost, takže jeho navrhovaný poměr koule ke krychli 5:8 „chybuje o hodně“ *shi zhi yuan yi* 失之遠矣. Liu Hui kritiku Zhang Henga uzavírá velice břitkým odsudkem, kde se s chybnou metodou ocitá na „lavici obžalovaných“ i snaha přizpůsobit výklad skutečnosti korelativní teorii *yin* a *yang*. Ačkoliv Liu Hui na jiných místech, zejména v předmluvě, také hovoří o proměnách *yin* a *yang* jako motivaci vlastních výzkumů, zjevně to myslel zcela jinak než jako vytváření ideálních numerologických konstrukcí. Liu Hui doslova říká: Hengovo učení je nepodložené (*zi ran* 自然, což v tomto kontextu neznamená „přirozený“, ale „jsoucí

tak samo od sebe [bez ohledu na fakta]⁴⁸), chce využít své učení o yin a yang a sudých a lichých číslech a nehledí na to, zda je přesné nebo nepřesné. I když je literárně hezky formulované, je to matení povahy věci a nabourávání faktů, je tedy vadné. (*si luan dao fei yi, bing yi!* 斯亂道破義, 病矣) Zhang Heng podle Liu Huie vnáší zmatek do toho, co je přirozená tendence světa (*dao*) a nabourává (*po*) to, co je správné (*yi*). Liu Huiovo rozhořčení zřejmě vyvolal fakt, že Zhang Hengova metoda byla méně přesná, než metoda klasického textu, kterou měla opravit.

Dodatečné příklady a jejich řešení

Někdy se stane, že úloha, kterou klasický text uvádí jako demonstraci některé metody, nevyhovuje Liu Huiovým pedagogicko-teoretickým potřebám. Jde zejména o to, aby čísla, která lze obtížně obecně pochopit, bylo možné interpretovat v kontextu úlohy nějakým reálným počtem⁴⁹. Typickým příkladem je komentář k metodě 1.IX, kde Liu Hui nejprve obecně vysvětluje princip algoritmu, ale pak přichází s vlastním ilustrativním příkladem:

Zde mají pole šířku a délku, je obtížné pochopit to obecně. Dejme tomu, že úloha zní: 20 koní má hodnotu 12 *jinů* zlata. Peníze si dělí 35 lidí, kolik každý dostane? Odpověď zní: 12 z 35 dílů *jinu*. Jak vidíme, Liu Hui používá standardní prostředky formulace zadání a udává i odpověď, zcela podle vzoru „Devíti kapitol“.⁵⁰ Řešení už ale opouští sterilní formulaci metody:

Řeší se to tak jako v metodě „Rozkládání zlomků“, vezmeme 12 *jinů* jako dělenec a 35 lidí jako dělitel.

Tady Liu Hui ukazuje, že základním způsobem řešení této jednoduché úlohy je použít předchozí metodu 1.VIII, do které se dosadí (*qi wei zhi ye, dang ru jing fen shu* 其爲之也, 當如經分術). Volbou slov přitom dává jednoznačně najevo, že píše neformální komentář, nikoli text metody (oddělovací částice *ye*, sloveso *dang*). Toto

⁴⁸ Viz [Chemla 1998].

⁴⁹ Stejným způsobem, nerozeznatelně od úloh „Devíti kapitol“, formuluje i zadání a odpovědi ve své vlastní kapitole, „Klasické matematické knize mořského ostrova“.

ale ještě není úloha, ke které chce dojít, a proto přichází s její úpravou (tu uvádí pomocí „jinak stanovme“ *geng she* 更設):

Dejme tomu, že řekneme jinak, že 5 koní stojí 3 *jinu*. Nyní 4 prodáme a peníze si rozdělí 7 lidí, kolik každý dostane? Odpověď zní: Každý dostane 12 z 35 dílů *jinu*. Řeší se to tak, že přizpůsobíme množství *jinů* a lidí, čímž odpovídají první úloze, a vložíme je do „Rozkládání zlomků“.

Přeformulování úlohy spočívá v tom, že počet prodaných koní je nyní jiný, než počet, k němuž byla vztažená cena. Proto je nutné tyto počty přizpůsobit:

Totíž když se čitatele spolu násobí a vytvoří dělenec, je to jako přizpůsobení [počtu] zlata v této úloze. Když se spolu násobí jmenovatele a vytvoří dělitel, je to jako přizpůsobení [počtu] lidí. Když sjednotíme jmenovatele, je to 20, ale koně není třeba sjednocovat, hledáme pouze přizpůsobené [počty]. Ještě jinak můžeme říci, že 5 koní ku 3 *jinům* zlata je poměr celků; když ho vyjádříme zlomkem, bude jeden kůň mít cenu 3 z 5 dílů *jinu* zlata. Sedm lidí prodává 4 koně, tedy jeden člověk prodává 4 ze 7 dílů koně. [Počty] zlata a lidí se vyvolávají navzájem, liší se, z čeho jednotlivá vyjádření vycházejí, ale při výpočtu čísel se všechny metody vrací ke stejnému [postupu].

Celý exkurz ke koním a zlatu byl tedy motivován tím, aby bylo možné násobení zlomků formulovat jako přizpůsobování čitatele jednoho zlomku jmenovateli druhého a naopak jmenovatele druhého čitateli prvního s tím, že i „sjednocený člen“ lze interpretovat, i když žádný reálný význam nemá.

Alternativní metody

Liu Huiovy alternativní metody jsou zajímavé proto, že umožňují přímé srovnání jeho matematického jazyka s jazykem „Devíti kapitol“ na útvaru, který je nejbližší klasickému textu. Zatímco v jiných žánrech je možné terminologické a formální odchylky vysvětlit jako důsledek jiného účelu komentáře oproti textu klasiky, zde jsme asi nejbliže skutečnému vývoji matematického jazyka (pomineme-li Liu Huiovu „Klasickou matematickou knihu mořského ostrova“, která

je ještě více modelována po vzoru „Devíti kapitol“).

Prosté obměny některých kroků metod klasického textu bývají prezentovány zjednodušenou formou, která už volbou slov prozrazuje, že není míněna jako říkanka pro memorování a mechanickou aplikaci. Například na konci komentáře k metodě 1.IV píše: Je ještě jedna metoda, lze nechat vydělit jmenovatele, aby vytvořily poměry, pak násobení čitatele poměrem je přizpůsobení. Ponechme nyní stranou matematický smysl této alternativy a všimněme si jazykových prvků: označení alternativní metody jako *qi yi shu* 其一術 podobně jako v klasickém textu, na druhou stranu ovšem slovesa *ke* a *ling*, která zdůrazňují, že metoda není ustálená a všeobecně přijatá. Metoda je také přímo spojená s interpretací pomocí Liu Huiova pojmu přizpůsobení, což ji dále odlišuje od klasického textu, kde interpretace nemá co pohledávat.

Nejnámější příklad Liu Huiovy alternativní metody je obsažen v komentáři k metodě 8.XVIII. Smyslem metody je nejprve nalézt vzájemné poměry dvojic neznámých a pak podle nich vypočítat konkrétní hodnoty. V tomto nejrozsáhlejším preskriptivním textu se Liu Hui přibližuje formě metod „Devíti kapitol“: Používá například označení konce výpočtu pomocí slovesa *qiu*, nepřerušuje proud preskriptivních výroků vysvětlujícími komentáři, na druhou stranu se nevzdal oblíbeného slovesa *ling*, které v klasickém textu chybí, a deklaraci mezivýsledků na rozdíl od klasického textu zakončuje obvykle částicí *ye*.

Co se týče operační terminologie, ukazují se u Liu Huiě některé změny proti jazyku klasického textu. Především je to méně stabilní syntax, například častější výskyt konstrukcí A 乘之 s elipsou předložky (zvláště po slovese *ling* a modálních slovesech), ale i další, někdy velmi specifické konstrukce, například 各以一日所行以乘, 爲凡日所行 (metoda 6.IX), kde se zdvojuje předložka *yi*, přičemž ve svém druhém použití vlastně supluje zájmeno *zhi*. Dalším rysem komentáře je hojné používání slovesa *chu* ve významu „dělit“, a dále celá řada Liu Huiovi vlastních termínů, jako je „společné dělení“, „přizpůsobení“, „sjednocení“ apod. Liu Hui také používá některé nové způsoby označení operací, například *san yin zhi* 三因之 jako

„trojnásobit“. Toto sloveso se objevuje systematicky ve zfalšované části „Xiahou Yangovy klasické matematické knihy“⁵¹, striktně pro násobení jednomístnými čísly, čemuž by odpovídalo i toto použití Liu Huiovo⁵².

Esejistický styl v předmluvě a komentářích

Pod esejistický styl zde shrnuji vše, co Liu Hui napsal o historii „Devíti kapitol“ a významu textu i matematiky jako celku. Zahajuje svou předmluvu k „Devíti kapitolám“ obširnou citací z „Velkého komentáře ke Knize proměn“⁵³, do které vkládá svoji představu počátku matematiky („Devět devítek“ čili násobilka, podle pozdějších výkladů však i krátký spis, snad sbírka úloh, viz Li Jiho komentář, [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 819): Kdysi dávno Bao Xi načrtl osm trigramů, aby se jimi dostal do spojení se schopnostmi prohlédnutí a projasnění a uspořádal jimi podstaty všech věcí⁵⁴. Vytvořil také „Devět [krát] devět“, aby tak vystihl proměny šesti čar⁵⁵. Později je Žlutý císař mysticky nahlédl a přetvořil, rozšířil a prodloužil jejich dosah, a tak založil kalendář a sladil tóny hudby a použil to k nalezení počátku cesty vládců. I ta nejjemnější energie (*qi*) dvou čar (*yi*) a čtyř kombinací (*xiang*) tak mohla být napodobena. Liu Hui tak vytváří paralelu mezi „proměnami“ a matematikou, včetně postupného „emanačního“ vývoje, kterým obě disciplíny prošly z jednodušších začátků k plnému systému. Liu Hui i dále pokračuje v historickém výkladu a jeho jazyk si drží slavnostní a archaizující ráz, i když

⁵¹ „Xiahou Yangova klasická matematická kniha“ je ve své dnešní verzi patrně kompilací z doby tangského císaře Daizonga (762 – 779), protože zmiňuje tangské právní zvyklosti a instituce, včetně úřadu *bie jia* 別駕, který byl krátce po smrti Daizonga opět zrušen (viz [Shen Kangshen 1999], str. 82). Zmiňované rozlišení násobení na *yin* a *cheng* je v této novější části, přisuzované Qian Baocongemu matematikovi Han Yanovi 韓延. Tento text je mimochodem jediný, co se dochovalo z matematické literatury mezi Li Chunfengovými komentáři (656) a zbytky Jia Xianova „Podrobného řešení ‚Matematických metod v devíti kapitolách Žlutého císaře““ (polovina 11. století) ([Shen Kangshen 1999], str. 277).

⁵² Viz [Li Yan 1936], str. 27.

⁵³ Viz [Král 1995], str. 264 a dále.

⁵⁴ Toto je můj vlastní překlad, což může zakrýt, že se jedná o pouze zkrácenou verzi úvodu k „Velkému komentáři“, B12: „V dávných dobách panoval nad světem Fu-si. ... Tak vytvořil osm trigramů, jimiž pronikl k síle božských bytostí, a na tomto základě utřídil všech deset tisíc věcí.“ Podle [Cheng 2006], str. 256.

⁵⁵ Toto je Liu Huiův vlastní příspěvek k řadě vynálezů, které údajně objevili Fuxi a Shennong díky studiu trigramů a hexagramů. V „Knize proměn“ tato pasáž pochopitelně není.

necituje: „V kronikách se praví, že Li Shou vytvořil čísla, nic bližšího o tom však není známo.“ Povšimněme si konstrukce s inverzí předmětu před zápornem *qi xiang wei zhi wen ye* 其詳未之聞也. Podobně literárně působí věta „Proud z ‚Devatera počtů‘, toť ‚Devět kapitol‘“ *Jiu shu zhi liu, Jiu zhang shi yi* 九數之流, 九章是矣.

Další část předmluvy se zabývá znovuzrozením klasiky za Hanů a jazyk se stává věcnější, i když zachovává krátké konstrukce a určitou monumentalitu a archaičnost, jak dosvědčuje citát z „Knihy dokumentů“ s předklasickými zájmeny *shi a jue: zi shi jue hou* 自時厥後. Liu Huiově záměru, kterým je zde bezpochyby vzbuzení respektu k „Devíti kapitolám“, slouží i charakterizace Zhang Cangových a Geng Shouchangových redakčních zásahů jako „vyškrtání a doplnění“ *shan bu* 刪補 klasického textu, který byl „rozchvácen a pokažen“ *san huai* 散壞 během (či jen v souvislosti) s qinským pálením knih. Liu Hui používá stejná slova, jakými je popisována ediční činnost Konfucia vůči *Yijing*, *Shijingu* a *Shujingu*⁵⁶, zejména stejně jako v případě údajných Konfuciových zásahů předpokládá eliminaci částí, které nebyly dost relevantní nebo kvalitní.

V další části Liu Hui popisuje svůj vztah k textu a jeho jazyk se mění na poetičtější. Věty jsou krátké, paralelně stavěné a znovu evokují „Velký komentář ke Knize proměn“: Sledoval jsem členění yin a yang, zobecňoval kořeny početních metod, a pak uprostřed zkoumání nevyřešeného jsem náhle pochopil jejich myšlenku. 探蹟之暇, 遂悟其意. Po povinném a také literárně stylizovaném ospravedlnění vlastní tvůrčí troufalosti (Proto jsem si dovolil vydat ze sebe vše, co mi mé omezené schopnosti dovolily...) začíná klíčová část, kde Liu Hui popisuje svou představu struktury matematiky jako stromu, vycházejícího z jednoho kořene díky síle inference *tui li* 推理 – myšlenkového postupu, který terminologicky přiřazuje k *yijingovému* věštění, ale které je ve skutečnosti dost odlišné, protože není svázáno žádným pevným rámcem (strom se může větvit dál a dál) a je ověřitelné (*yan*) na reálných příkladech. Přesto Liu Hui nejprve opět sahá k jazyku „Velkého komentáře“: Věci, situace a jejich třídy jsou od sebe vzájemně odvozeny, všechny

⁵⁶ Viz [Henderson 1991].

lze zařadit ke společnému původu, stejně jako větve stromu, ač oddělené, přece vycházejí ze stejného kmene, vyráží jen z jediného jeho výběžku. *shi lei xiang tui, ge you you gui, gu zhi tiao sui fen er tong ben gan zhi, fa qi yi duan er yi* 事類相推，各有攸歸，故枝條雖分而同本幹知，發其一端而已⁵⁷. Archaizující styl opět podtrhuje zájmeno *you* použité namísto *suo*, které by patřilo do klasické čínštiny. Jen o řádek dál nacházíme další narážku na „Velký komentář“: Pozorní čtenáři si domyslí víc než polovinu *lan zhi zhe si guo ban yi* 覽之者思過半矣⁵⁸.

Opusťme nyní předmluvu, která se dále zabývá otázkou zařazení kapitoly „Dvojí rozdíl“, a povšimněme si esejistických pasáží v glosách Liu Huiova komentáře. Pravidelně vystupují tam, kde komentátor nachází nějakou zvláště fundamentální pravdu či metodu, jako například v komentáři k metodě 1.IV: Metody se shromažďují podle své třídy, předměty se dělí podle svých skupin⁵⁹. Když jsou čísla ze stejné třídy, nemohou si být daleko, když jsou z jiné třídy, nemohou si být blízko. Ta, která jsou vzdálená, ale mají stejné proporce, jdou stejným směrem, i když jsou na různých místech. Ta, která jsou blízka, ale mají různé tvary, se rozcházejí, i když jsou v jedné řadě. Proto metoda přizpůsobení a sjednocení je zásadní: Čísla s pronikajícími se mírami se jedním rázem uvedou v takový soulad! Je to jako rozplétání uzlů kostěným klínkem, není nic, co by se jejím použitím neuspořádalo. Drobit násobením, sdružovat krácením, uvádět do spojení přizpůsobením a sjednocením, není to základ matematiky?

Liu Hui opět sahá po „Velkém komentáři“ jako zdroji základních pravd o světě, následně formuluje v paralelních protikladech konstrukci, jejímž cílem je zdůraznit význam přizpůsobení „tvaru“ či „proporcí“ pro zacházení s čísly. Rétorický charakter podporuje zvolací věta *cuo zong du shu, dong zhi si xie!* 錯綜度數，動之斯諧 i metafora s kostěným klínkem. Metafora je ostatně typická pro

⁵⁷ Cituji – jako ve všech ostatních případech – podle [Guo Shuchun 2004]. Autor v této pasáži na základě své teorie o ekvivalenci *zhi* a *zhe* odstranil jeden znak dochovaného znění starých edic, které je *tong ben gan zhe zhi fa qi yi duan* 同本幹者知發其一端. Tato úprava je nicméně velmi pochybná.

⁵⁸ *Xici*, B7: „Když někdo inteligentní pozoruje tyto texty k obrazcům, domyslí si víc než polovinu.“ *zhi zhe guan qi xiang ci ze si guo ban yi* 知者觀其象辭則思過半矣.

⁵⁹ Citát z Velkého komentáře ke knize proměn, 1. kap., odstavec 1.

literárnější části Liu Huiova komentáře.

K poetické formulaci se Liu Hui uchýlil také na závěr svého komentáře k metodě „Odmocnění koule“, kde se mu nepodařilo vypočítat objem „spojených kleneb“ *mou he fang gai*. Liu Hui uzavírá svůj výklad slovy, která Don Wagner označil názvem „Matematikova frustrace“⁶⁰: Ať dělím, spojuji, rozplétám či svazuji, čtverec se s kruhem spolu ovinují, husté a jemné podivně pronikají, rovnost a přímost najít nedají. Kdybych chtěl z primitivního tvaru postulovat tvrzení, obávám se minutí pravé vnitřní struktury. Nedovoluji si [rozhodnout] pochybnosti a nechám je čekat na někoho, kdo to bude schopen vyjádřit. Poslední věta *gan bu que yi, yi ai neng yan zhi* 敢不闕疑，以俟能言者 se jako citát dokonce stala součástí hantýrky čínských historiků matematiky, pomocí níž ponechávají otevřené nevyřešené otázky své disciplíny.

Z mnoha dalších pasáží, které by se tu daly citovat, vyberme ještě úvahu o správné povaze matematického umění (proti slepé aplikaci „metod“), kterou Liu Hui uvozuje svou novu metodu. Měření vedle sebe (za metodou 8.XVIII): Ti, kdo nejsou vnímaví k nejjemnější vnitřní struktuře a pouze se drží původní metody, někdy jakmile používají tyčinky a rozloží si koženou podložku, milují složité výpočty a radují se z chyb, ti nikdy nepoznají nesprávnost tohoto a naopak mají za to, že čím víc [musí počítat], tím je to cennější. Jejich počítání pak je vždy takové, že jsou jim nejasné univerzální postupy a soustředí se jen na jeden výběžek. Co se tohoto druhu lidí týče, i když usilují o výsledek, bývá někdy chybný, to nelze nazvat důležité a úsporné [počítání].

Jsou ještě jiné metody, jako když kuchař Ding porcoval býčka, jeho čepel se volně toulala mezi vlákny vnitřní struktury, a proto si mohl trvale uchovat čepel jako novou. Počítání je jako čepel, když se užívá prostě a snadno, zasahuje onu strukturu kuchaře Dinga, proto může být v harmonii s mystickým a „šetřit čepel“, rychlé a s malým počtem chyb.

Zde Liu Hui opět přichází s rytmičky vyváženými větami a paralelismem, do

⁶⁰ [Wagner 1978a].

něž zasazuje známou metaforu z knihy Zhuang Zi o kuchaři, který hladce a bez potíží kuchá býčka, protože je schopen vnímat jeho přirozenou strukturu⁶¹. Použití této literární narážky v souvislosti s matematikou je obzvlášť zajímavé, protože jen máloco může zdůraznit zájem Liu Huie o pozvednutí matematického uvažování nad pouhé vykonávání instrukcí, zapsaných v knihách, tak silně, jako odkaz na knihu Zhuang Zi, klasiku spontaneity a mystického nazření vesmíru.

Liu Huiův jazyk – věcný i barvitý

Předchozí řádky snad dostatečně demonstrují, že Liu Hui se soustředil na vyjádření myšlenky. Formu volil podle toho, co právě vyjadřoval. Pro záznam výpočtu obsahů n -úhelníků nebo své nové metody řešení úloh „Měření vedle sebe“ používal suchý, věcný a terminologicky ustálený jazyk, pro běžnou interpretaci terminologicky trochu ledabylejší sloh, který ale díky použití modálních sloves a částic působí velmi dynamicky a vyjadřuje různé vztahy mezi metodou a realitou, a pro hluboké úvahy a formulaci zásadních prvků početních metod slavnostní, rytmicky a syntakticky vyváženou prózu s častými literárními narážkami a dalšími doklady vlastní kulturní úrovně.

Zatímco Liu Huiův věcný („odborný“) styl je především součástí vývoje jazyka čínské matematiky, jeho sloh esejistický tento úzký rámeček překračuje směrem k argumentačnímu stylu jeho současníků ze skupiny Sedmi nesmrtelných z Bambusového háje (zejména Xi Kanga) a zařazuje se do kontextu vývoje čínské učené prózy. Prozkoumat vztahy s touto bohatou tradicí však není v možnostech této práce.

Jazyk Li Chunfenga a jeho družiny

Zatímco Liu Huiovy glosy tvoří sevřený soubor, jehož motivaci autor sám naznačil ve své předmluvě, Li Chunfeng a jeho spolupracovníci nám nezanechali

⁶¹ Viz Zhuang Zi, kap. 3, text 2.

žádný jasný plán, co s textem, který měli k dispozici, chtěli udělat. Pokud ale obsah tohoto komentáře spojíme s údaji z dynastických kronik, na nichž se Li Chunfeng během svého působení na různých pozicích v úřadu Nejvyššího historika *tai shi ju* podílel, můžeme dospět k závěru, že chtěl:

1. Vysvětlit podrobněji aplikaci pojmů a metod jak klasického textu, tak Liu Huiova komentáře – tomu odpovídá řada glos, které jsou vlastně rozvedením a opsáním Liu Huiova komentáře pro další případy.
2. Spojit nesouvislé Liu Huiovy glosy k jednotlivým krokům algoritmů do systematického vysvětlujícího postupu.
3. Doplnit některá vysvětlení k Liu Huiovým teoretickým novinkám.
4. Upozornit na chyby v klasickém textu i komentáři a doplnit výsledky novějšího matematického bádání.

Tomu odpovídají i žánry, které nacházíme v Li Chunfengových vysvětlivkách (jejichž většina se nachází v 1.-4. kapitole, podle Bao Huanzhi'ova názoru vysvětlivky z 8. a 9. kapitoly byly pravděpodobně ztraceny). Nejčastější jsou interpretační pasáže málo odlišné od Liu Huiových, jen s tím rozdílem, že obvykle bývají uvedeny až poté, kdy pro ně Liu Hui představil určitý vzor. Tak tomu je například s výkladem smyslu „zlomkových“ metod 1.IV – 1.X, s rozvedením aplikace metody Mějme v úlohách 2. a 3. kapitoly aj. Li Chunfeng zde jako pedagog očividně myslel na ty studenty, kterým nestačilo „ukázat jeden roh“, aby si zbytek domysleli sami.

Ze stejné motivace vychází i dotažení Liu Huiových ověření-interpretací až k nalezení výsledku. Liu Hui často pouze načrtl hlavní myšlenku postupu, který se mu zdál pro vzdělaného čtenáře evidentní. Li Chunfeng ale doplnil i přesná číselná řešení nebo chybějící mezikroky, aby rigoróznějším řetězcem dokázal, že výsledek metody „odpovídá tomu, na co bylo tázáno“ *he suo wen* 合所問. Typickým příkladem tohoto Li Chunfengova postupu je vysvětlivka za Liu Huiovým komentářem k metodě 6.XXIV, ve které se číselně řeší předpoklady (interpolační odhady), na nichž je založen výpočet.

Zástupci druhého typu vysvětlivek jsou soustředěny ve čtvrté kapitole za metodami odmocnění čtverce a krychle. Liu Hui zde zvolil techniku průběžného komentáře, kdy za každý krok algoritmu uvedl svoji interpretaci tohoto kroku. Ve výsledku tak ale jeho komentář není snadno přehledný. Li Chunfeng proto provedl novou redakci těchto dvou metod, kde spojil do souvislého textu klasickou metodu, Liu Huiovy glosy i vlastní vysvětlivky, a výsledek připojil za obě metody jako alternativní způsob čtení. Tento postup shrnuje následující tabulka pro hlavní část metody 4.XIII (bez řešení neodmocnitelných případů a odmocňování dělitele):

Tab. 2: Korespondence částí metody 4.XIII a Liu Huiova a Li Chunfengova komentáře k ní

Klas. text	Liu Hui	Li Chunfeng
開方 Odmocnění čtverce	求方冪之一面也 Hledání jedné strany čtvercové plochy	此術 [~] 者, 求方冪之面也 Tato metoda „~“ je hledání strany čtvercové plochy
借一算 Vypůjčíme si jednu tyčinku		[~] 者, 假借一算, 空有列位之名, 而無除積之實。方隅得面, 是故借算 列之於下 „~“ znamená, že si vypůjčíme jednu početní tyčinku, která pouze označuje pozici, na níž je položena, a nemá skutečný obsah toho, čím se dělí sebrání. Z rohů čtverce získáme stranu, proto umístíme vypůjčenou tyčinku do spodní [části tabulky]

Klas. text	Liu Hui	Li Chunfeng
<p>步之，超一等 Posuneme jí o jeden stupeň navíc</p>	<p>言百之面十也，言萬之面百也 Když se vyjadřuje strana 100, je to 10, když se vyjadřuje strana 10 000, je to 100</p>	<p>[~] 者，方十自乘，其積有百，方百自乘，其積有萬，故超位至百而言十，至萬而言百 „~“ znamená, že když se [strana] čtverce 10 vynásobí sama sebou, sebrání je 100, když se [strana] čtverce 100 vynásobí sama sebou, sebrání je 10 000, proto když přeskočí na 100, vyjadřuje 10, když na 10 000, vyjadřuje 100</p>
<p>議所得，以一乘所借一算爲法，而以除。 Usoudíme získané, vynásobíme tím [jen] jednou ten [řád], kde je vypůjčená tyčinka, to je dělitel, a dělíme jím</p>	<p>先得黃甲之面，上下相命，是自乘而除也 Nejprve získáme stranu hnědé [plochy] A. Spodní a vrchní se spolu zmnoží, takže se odečítá [strana] násobená sama sebou</p>	<p>[~] 者，先得黃甲之面，以方爲積者兩相乘，故開方除之，還令兩面上下相命，是自乘而除之 „~“ znamená, že nejprve získáme stranu hnědé [plochy] A. Když se ze strany dělá sebrání, násobí se spolu dvě, proto když dělíme odmocněním čtverce, kompenzujeme tím, že necháme dvě [stejně] strany nahoře a dole zmnožit se spolu navzájem, takže se odčítá samonásobek [strany hnědé A plochy]</p>

Klas. text	Liu Hui	Li Chunfeng
<p>除已，倍法爲定法。</p> <p>Po dělení zdvojíme dělitel a vytvoříme určený dělitel</p>	<p>倍之者，豫張兩面朱幕定表，以待復除，故曰定法</p> <p>Zdvojení je proto, že anticipujeme určenou délku rumělkových ploch u obou stran, která čeká na další dělení, proto se říká „určený dělitel“.</p>	<p>[~] 者，實績未盡，當復更除，故豫張兩面朱幕表，以待復除，故曰定法</p> <p>„~“ znamená, že sebrání dělence není vyčerpáno, musí se znovu dále dělit, proto anticipujeme určenou délku rumělkových ploch u obou stran, která čeká na další dělení, proto se říká „určený dělitel“</p>

Klas. text	Liu Hui	Li Chunfeng
<p>其復除，折法而下。 [Pokud] opět dělíme, redukuje a [určený] dělitel a pokračujeme</p>	<p>欲除朱幕者，本當副置所得成方，倍之爲定法，以折、議、乘之，而以除如是當復步之而止，乃得相命，故使就上折下 Když chceme odečíst rumělkové plochy, musíme vlastně vedle položit získané tvořící stranu, zdvojit to na určený dělitel, redukovat ho, usoudit [další kvocient] a tím násobit a toto pak odečíst. Jelikož je to tak, musí se [určený dělitel] znovu posunout [o místo zpět] a teprve pak je možné zmnožit spolu [spodní a dolní]. Proto se nechává redukovat směrem k hornímu a pokračuje se</p>	<p>[~] 者，欲除朱幕者，本當副置所得成方，倍之爲定法，以折、議、乘之，而以除如是當復步之而止，乃得相命，故使就上折之而下 „~“ znamená, že když chceme odečíst rumělkové plochy, musíme vlastně vedle položit získané tvořící stranu, zdvojit to na určený dělitel, redukovat ho, posoudit [další kvocient] a tím násobit a toto pak odečíst. Jelikož je to tak, musí se [určený dělitel] znovu posunout [o místo zpět] a teprve pak je možné zmnožit spolu [spodní a dolní]. Proto se nechává redukovat směrem k hornímu a pokračuje se</p>

Klas. text	Liu Hui	Li Chunfeng
<p>復置借算步之如初，以復議一乘之， Znovu položíme vypůjčenou tyčinku, krokujeme ji jako prve, opět uhodnutou číslicí ji jednou vynásobíme</p>	<p>欲除朱幕之角黃乙之幕，其意如初之所得 Chceme odečíst hnědou plochu B v rohu rumělkových ploch, znamená to [postupovat] stejně jako s poprvé získaným</p>	
<p>所得副以加定法，以除。 Získané vedle přičteme k určenému děliteli, a tím dělíme</p>		<p>[~以定法除] 者，欲除朱幕之角黃乙之幕 „~, a dělíme určeným dělitelem“ znamená, že chceme odečíst hnědou plochu B v rozích rumělkových ploch</p>
<p>以所得副從定法。 Získané vedle se přiřadí k určenému děliteli</p>	<p>再以黃乙之面加定法者，是則張兩青幕之表 Znovu se přidává k určenému děliteli strana hnědé B [plochy], to je rozprostření délky obou tyrkysových ploch.</p>	<p>[~] 者，再以黃乙之面加定法者，是則張兩青幕之表 „~“ znamená, že se znovu přidává k určenému děliteli strana hnědé B [plochy], to je rozprostření délky obou tyrkysových ploch</p>

Klas. text	Liu Hui	Li Chunfeng
		故如前開之，即合所問 proto když odmocňujeme jako předtím, je [výsledek] v souladu se zadáním

Zajímavé jsou první čtyři části Li Chunfengova shrnutí, protože rozvíjejí a doplňují příliš strohý Liu Huiův komentář. Li Chunfeng tu vysvětluje stručnou formulaci klasického textu rozvinutím pomocí dvouslabičných spojení, což je charakteristickým znakem novější komentátorské praxe (spojené s rostoucí homofonií střední čínštiny) a u Liu Huie se s tím nesetkáme. Odlišné od Liu Huiova stylu je i následující vysvětlení povahy vypůjčené tyčinky paralelní konstrukcí, které by pro Liu Huie bylo asi příliš vyumělkované a málo obsahově hutné. Ne že by se Liu Hui zcela vyhýbal paralelním větám a zdůraznění protikladů, ale obvykle narušoval stoprocentní vyváženost zvolacími částicemi.

I v další části vysvětlivky, týkající se posunu řádů ve spodním a vrchním řádku, se projevuje snaha Li Chunfenga či jeho spolupracovníků Liu Huiův projev formálně učesat a poskytnout pro něj evidentnější důvod. Doplnění chybějícího článku logického řetězu je hlavním prvkem i v následující části, kterou lze znázornit takto:

plocha = součin (sebrání) dvou stran

odečítáme plochu, dole je strana => musíme stranu dole ještě vynásobit

stranou nahoře, aby vznikla plocha, kterou chceme odečíst

První důvod Liu Hui explicitně nezdůrazňuje. Li Chunfengova vysvětlivka je z jazykového hlediska zajímavá tím, že používá formulaci „strana vytváří sebrání“ *fang wei ji* 方爲積.

Další body už nepřinášejí celkem nic nového, až na závěrečné uzavření iterace, která se zdá být určitým ekvivalentem úplné matematické indukce (ověření správnosti jednoho kroku a přechodu z jednoho řádu na další znamená správnost pro všechny řády).

Předchozí přehled ukazuje, že cílem Li Chunfenga byla hlavně systematizace a uspořádání textu klasiky i Liu Huiova komentáře. Ačkoli vysvětlivkám Li Chunfengovy družiny nelze upřít, že doplňují ne zcela jasná místa a usnadňují interpretaci, zároveň je patrné, že byly založeny více na erudici a opisování, než vlastní matematické práci a zkoumání. Díky tomu, že velké části vysvětlivek jsou kompiláty nebo doplňky a opravy podle vzoru originálů (ať už jde o doplňky „liuhuiovských“ komentářů k metodám, k nimž je Liu Hui sám nenapsal, nebo o korekce algoritmů ve stylu klasického textu, jako tomu je za metodou 4.XII), je také obtížné identifikovat vlastní styl Li Chunfengových vysvětlivek (to je dále ztíženo tím, že se jedná o kolektivní dílo). Nejvýraznější jsou asi dvě pasáže: polemika s Liu Huiovým komentářem za metodou 1.I a nový důkaz platnosti metody 1.XIV pomocí kostek.

V první z těchto pasáží se Li Chunfeng (lze se domnívat, že takovou zásadní poznámku, navíc na samém začátku díla, učinil on osobně) pomocí řetězu definic snaží „napravit jména“ plochy (*mi*) a sebrání (*ji*), které podle jeho názoru Liu Hui příliš sblížuje. Opět se setkáváme se silně paralelním stylem, který by Liu Huiovi byl cizí: „Plocha“ je jméno pro rozvoj strany čtverce, „sebrání“ je název pro shromáždění více čísel. 幂是單面方布之名，積乃眾數聚居之稱. Stejně až úzkostlivě paralelní je i další věta Máme za to, že vždy když se hovoří o „ploše“, opíráme se o jednu stranu ze šířky a délky, když se hovoří o „sebrání“, vyzdvihujeme celkový počet ze všech kroků 今以凡言幂者據廣從之一方，其言積者舉眾步之都數. Dále si všimněme, že tyto dlouhé paralelní konstrukce Li Chunfeng odděluje krátkými páry čtyřznakových formulí, kterými vyjadřuje svůj názor:

Sledujeme-li myšlenku tohoto komentáře, [je, že] sebrání a plocha mají stejný význam. 觀斯注意，積幂義同 – o kus dál: Když to odvozujeme podle vnitřní struktury, nemůže to tak být. 以理推之，固當不爾

Pak následuje první z párů definic a posléze paralelní protiklad k prvnímu páru, shrnujícímu Liu Huiův komentář:

[Když] podle jména zkoumáme skutečnost, je obojí zcela rozdílné. 循名責實，二者全殊

V závěru už čtyřslabičné páry dominují:

Co se týče těchto vysvětlivek, podržujeme správné a zbavujeme se chybného, poněkud zjednodušujeme a usnadňujeme,⁶² zanechávající je tak pro budoucí studenty.

今者注釋，存善去非，略為料簡，遺諸後學。

Druhá pasáž se sice více týká reality a méně definic, ale i tak je její jazyk a styl poměrně výrazný a liší se od Liu Huiových zvyklostí. Především je didaktický, to znamená, že pravdu objevenou Liu Huiem ukazuje pomocí zvláště evidentních skutečností a apeluje na samozřejmost těchto faktů. Setkáváme se s tím ve větách Mějme šestiúhelníkové pole, strana každé sekce bude 1 *chi*, pak samo sebou vyplývá, že bude z rohu do rohu průměr 2 *chi*. *zi ran cong jiao zhi jiao, qi jing er chi ke zhi* 自然從角至角，其徑二尺可知 a Delší odvěsna ke straně nedosáhne k vnější hraně, z toho vyplývá, že jistě není 2 *chi*. Zde Li Chunfeng používá velmi zajímavou formulaci „... *ke zhi*“, která se vyskytuje i u Liu Huie, ale v jiném významu: Liu Hui ji používá k označení toho, že nějaká hodnota je známá nebo poznatelná (v některých případech v obšírnějším vyjádření *ke de er zhi* 可得而知), zatímco Li Chunfeng (v jednom případě možná Zu Gengzhi) tento obrat vždy uplatňuje pro uzavření argumentu: „z toho je vidět, že ...“ a předřazuje mu emotivní modální slova jako *ziran* „samo sebou“, *ding* „určitě“.

Vysvětlivka k metodě 1.XIV je vzácný příklad samostatné Li Chunfengovy argumentace. Jinak jsou nejčastěji citovanými částmi jeho vysvětlivek opisy metod Zu Chongzhi'a a Zu Genga.

Jazyk Li Chunfenga a jeho družiny dosti výrazně odráží – alespoň ve svých svobodných částech mimo opisy a umělé stylizace do formy klasického textu nebo Liu Huie – vývoj čínštiny mezi 3. a 6. stoletím. Kromě častého paralelismu a důrazu

⁶² V originále *liaojian* 料簡, „promýšlet a zjednodušit“, přičemž 料 je Qian Baocongova náhrada za původní znak *ke* 科, „vážit, hodnotit“. Li Chunfeng zde postuluje pedagogický účel svých vysvětlivek. [Shen Kangshen, et al. 1999] překládají pouze „Here I contribute my modest opinion just for reference.“

na rytmickou vyváženost vidíme používání dvouslovných složenin (zatím tvořených spíše ad hoc, což je také typické pro střední čínštinu), dokonce i dvouslovné spojky (*shi gu* 是故 apod.), místy i moderní syntaktické prvky (pasivum pomocí *bei* 被 ve vysvětlivce k metodě 2.XVII). Li Chunfengův komentář přesto také obsahuje některá dosud ne zcela uspokojivě pochopitelná místa, především v metodě 1.XIV, a některé jeho části se prolínají s Liu Huiovým komentářem natolik, že je obtížná jednoznačná atribuce.

ZÁVĚR

Rozbor jazyka „Devíti kapitol“ a jejich komentářů ukazuje, že standardizační úsilí kompilátorů klasického textu mělo za cíl mimo jiné vytvořit velmi neosobní a objektivně působící styl, podobný právnímu textu. Pro komentátory, zejména tak originální a nápadité, jako byl Liu Hui, ale takový styl nebyl dostatečný – potřebovali vyjádřit mnohem více, dá se říci, že potřebovali vynahradit informační deficit, který „Devět kapitol“ svou standardizací získalo.

Tři vrstvy textu „Devíti kapitol“ nám kromě opozice klasika – komentář ukazují i tři etapy ve vývoji jazyka, kterým se popisovalo řešení matematických problémů, i když pro opravdu smysluplné porovnání by bylo lepší srovnávat žánrově srovnatelná díla. Standardizace algoritmického jazyka, které dosáhli tvůrci „Devíti kapitol“ za dynastie Han, se postupně narušovala a srozumitelnost matematických textů se tak paradoxně snižuje (to je samozřejmě dáno i tím, že se zabývají složitějšími tématy). Pokud srovnáme dvě etapy vývoje učeného komentátorského stylu, které zachycují Liu Huiův komentář a vysvětlivky Li Chunfenga a jeho spolupracovníků, vidíme výrazné odlišnosti: Liu Hui je osobní a osobitý, volně stylizuje s využitím odkazů na klasickou literaturu, jeho hlavním prostředkem formálního estetického působení je archaizující styl a literární narážka, nevyhýbá se emotivním zvoláním s využitím částic. Naopak Li Chunfeng a jeho spolupracovníci se jakoby schovávají za svůj styl, jeho paralelismus a modelování podle vhodných vzorů. Ačkoli v těchto proměnách lze vidět i určité vlivy dobových tendencí (na začátku dynastie Tang ještě panovala éra paralelismu, vypěstovaná během Jižních dynastií, naopak Liu Hui žil v době „volných diskusí“ *qing tan*, která si ve vumělkovaném a monotónním paralelismu nelibovala), stejně či více podstatné jsou odlišné pozice Liu Huie a Li Chunfenga: první psal zřejmě soukromě, pro vysvětlení svého čtení a chápání „Matematiky v devíti kapitolách“, lidé kolem Li Chunfenga byli státní učenci, pověřeni sepsáním didaktických doplňků k dílu pro účely institucionalizované výuky. Tento fakt vysvětluje pravděpodobně mnohem

více, než to, v jaké době byl který komentář napsán a jak se tehdy mluvilo a psalo.

Srovnávání klasického textu a jeho – velice různorodých – komentářů tedy není dobrou metodou sledování historie jazyka. Přesto se tímto srovnáním vyjasnily vztahy mezi vrstvami textu, na které dosud nebylo příliš poukazováno.

Část III. PŘEKLAD

Tento překlad je pořízen z druhého vydání „Souhrnné edice“ [Guo Shuchun 2004]. Obsahuje kompletní Liu Huiovu předmluvu a 1. kapitolu „Matematiky v devíti kapitolách“ a úryvky z dalších kapitol. Jeho plná verze včetně poznámek je obsažena na CD-ROMu, přiloženém k diplomové práci, tištěná podoba práce obsahuje jen zkrácenou verzi.

Předmluva Liu Huie

Kdysi dávno Bao Xi načrtl osm trigramů, aby se jimi dostal do spojení se schopnostmi prohlédnutí a projasnění a uspořádal jimi podstaty všech věcí¹. Vytvořil také Devět devítek² tak, aby odpovídaly proměnám šesti čar³. Později je Žlutý císař mysticky nahlédl a přetvořil, rozšířil a prodloužil jejich dosah⁴, a tak založil kalendář a sladil tóny hudby a použil to k nalezení počátku cesty vládců. I ta nejjemnější energie (*qi*) dvou čar (*yi*) a čtyř kombinací (*xiang*) tak mohla být napodobena. V kronikách se praví, že Li Shou vytvořil čísla⁵, nic bližšího o tom však není známo. Poznámka: Teprve když vévoda z Zhou ustanovil společenské

¹ Tuto pasáž předmluva cituje z „Velké předmluvy ke Knize proměn“: Existují různé, částečně protichůdné interpretace významu slov 神明 a jejich vzájemného vztahu. V interpretaci se zde opírám o Chemla 2004 („pour se mettre en communication avec les capacités de clairvoyance et d'illumination“, str. 127), která vychází z A.C. Grahama a také z významu slovesa 通 „uvést do spojení, komunikace“. Slova 神 a 明 jsou zde chápána jako souřadně spojené názvy ojedinělých schopností dávnověkého vládce *vidět a objasnit* tajemno. Viz [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 748-9. Druhá část citátu, *yi lei wan wu zhi qing* 以類萬物之情, znamená, že trigramy/hexagramy byly vytvořeny tak, aby korelovaly (類) s nejpodstatnějšími charakteristikami (情) všech věcí, jinak řečeno, aby zahrnovaly všechny věci rozříděné podle jejich podstaty. *Qing* 情 je to, co rozhoduje o pojmenování věci jejím jménem, tedy její definiční povaha.

² Malá násobilka, ve staré Číně začínala od „9 x 9“, proto se jí dodnes říká „Devět devítek“ (九九). Nejstarší nalezené doklady přináší [Li Yan 1963], str. 12-3, 28-9.

³ Tj. čar, z nichž se skládá věšebný obrazec (trigram i hexagram). Smysl této tradiční představy o vzniku násobilky je, že Fuxi vytvořil násobilku, aby měl nástroj k správnému popisu kombinatorických jevů při skládání věšebných čar.

⁴ V originále 神而化之, 引而申之. Liu Hui stále cituje „Velkou předmluvu“.

⁵ Li Shou byl podle legendy první ministr císaře Huang Diho. Že vytvořil *shu* (čísla/matematiku), dokládá podle citace v Li Jiově *Yinyi* kronika *Shiben* (viz zejména [Li Yan 1963], str. 11.) [Chemla, Guo Shuchun 2004] překládá 數 *shu* přímo jako matematiku.

Věta o Li Shouovi byla ve verzi, ze které vycházel Li Ji, zřejmě zařazena až za větu o „Devatero počtech“, která v současném textu následuje. V *JZSSYY* totiž poznámka k „Devatero počtům“ 九數 předchází poznámce k Li Shouovi.

obřady⁶, vzniklo „Devatero počtů“⁷, a proud z „Devatera počtů“ vede k „Devíti kapitolám“. V minulosti tyranská dynastie Qin páčila knihy a metody této klasické sbírky se poztrácely nebo poškodily. Za dynastie Han pán z Beipingu Zhang Cang a sekretář národního pokladu⁸ Geng Shouchang prosluli svým počtářským uměním. Protože starý text byl velmi porušený, seškrtali a doplnili ho. Proto když srovnáváme kapitoly dnešního textu⁹, jsou místy odlišné od starého a výklad obsahuje mnoho moderních formulací.

Když jsem byl malý hoch, učil jsem se „Devět kapitol“. Když jsem dospěl, dále jsem je pozorně pročítal. Sledoval jsem členění yin a yang, zobecňoval kořeny početních metod a pak jsem ve volné chvíli, zkoumajíc, co nebylo naplno vyřčeno¹⁰, náhle pochopil jejich smysl. Proto jsem si dovolil vydat ze sebe vše, co mi mé omezené schopnosti dovolily, vybrat, co jsem se [z dalších materiálů] dověděl, a napsat k této knize komentář. Věci, situace a jejich třídy jsou od sebe vzájemně odvozeny¹¹, všechny lze zařadit ke společnému původu, stejně jako větve stromu, ač

⁶ Nebo: „Poznámka: Vévoda z Zhou vytvořil klasickou knihu obřadů (*Zhou Li*, viz níže), v níž je „Devatero počtů“ – tato interpretace je možná více na místě, protože právě „Klasická kniha obřadů“ zaznamenává existenci „Devatera počtů“.

⁷ V *Zhouských obřadech* (*Zhouli*, jiný název *Zhouguan – Zhouští hodnostáři*), kap. *Diguan Situ – Baoshi* se píše: „Bao shi je zodpovědný za mímění královny nenávisti a výchovu princů v cestě vládců, také je učí Šesti uměním: první je Patero obřadů, druhé je Šestero hudby, třetí je Patero lukostřelby, čtvrté je Patero vozatajství, páté je Šestero psaní a šesté je Devatero počtů.“ Doba vzniku tohoto textu je již od konce dynastie Han předmětem sporu, Li Ji jej však zjevně považoval za spolehlivý pramen pro dobu vévody z Zhou, protože tuto pasáž cituje v *Yinyi* ([Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 819).

V zápětí dodává komentář hanského znalce klasických spisů Zheng Xuana (127 – 200), který cituje ze ztraceného spisu ministra financí Zheng Zhonga (†83 n.l.) z počátku dynastie Vých. Han: „Devatero počtů: Pravoúhlá pole, Obilí a zrna, Rozdíly ve zlomcích (差分), Menší šířka, Posuzování prací, Výrovnaná doprava, Přebytek a nedostatek, Měření vedle sebe, *Pangyao* 旁要. Dnes existuje ještě Dvojitý rozdíl, *Xijie* 夕桀, a Kratší a delší odvěsna.“ Význam spojení *Pangyao* není jasný, [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 51 přijímá nepřímé vysvětlení Jia Xiana a Yang Huie, že se jedná o metodu výpočtu čtverce a kruhu vepsaného do pravoúhlého trojúhelníka.

⁸ V originále 大司農 *dasinong*.

⁹ V originále 目 *mu*, což může být název kapitoly nebo položka v katalogu knihovny, ale také přímo kapitola. Liu Hui tedy myslí buď srovnání názvů kapitol s nějakým jejich soupisem ze starších dob, nebo prozkoumání celého textu po jednotlivých kapitolách.

¹⁰ V originále 探賾 *tanze*, „zkoumat skryté“, což je formulace použitá ve „Velké předmluvě ke Knize proměn“.

Dodejme, že [Shen Kangshen, et al. 1999] se v této pasáži opět vyhýbá přesnému překladu („Thorough investigation shows the truth therein, which allows me to collect my ideas and take the liberty of commenting on it.“)

¹¹ V originále 事類相推. *Shi* 事 zde může znamenat jak situace, které je možné řešit metodami popsány v klasickém textu, tak tyto metody samotné, případně matematické objekty. *Tui* 推 zde znamená „odvodit“, „vytvořit na základě“, a může se jednat buď o to, že kategorie *lei* 類 jsou vytvořeny na základě situací *shi* 事, nebo i o odvození tříd situací od sebe navzájem. Společně s následující větou 各有攸歸 tato slova zdůrazňují korelativní povahu matematiky v „Devíti

oddělené, přece vycházejí ze stejného kmene, vyráží jen z jediného jeho výběžku¹². Dále tam, kde se vnitřní struktura rozebere slovy a útvary rozkládají pomocí obrázků¹³, je vše zároveň úsporné a všestranně použitelné, všepronikající a bez temných míst. Pozorní čtenáři si zbytek snadno domyslí.¹⁴

Navíc počítání patří mezi šest dovedností¹⁵, v dávných dobách byli podle [jeho znalosti] najímáni moudří a schopní do úřadů, byla mu vyučována urozená mládež. Přestože se tomu říkalo „Devatero počtů“, bylo tím možné vyčerpávajícím [způsobem popsat] spleť i nepatrné a prozkoumat bezmezné¹⁶. Co se týče předávání metod, mohli to činit stejně, jako se jednotně předávaly úhelník, kružidlo, čísla a míry. To není tak těžké. Avšak v dnešní době je málo těch, kdo mají [v matematice] zálibu, ačkoliv chodí po světě mnoho všestranně talentovaných a hluboce vzdělaných mužů, není zaručené, že toto dokáží plně pochopit.

V popisu odpovědnosti ministra *Dasitu* v *Zhouských hodnostářích* se píše, že v poledne letního slunovratu se vztyčí sloup vysoký 8 *chi*. Místo, kde vrhá stín dlouhý *chi* a pět *cunů*, se nazývá střed země¹⁷. Vysvětlení k tomu praví, že místo,

kapitolách“. Zároveň ale odkazují na deduktivní metody *tui lei*, „posunování podle kategorií“, které do čínského myšlení vnesli pozdní mohisté (viz [Harbsmeier 2001], str. 333).

Tuto pasáž i z následující větou je možné chápat jako první bod programu Liu Huiova komentáře, tedy nalezení souvislosti a zobecnění metod. Tomu by možná lépe odpovídal osobnější překlad „... napsat k této knize komentář: Situace a jejich třídy se v něm vzájemně odvozují a každá se vrací k něčemu [obecnějšímu], proto z větviček, které jsou sice oddělené, ale mají společný kmen, odhalují jen jeden z jejich konců.“

¹² V originále 故枝條雖分而同本幹知，發其一端而已。Znak 知 je zde použit místo částice 者 v *Dai Zhenově kompilaci podle encyklopedie Yongle*, v pozdějších vydáních byl vesměs přímo nahražován jakožto chybný. Viz [Guo Shuchun 2004], str. 34, pozn. 36. Na výklad této věty existují dva názory, [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 754: buď se „společným kmenem“ myslí příslušná oblast „Devatera počtů“, v tom případě by překlad měl znít „vycházejí jen z jeho různých výběžků“ (viz [Cullen 2004], str. 20 („they each show a separate tip [of the same tree]“)); nebo se přímo říká, že veškerá matematika vychází z jednoho kořene. V tomto smyslu překládá [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 127 („elles ne proviennent que d'un seul principe“), přičemž se opírá i o Li Chunfengovo vysvětlení v „Pojednání o hudbě a kalendáři“ *Kroniky dynastie Sui*: „Je Devatero počtů, které vycházejí z toho, co nazýváme *lü* (poměr, viz *lü*).“

¹³ *Xi li yi ci, jie ti yong tu* 析理以辭，解體用圖. Tento přístup k výkladu matematiky je považován za hlavní Liu Huiův přínos.

¹⁴ V originále *si guo ban yi* 思過半矣, tento obrat se často objevuje v lékařských dílech (např. *Baopuzi*: „其至妙者不得宜之於翰墨，蓋粗言較略以示一隅，冀排憤之徒省之可以思過半矣“), dílech o Knize proměn a vůbec tam, kde se od čtenářů očekává zasvěcenost.

¹⁵ Viz výše pozn. 7..

¹⁶ Výklad úvodní věty je obtížný, podle mého názoru je zde důraz na to, že už „Devatero počtů“ nabízelo řadu možností výpočtů.

¹⁷ Zde se směřuje klasický text *Zhouských hodnostářů* s Zheng Xuanovým komentářem. Stejná úloha je řešena

kde je slunce přímo v nadhlavníku, je 15 000 *li* na jih. Prozkoumejme toto tvrzení našimi metodami. Podle metod „Devíti kapitol“ „Zaměření vzdálenosti pomocí čtyř sloupů“ a „Zaměření hory pomocí stromu“ se zjevují sousední konce nebo strany, ale není žádná kategorie [metod/úloh], která by sahala takto [daleko]. Zřejmě Zhang Cang a ostatní nebyli schopni vytvořit takovou metodu, která by naprosto pokryla veškerá čísla.

Nalezl jsem mezi jmény „Devatera počtů“ „Dvojí rozdíl“¹⁸. Zjistil jsem že to, co označuje, je možné použít k řešení této [úlohy]. Vždy, když se měří nejzazší výšky nebo absolutní hloubky a zároveň jejich vzdálenost, je nutné použít dvojí rozdíl a [metody] kratší a delší odvěsny, to znamená vzít dvojí rozdíl jako poměry, proto se to nazývá „Dvojí rozdíl“.

Vztyčíme v Luoyangu dva sloupy, necht' jsou vysoké 8 *chi*. Od jihu k severu je krajina plochá. Změříme [stín] ve stejný den, když je Slunce právě uprostřed. Rozdíl stínů je dělitel, výška sloupů násobená vzdáleností mezi sloupy je dělenec, každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1. To, co získáme, přičteme k výšce sloupu a to je vzdálenost země od slunce¹⁹. Položíme stín jižního sloupu násobený vzdáleností sloupů na místo dělence, každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1 a získáme vzdálenost jižního sloupu od místa kolmo pod sluncem. Vezmeme vzdálenost místa pod sluncem a vzdálenost slunce od země jako odvěsny a

v *Klasické matematické knize zhouského gnómonu*. Liu Huiovi jde zjevně o to, ukázat, jak lze principy *Devíti kapitol* použít i k řešení úloh, které v knize nejsou výslovně zmíněny.

¹⁸ V originále *chongcha* 重差 může znamenat obecně „opakovaný rozdíl“. V *Klasické matematické knize zhouského gnómonu* je termín 差 používán pro rozdíl v délce stínu o 1 *cun*, který podle tam prováděného výpočtu znamená 1000 *li* rozdílů vzdáleností od místa kolmo pod sluncem. Původní význam termínu 重差 tak možná byl „opakování jednotkového rozdílu 1 *cun*“.

¹⁹ Tato metoda i následující metoda výpočtu průměru slunce je v téměř identické podobě obsžena i v Zhao Shuangově komentáři ke „Klasické matematické knize zhouského gnómonu“. Vychází z toho, že Země je plochá. Z podobnosti trojúhelník vyplývá, e pokud výška sloupů je g , výška slunce nad rovníkem H a vzdálenost sloupu od rovníku d , platí pro délku stínu

$$y = \frac{g}{H}d. \text{ Pro vzdálenost od slunce tedy opačně platí } H = \frac{g}{y_1}d_1 = \frac{g}{y_2}d_2. \text{ Vyjádříme } d_2 \text{ pomocí } d_1 \text{ a vzdálenosti sloupů } D \text{ a}$$

získáme rovnici $d_1 = \frac{Dy_1}{y_2 - y_1}$. Po dosazení za d_1 do rovnice pro H dostáváme $H = \frac{gD}{y_2 - y_1}$, což je Liu Huiův vzorec.

Jelikož se zde nejedná v pravém smyslu o nebeská tělesa, ale spíše o zemi, na které stojíme, a slunce, které svítí na obloze, ponechávám obě slova s malými písmeny.

nalezneme jejich přeponu, a to je vzdálenost slunce od člověka [, který měří].

Díváme se trubičkou s průměrem jeden *cun* na jih na slunce. Ve chvíli, kdy slunce právě zaplní otvor v trubičce, změříme délku trubičky a použijeme ji jako poměr delší odvěsny, průměr trubičky použijeme jako poměr kratší odvěsny. Pak vzdálenost slunce od člověka [, který měří,] je velká delší odvěsna, k ní příslušná velká kratší odvěsna je průměr slunce²⁰.

Když tedy i jakékoliv tvary na nebeské klenbě je možné změřit, což teprve výšku hory Taishan nebo šířku [Dlouhé] řeky a moře! Mám za to, že dnešní historické knihy okrajově zmiňují věci nebe a země, zabývají se jejich číselnými vztahy, a zapisují je v pojednáních, abych tedy předvedl před světem krásu těchto metod, napsal jsem „Dvojí rozdíl“ a vysvětlil jej komentářem, v němž hledám myšlenky předků, a připojil jsem tento spis za kapitolu „Kratší a delší odvěsna“.²¹ Ti, kdo zaměřují výšku, používají dvou sloupů, ti, kdo měří hloubku, staví za sebe úhelníky²², osamocené oddělené [předměty] se zaměřují třikrát²³, pokud navíc hledáme jejich další rozměr, zaměřují se čtyřikrát.

Když se dokonale seznámíme s jednou třídou věcí po druhé, pak ani mezi temnými, nejasnými, matoucími a zákeřnými problémy nebude takových, do nichž nepronikneme. Necht' kultivovaní muži s širokými zájmy tuto knihu podrobně pročítají.

²⁰ V originále se pracuje s pojmy *gou* 勾, *gu* 股, resp. *dagu* 大股. Jde opět o aplikaci podobnosti trojúhelníků. Vzhledem k chybně vypočtené vzdálenosti slunce tento správný postup nemůže dávat správný výsledek.

²¹ V pozdějších dobách nebyl tento spis zařazen do edic *Devíti kapitol* a existoval pod vlastním jménem *Klasická matematická kniha mořských ostrovů* podle jedné z obsažených úloh (výpočet výšky a vzdálenosti ostrova za mořem pomocí metody dvojího rozdílu). Nejstarší dochovanou verzí je Dai Zhenův opis z *Encyklopedie éry Yongle*, původní Liu Huivy vysvětlivky jsou však již ztraceny.

²² Princip měření pomocí úhelníků byl ten, že měřič nastavil úhelník otočený svislici dolů tak, aby konec svislice byl v jedné přímce se zaměřovaným předmětem. Vzdálenost svislice od oka pak měla stejný význam jako délka stínu sloupu.

²³ V *Klasické matematické knize mořských ostrovů* je několik problémů, vyžadujících trojí měření, například měření výšky stromu na kopci (úloha č. 5). Příklad problému, vyžadujícího čtyřnásobné měření, je zjišťování hloubky vodního toku ze břehu nad ním pomocí zaměření druhého břehu a kamene uprostřed toku (úloha č. 7).

1 Pravoúhlá pole¹

K určení výměry polí a ohraničené oblasti².

(1.1) Mějme pole široké 15 kroků a dlouhé 16 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 1 *mu*.

(1.2) Mějme pole široké 12 kroků a dlouhé 14 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 168 kroků.³

(1.I) Pravoúhlá pole

Metoda⁴ zní: Počet kroků našir a nadél se spolu vynásobí, získáme sebrání kroků.

Toto sebrání se nazývá plocha⁵ pole. Vždy když se šířka a délka spolu vynásobí, nazýváme to plochou.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: V klasickém textu se říká: „Počet kroků našir a nadél se spolu vynásobí, získáme sebrání kroků.“ Komentář říká: „Vždy když se šířka a délka spolu vynásobí, nazýváme to plochou.“ Myšlenkou tohoto komentáře tedy je, že „sebrání“ a „plocha“ mají

¹ Kapitola se zabývá i nepravoúhlými plochami, ale jejich míra je vlastně vždy převodem na ekvivalentní pravoúhlou plochu, proto se název překládá „Pravoúhlá pole“.

² V originále *yi yu tian chou jie yu* 以御田畴界域. Slovo *yu* znamená přesně „zvládnout a ovládat“. *Jieryu* lze chápat jako jeden obecný termín „výměry“, stejně jako *tianchou* lze celé chápat jako (obdělávané) pole.

³ V Bao Huanzhi'ově edici a edicích na ní navazujících (edice *Jigu*, Kong Jihanova edice, Qian Baocongova edice ad.) je zde poznámka: „Obrázek: dlouhé 14 kroků, široké 12 kroků.“ Obrázek sám se ale nedochoval.

⁴ V originále *shu* 術. K významu tohoto termínu více viz str. 9. Karin Chemla překládá „procédure“, [Shen Kangshen, et al. 1999] „rule“ (tedy jinak než v názvu knihy), podobně Berezkina „правило“. Ve skutečnosti je to obojí, zároveň algoritmus výpočtu i způsob formulace vztahu mezi čísly. Druhému aspektu by asi nejlépe vyhovoval český ekvivalent „předpis“, který naznačuje, že je to svého druhu funkce. Ponechávám přesto překlad „metoda“, protože přes všechny teoretické finesy bylo hlavním smyslem textu ukázat, jak správně vypočítat, co člověk potřebuje vědět. Zároveň je v tomto překladu zachována určitá alternativnost – „metoda“ nemusí být na rozdíl od „předpisu“ či „procedury“ jediná a to v tomto případě občas nastává.

⁵ V originále *mi* 畧. Toto slovo v dnešní čínštině označuje mocninu nebo index mocniny, ale v tradiční matematice představuje plochu nebo i objem. Liu Hui ho používá poměrně volně i pro označení „čtverce“, tj. druhé mocniny čísla.

stejný smysl⁹. Když to odvozujeme podle vnitřní struktury, nemůže to tak být. Proč? „Plocha“ je jméno pro rozvoj strany čtverce, „sebrání“ je název pro shromáždění více čísel. [Když] podle jména zkoumáme skutečnost, je obojí zcela rozdílné. Když se je pokusíme sloučit, obáváme se, že to nepůjde. Máme za to, že vždy když se hovoří o „ploše“, opíráme se o jednu ze stran – délku nebo šířku, když se hovoří o „sebrání“, vyzdvihujeme celkový počet – všechny kroky. V klasickém textu se říká, že násobením šířky a délky získáme sebrané kroky, mluví se jasně o celkovém počtu. Komentář k tomu říká, že se to nazývá „plocha“, čímž zcela zastírá původní význam „sebrání kroků“. První část komentáře, že „sebrání tvoří plochu“, je ještě slučitelná s vnitřní strukturou. Když se však dál tvrdí, že se [sebrání] nazývá plocha, je to nadbytečné a nesprávné². Co se týče těchto vysvětlivek, podržujeme správné a zbavujeme se chybného, poněkud zjednodušujeme a usnadňujeme,³ zanechávající je tak pro budoucí studenty.

Vydělíme standardem pro *mu* – 240 kroky⁹. To je počet *mu*. Sto *mu* je jeden *qing*¹⁰.

⁹ V těchto dvou větách se objevuje opozice slov *yi* 義, které překládám obvykle jako „smysl“, a *yi* 意, které překládám jako „myšlenka“ apod. První z nich označuje účel a interpretaci metody nebo vstupních dat z hlediska transformací, kterým budou vystaveny, případně obsah („signifé“) pojmu. Druhé znamená teoretický podklad nějakého argumentu, to, jak je myšlen a čím je dána jeho platnost. Obě tato argumentační slova se vyskytují pouze v komentářích. Ještě jinak bychom je mohli odlišit na základě toho, že 義 se vztahuje k realitě (其然), zatímco 意 k jejímu výkladu a chápání jejího teoretického významu (其所以然). Rozdíl těchto dvou slov rozebírá velmi pečlivě [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 1018-1023. Jsou to pojmy velice často vystupující v čínském myšlení a argumentaci již od doby Válčících států, zejména 意 je časté v diskusích o jazyce, protože je chápáno jako to, co chce člověk tvořením vět 辭 vyjádřit.

² Výklad této Li Chunfengovy poznámky je poznamenán nejednoznačným použitím téměř homonymních sloves *wéi* 爲 „být, tvořit“ a *wéi* 謂 „nazývat, nazývat se“ v Liu Huiově a Li Chunfengově komentáři. V obou větách Liu Huiova komentáře je v Bao Huanzhi'ově edici i Dai Zhenově kompilaci podle *Encyklopedie éry Yongle* sloveso „nazývat se“, které se používá v definicích. První Liu Huiova věta by tak možná přesněji měla znít „Toto sebrání nazývám plocha pole“. V Li Chunfengově následné citaci Liu Huiova komentáře je však – i v Bao Huanzhi'ově edici – použito druhé sloveso *wéi*, „být, tvořit“, což zastírá, že se jedná o definici, a vysvětluje tedy částečně Li Chunfengovo nepochopení Liu Huiova záměru. O správné znění obou míst se vede spor, viz [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 761, pozn. 10, [Guo Shuchun 2004], str. 30, pozn. 10. Guo Shuchun upozorňuje, že obě slova se mohla v určitých kontextech zaměňovat a že drobnou odchylku v citaci není třeba považovat za závažnou textologickou indicii.

³ V originále *liaojian* 料簡, „promyšlet a zjednodušit“, přičemž 料 je Qian Baocongova náhrada za původní znak *ke* 科, „vážit, hodnotit“. Li Chunfeng zde postuluje pedagogický účel svých vysvětlivek.

⁹ *Fa* 法 překládám „standard“, mohlo by se říci také „norma“. I když *fa* běžně odpovídá pojmu dělitel, v tomto případě nemá takový překlad jasný smysl. Z téhož důvodu používám překlad „standard“ i v následující Li Chunfengově vysvětlivce o převodu *mu* na *qing*.

¹⁰ Tato věta není jen konstatování vztahu mezi dvěma plošnými mírami, ale i předpis k získání výměry ve *qing*ích, vlastně to znamená „ze 100 *mu* se stane 1 *qing*.“ Ještě je třeba poukázat na fakt, že dělení neponechává dělelec beze změny – zůstaně z něj pouze nesoudělný zbytek. „Dělení“ jsou tak ve skutečnosti dvě operace zároveň, což podtrhuje i předpis pro něj

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Zde je začátek kapitoly, proto se zde záměrně uvádějí standardy pro *mu* a *qing*. V ostatních metodách se dále nezmiňují, protože je můžeme nalézt zde. Poznámka¹¹: Pole velikosti 1 *mu* je široké 15 kroků, když jej budeme dělit podélně a vytvoříme 15 řad, bude každá řada jeden krok široká a 16 kroků dlouhá. Když ho opět budeme dělit příčně a vytvoříme 16 řad, bude každá řada jeden krok široká a 15 kroků dlouhá. To znamená, že každý krok dělení našir a nadél vytvoří čtverec. Celkem jich bude 240, což je pole 1 *mu*, počet [čtverečných] kroků je u obou přesně stejný. Když to takto vyjádříme, je to vlastně „Počet kroků našir a nadél se vzájemně vynásobí. Získáme sebrané kroky.“, tím je to ověřeno. 240 kroků je standard pro *mu*. 100 *mu* je standard pro *qing*. Proto když jimi dělíme, získáme [výsledek].

(1.3) Mějme pole široké 1 *li* a dlouhé 1 *li*. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 3 *qingy* a 75 *mu*.

(1.4) Dále mějme pole široké 2 *li* a dlouhé 3 *li*. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 22 *qingů* a 5 *mu*.

(1.II) Pole v *li*

Metoda zní: Počet *li* našir a nadél se spolu vynásobí, získáme sebrané *li*. Násobíme 375, to je počet *mu*.

Poznámka: V této metodě se počet *li* našir a nadél spolu vynásobí a získáme sebrání kroků. Ve čtverečné *li* jsou 3 *qingy* a 75 *mu*, proto násobíme-li tímto, získáme počet *mu*.

(1.5) Mějme 12 z 18 dílů. Ptáme se, kolik je to po zkrácení¹²?

Odpověď zní: 2 ze 3 dílů.

(1.6) Dále mějme 49 z 91 dílů. Ptáme se, kolik je to po zkrácení?

výše.

¹¹ Předznačení *an* 按 „poznámka“, které obvykle používá ve svých komentářích Liu Hui, je doloženo pouze v Bao Huanzhi'ově edici; znak 按 tam navíc není zcela zřetelný. Viz [Guo Shuchun 2004] str. 32, pozn. 24. Vzhledem k předchozí Li Chunfengově kritice se však domnívám, že je to komentář Li Chunfengovy skupiny.

¹² V originále je slovo *yue* 約, které znamená „jednoduchý“ (takto vystupuje významně v Liu Huiově požadavcích na matematiku). V češtině obvyklý termín pro zde popisovaný úkon je však „krátit zlomky“. „Zjednodušit zlomky“ se používá pro odstranění složených zlomků, tj. takových, kde čitatel nebo jmenovatel jsou samy tvořeny zlomkem. Termín *yue* proto budu v souvislosti se zlomky překládat slovem „krátit“, je však užitečné si uvědomovat, že v čínské terminologii byl tento termín členem dvojice „jednoduchý – složitý“ *yue* 約 – *fan* 繁. Tato slova zdůrazňují kvantitativní stránku, mohla by se překládat „jednoduchost“ – „mnohačetnost“.

Odpověď zní: 7 ze 13 dílů.

(1.III) Krácení zlomků

Poznámka: Krácení zlomků – počet a míra věcí nemohou být vždy celistvé, musíme je vyjádřit zlomky. Počty ve zlomcích mají tu vlastnost, že když jsou složité¹³, obtížně se používají. Dejme tomu, že máme 2 ze 4 dílů; pokud bychom je vyjádřili složitě, mohly by vytvořit 4 z 8 dílů; kdybychom je vyjádřili jednoduše, bude to 1 ze 2 dílů. Jakkoli se vyjádření liší, pokud jde o počet, vrací se k stejnému počátku. Dělitel a dělenec se vzájemně vyvozují, často si nejsou přizpůsobené¹⁴. Proto ti, kdo řeší úlohu, nejprve upravují zlomky¹⁵.

Metoda zní: Když lze půlit, půlíme. Když nelze půlit, sestavíme vedle znovu číslo ve jmenovateli a čitateli. Odečteme menší od většího, znovu vzájemně odečítáme a odebíráme, až jsou si obě čísla rovná. Krátíme společným číslem.¹⁶

Krátit společným číslem znamená dělit. To, co od sebe navzájem odečítají, jsou vícenásobky společného čísla, proto se krátí společným číslem.

¹³ Zde je použito slovo *fan* 繁, zmíněné jako protiklad *yue* v předchozí poznámce. „Složité“ zde znamená mnohočetný, vyžadující mnoho úkonů apod., nikoli např. obtížně pochopitelný nebo silně strukturovaný.

¹⁴ V originále *dong you cenci* 動有參差. *Dong* může mít v dílech dynastie Han a pozdějších význam „často“, viz např. Han Shu. *Shi huo zhi shang*: „又動欲慕古, 不度時宜.“ *Cenci* 參差 je v podstatě antonymum slova *qi* 齊.

¹⁵ V originále je *wei shu zhe* 爲術者, „ti, kdo vytvářejí/vytvořili metodu“. Tento obrat uvádí ty části komentáře, kde se Liu Hui snaží objasnit úmysl/myšlenku (意) autorů, často ještě se slovem *gai* 蓋, „asi, zřejmě“. V tomto případě Liu Hui vysvětluje, proč se od ploch polí náhle přechází ke zlomkům a/nebo proč je jako první uvedena metoda pro jejich krácení. Obecněji je také možné chápat tuto větu jako vysvětlení, že při tvorbě všech metod se nejprve řeší případ, kdy parametry jsou zlomky. Jako „upravit“ překládám čínské slovo *zhi* 治, které se jinak hojně užívá ve významu „spravovat, řídit, zavádět pořádek“. Vzhledem k tomu, že v tomto případě pojem „myšlenky“ nevystupuje, bylo by možné *wei shu zhe* chápat také neosobně jako „tvorbu řešení úlohy“ – „při tvorbě řešení je nejprve nutné upravit/nejprve upravme zlomky.“ Další verze výkladu je „tvůrci metod nejprve uspořádají jejich [verzi] pro zlomky“. Viz [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 157, str. 762. Věta velmi přesně kopíruje konstrukce z textu „Velké učení“, původně kapitoly ze „Zápisu obřadů“, která byla Zhu Xim za dynastie Song zařazena mezi čtyři klasické knihy (*si shu*). Konkrétně se jedná o řetěz doporučení „Staří, když chtěli rozsvítit svou ctnostnou sílu v Podnebesí, nejprve dali do pořádku svůj stát. Když chtěli dát do pořádku svůj stát, nejprve dali do pořádku svou rodinu.“ 古之欲明明德于天下者, 先治其國; 欲治其國者, 先治其家

¹⁶ V originále *deng shu* 等數, přesně to znamená asi „číslo, v němž jsou si rovné“, překlad se snaží zprostředkovat tuto vlastnost vzájemné rovnosti, zároveň se vyhýbá příliš určitému termínu „nejvyšší společný dělitel“.

Zde popsaná metoda hledání nejvyššího společného dělitele je ekvivalentní Euklidově výroku č. 2 ze 7. knihy *Základů*.

Princip metody postupného odčítání lze nejlépe pochopit na příkladu. Využijeme zadání úlohy (1.6): Začínáme s dvojicí čísel (91,49). Odečteme druhé od prvního a získáme (42,49). Nyní je první číslo menší a proto jej odečteme od druhého – (42,7). Dále odečítáme druhé číslo a získáme postupně (35,7), (28,7), (21,7), (14,7) a (7,7). V tomto okamžiku jsou obě čísla rovná, našli jsme nejvyšší společný dělitel – 7. Pro znázornění průběhu metody na početní tabulce viz [Shen Kangshen 1998], str. 133, pro důkaz platnosti ditto., str. 150. Anglická verze téhož výkladu spolu s odkazem na pozdější aplikace metody vzájemného odčítání pro kalendářní výpočty je v [Shen Kangshen, et al. 1999], str. 65-70.

(1.7) Mějme 1 ze 3 dílů a 5 ze 2 dílů. Ptáme se, kolik vyjde, když je spojíme¹⁷?

Odpověď zní: 10 z 15 dílů.

(1.8) Dále mějme 2 ze 3 dílů, 4 ze 7 dílů a 5 z 9 dílů. Ptáme se, kolik vyjde, když je spojíme?

Odpověď zní: Vyjde 1 [celá] a 50 ze 63 dílů.

(1.9) Dále mějme 1 ze 2 dílů, 2 ze 3 dílů, 3 ze 4 dílů a 4 z 5 dílů. Ptáme se, kolik vyjde, když je spojíme?

Odpověď zní: Vyjde 2 [celé] a 43 ze 60 dílů.

(1.IV) Spojení zlomků

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Spojení zlomků – když čísla nemají stejný počátek, zlomky nemají určenou míru, čitatele jsou pomíchány a jmenovatele mají nerovné velikosti, liší se v jemnosti a hrubosti a z hlediska jejich vnitřní struktury je těžké je přiřadit k jednotce¹⁸. Proto se tyto zlomky přizpůsobí, jejich jmenovatele se sjednotí, aby se mohly sečíst. Tomu se říká spojení zlomků.

Metoda zní: Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele, sečtou se a vytvoří dělenec. Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel.

Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele: když je vyjádříme zkráceně, budou části hrubé. Když je vyjádříme rozšířeně, budou části jemné. Ale i když se liší hrubostí a jemností, jejich podstata je stejná. Když se zlomky míchají jeden do druhého, musí být jemné, aby se setkaly¹⁹. Násobíme je a rozdrobíme, čímž se propojí²⁰. Když jsou propojené, je možné je sečíst. Když si

¹⁷ V originále *he 合*. Ačkoli obsahem této metody je doučet zlomků, pro sčítání zlomků se termín *he fen* běžně nepoužívá, označuje se stejně jako v případě celých čísel jako *bing, jia, xiang cong* apod. Proto ponechávám méně určitý překlad „spojit“.

¹⁸ *Cong* zde může být jak v obecnějším významu, „řídít se, následovat“, tak v techničtější významu „sčítat“ s jednotkou, tedy s celky, který podle mého názoru do pasáže lépe zapadá.

¹⁹ V originále *zhong fen cuo nan, fei xi bu hui* 眾分錯難, 非細不會. *Hui* není žádný konkrétní matematický pojem, jde jen o obrazné zdůraznění procesu vytváření celků z původně nesouměřitelných částí.

²⁰ Liu Hui zde zahajuje svoji klíčovou interpretaci smyslu operací se zlomky. Jejím základem je „uvedení do spojení“, *tong* 通, slovo velmi obecné a významově bohaté až vágní, které může znamenat proniknout, učinit vzájemně zaměnitelným, umožnit vzájemnou komunikaci. Všechny tyto významy zde přicházejí ke slovu: zlomky sebou díky násobení navzájem proniknou, tj. jejich původně nepřekrývající se struktury splynou; zároveň se stanou jejich díly vzájemně zcela zaměnitelné, což je podmínkou početních operací s nimi; uvedou se tím do komunikace, což také znamená schopnost vzájemné výměny a odstranění překážek. Liu Hui tento termín nicméně nevymyslel, ale pouze rozšířil jeho platnost: v klasickém textu necházíme „uvedení do spojení“ jako konkrétní metodu spojení celé a zlomkové části (*tong fen na zi*), Liu Hui ho aplikuje i na vztah různorodých zlomků vůči sobě nebo na tělesa (to se odráží také níže v tomto komentáři, když Liu Hui mluví o stejných

jmenovatele navzájem vynásobí čitatele, nazýváme to přizpůsobit. Když se jmenovatele spolu vynásobí, nazýváme to sjednotit²¹. Sjednotit znamená navzájem propojit a nechat sdílet jednotného jmenovatele. Když se čitatele přizpůsobují jmenovateli, nemohou se z rozložení ztratit původní velikosti²².

Metody se shromažďují podle své třídy, předměty se dělí podle svých skupin²³. Když jsou čísla ze stejné třídy, nemohou si být daleko, když jsou z jiné třídy, nemohou si být blízko. Ta, která jsou vzdálená, ale mají stejné proporce, jdou stejným směrem, i když jsou na různých místech. Ta, která jsou blízka, ale mají různé tvary, se rozcházejí, i když jsou v jedné řadě²⁴. Proto metoda přizpůsobení a sjednocení je zásadní: Čísla s pronikajícími se mírami se jedním rázem uvedou v takový soulad! Je to jako rozplétání uzlů kostěným klínkem, není nic, co by se jejím použitím neuspořádalo. Drobit násobením, sdružovat krácením, propojovat přizpůsobením a sjednocením, není to základ matematiky? Je ještě jedna metoda, lze nechat vydělit jmenovatele, aby vytvořily poměry, pak násobení čitatele poměrem je přizpůsobení²⁵.

Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1. Co nenaplní dělitel, označí se dělitelem²⁶.

Zde jsme chtěli nalézt dělence, proto jsme přizpůsobovali čitatele, sjednocovali jmenovatele a nechávali každou část, která je jako dělitel, dát 1. Zbytek krátíme společným číslem a získáme

proporcí a různých tvarech).

²¹ „Přizpůsobení“ je překlad terminu *qi 齊*, který jsem zvolil podle ekvivalentu „adjust“, který používá [Cullen 2004] v citaci Liu Huiova komentáře. [Chemla, Guo Shuchun 2004] překládá „homogéniser“, toto slovo však podle mě nevystihuje tak dobře podstatu a cíl děje jako „přizpůsobit“ – jde o přizpůsobení novému společnému jmenovateli.

²² V originále 勢不可失本數也. *Shi 勢* je významný pojem čínského myšlení, znamená situaci, především z hlediska rozložení sil a vývojových tendencí. Jak upozorňuje Chemla, *shi* má v sobě významný prvek dynamičnosti, který zahrnuje proceduru, kterou bylo rozložení sil/situace dosaženo, ale také určitou tendenci reprodukovat se při dalších transformacích. Překládám tento termín jako „rozložení“, což zachovává jeho dějovost i přímý odkaz na výsledek předchozích manipulací. Viz [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 980 – 982.

²³ Citát z Velkého komentáře ke knize proměn, 1. kap., odstavec 1.

²⁴ V originále *tong lie 同列*, „společně rozestavené“.

²⁵ V této metodě se jednotný jmenovatel po řadě dělí původními jmenovateli, čímž vznikne skupina poměrů pro každý zlomek. Násobení tímto poměrem (*lü*, ve smyslu poměrného čísla vůči ostatním) převede čitatele na ekvivalent pro společný jmenovatel. Jak je patrné z porovnání těchto dvou algoritmů, Liu Huiova alternativní metoda šetří „vnitřní cyklus“ přizpůsobování, tzn. snižuje potřebný počet násobení tím, že místo *n-1* násobení (kde *n* je počet spojovaných zlomků) jednou dělí.

²⁶ Jako „označit“ překládám slovo *ming 命*, „přikázat“, „nařídít“, ale také „udělit“. [Chemla, Guo Shuchun 2004] překládá „nazvat“, „denominovat“, viz str. 160 a položku v glosáři, str. 963. Slovo je používáno už v *Suan Shu Shu* (viz [Cullen 2004], str. 41, v citaci překládá tuto pasáž *Devíti kapitol* slovy „count it off against the divisor“).

výsledek. Případy, kdy se říká „sjednocené dělitele jsou jmenovatel, zbytek dělence je číselník“, se řeší podle tohoto.

Mají-li stejné jmenovatele, přímo se navzájem přiřadí²⁷.

(1.10) Mějme 8 z 9 dílů, odečteme 1 z 5 dílů téhož. Ptáme se, kolik zbude?

Odpověď zní: 31 dílů ze 45.

(1.11) Dále mějme 3 ze 4 dílů, odečteme 1 ze 3 dílů téhož. Ptáme se, kolik zbude?

Odpověď zní: 5 ze 12 dílů.

(1.V) Odčítání zlomků

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Čísla v číselnících i jmenovatelích zlomků jsou vzájemně různá, odečítáme menší od většího a chceme vědět, kolik zbývá; rozdíl odečítání vytvoří dělenec, proto se hovoří o „odčítání zlomků“.

Metoda zní: Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům číselníkem²⁸, odečteme menší od většího, zbytek je dělenec. Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitele. Každá [část] dělence, která je jako dělitele, dá 1.

„Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům číselníkem“ – tím se číselníkem přizpůsobí. „Odečteme menší od většího“ – jsou přizpůsobené, tedy je možné je od sebe odečíst. „Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitele“ – sjednocují se jmenovatele. Jmenovatele jsou sjednocené a číselníkem přizpůsobené, proto každá část, která je jako dělitele, dá 1, a získáme [výsledek].

(1.12) Mějme 5 z 8 dílů a 16 z 25 dílů. Ptáme se, který je větší a o kolik?

Odpověď zní: 16 z 25 dílů je víc, a to o 3 z 200 dílů.

(1.13) Dále mějme 8 z 9 dílů a 6 ze 7 dílů. Ptáme se, který je větší a o kolik?

Odpověď zní: 8 z 9 dílů je víc, a to o 2 ze 63 dílů.

(1.14) Dále mějme 8 dílů z 21 a 17 dílů z 50. Ptáme se, který je větší a o kolik?

Odpověď zní: 8 dílů z 21 je víc, a to o 43 dílů z 1050.

²⁷ Druhá část věty zní v originále *zhi xiang cong zhi* 真相從之.

²⁸ Pro zdůraznění standardizace matematického jazyka používám stejný překlad věty *mu hu cheng zi* 母互乘子 jako v metodě (1.IV), i když v tomto případě jsou zlomky, s nimiž se pracuje, jen dva.

(1.VI) Porovnání zlomků²⁹

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Když každý zlomek má jiné jméno, jejich struktura není přizpůsobená a jednotná, porovnáváme jejich přebytek vůči sobě³⁰, proto se hovoří o porovnání zlomků.

Metoda zní: Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele, odečteme menší od většího, zbytek je dělenec. Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel. Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1, a to je [jejich] přebytek vůči sobě.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: V této metodě jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele a odečteme menší zlomek od většího zlomku. (Poznámka: Tato metoda má v mnohém)³¹ stejný smysl jako odečítání zlomků. Pouze v čísle „přebytek vůči sobě“ se její význam odlišuje od odčítání zlomků: při odečítání zlomků hledáme, jaké je množství zbytku, při posouzení zlomků bereme zbytek jako [jejich] přebytek vůči sobě.

(1.15) Mějme 1 ze 3 dílů, 2 ze 3 dílů a 3 ze 4 dílů. Ptáme se, o kolik zmenšíme větší a přidáme k menším, aby byly vyrovnané?

Odpověď zní: Odečteme ze 3 ze 4 dílů po dvou a ze 2 ze 3 dílů po jedné, sečteme a přidáme to k 1 ze 3 dílů, a tak budou všechny vyrovnané na 7 ze 12 dílů.

(1.16) Dále mějme 1 ze 2 dílů, 2 ze 3 dílů a 3 ze 4 dílů. Ptáme se, o kolik zmenšíme větší a přidáme k menším, aby byly vyrovnané?

Odpověď zní: Odečteme ze 2 ze 3 dílů po jedné, ze 3 ze 4 dílů po čtyřech, sečteme a přidáme to k 1 ze 2 dílů, a tak budou všechny vyrovnané na 23 z 36 dílů.

²⁹ V originále *ke fen* 課分. *Ke* znamená „ověřit zkouškou“ a takto ho používá Liu Hui standardně v 7. kapitole pro zjištění, zda získané množství je větší nebo menší než správné množství a o kolik. Také jím vysvětluje název 8. kapitoly: „Měření (*cheng*) znamená porovnání měření (*ke cheng*)“. V 8. kapitole je tento termín mině spíše jako relativní porovnání a vystupuje v těsné významové souvislosti s pojmem poměru (*lü*), zatímco zde se zdá označovat absolutní porovnání, rozdíl.

³⁰ Jako „přebytek vůči sobě“ překládám originál *xiangduo* 相多, doslova „více vůči sobě“. Tento termín dále vystupuje ve významu rozdílu (jehož běžnější vyjádření je *cha* 差) v 9. kapitole.

³¹ Část v závorkách (v originále 按:此術多) je sporná, vyskytuje se pouze v Bao Huanzhi'ově edici. V Dai Zhenem redigovaných edicích i v Qian Baocongově a Li Jiminově edici chybí. Kong Jihanova edice, která vycházela z reprintu Bao Huanzhi'ovy edice, tuto pasáž obsahuje, ale bez úvodního slova 按. Guo Shuchun se drží jihosongské edice, ale připouští obě možnosti vzhledem k tomu, že v případech, jako je tento, nelze rozhodnout, zda původní znění textu v encyklopedii Yongle, z níž vycházel Dai Zhen, vypadalo tak, jak si jej Dai Zhen opsal, nebo jde o jednu z mnoha chyb jeho přepisu. Slovo 按 obvykle uvádí Liu Huivy komentáře, otázka správného znění je tedy také otázkou atribuce následujícího komentáře. [Chemla, Guo Shuchun 2004] již používají text bez sporné části., viz str. 164 a 762, pozn. 51.

(1.VII) Vyrovnání zlomků³²

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Vyrovnání zlomků – zlomky mají nerovné velikosti, chceme je učinit rovnými, snižujeme z ostatních, o kolik jsou větší, a navyšujeme jím, o kolik je tento menší, proto se hovoří o vyrovnání zlomků.

Metoda zní: Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele.

Tím se přizpůsobí jejich čitatele.

Vedle se sečtou na dělenec průměru.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Tím, že jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele a vedle se sečtou na dělenec průměru, se stanoví dělenec průměru jako řídicí mez³³. To, co se pak od jednotlivých čitatele ubírá nebo se k nim přidává, je omezení, kterým se vyrovnají.

Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitele.

Tím, že se „jmenovatele spolu vynásobí a vytvoří dělitele“, se také, [kvůli] přizpůsobení čitatele, dále sjednocují jejich jmenovatele.

Počtem rozestavených násobíme nesečtené a ty vytvoří, každý příslušně³⁴, dělence rozestavených. Také počtem rozestavených násobíme dělitele.

Zde se má vedle položit počet rozestavených a dělit jím dělenec průměru³⁵. Takto by však vzniklo více zlomkových částí, proto se naopak počtem rozestavených násobí přizpůsobené i sjednocené.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: V úlohách se hovoří o zlomcích, které se vyrovnávají, v počtu, který není pevně dán, někdy jsou tři, někdy dva, počet obsazených míst není stálý. Pokud se

³² V originále *ping fen* 平分. Jde o nalezení aritmetického průměru, proto používám sloveso „vyrovnat“. Všechny metody práce se zlomky jsou označeny jako metody **provedení** něčeho, slovesný překlad je tedy na místě. V textu překládám *ping* většinou podstatným jménem „průměr“.

³³ „Řídicí mez“ – v originále *zhu xian* 主限. Je to vysvětlující, ad hoc pojmenování, nikoli teoreticky podložený termín. Stejně slovo *xian* („mez, omezit“) vystupuje v další větě. Li Chunfeng zde vysvětluje vztah průměru k jednotlivým zlomkům.

³⁴ V originále *ge zi* 各自. Zdůrazňuje se tak, že pro každé nesečtené číslo vznikne jeden dělenec.

³⁵ Tato věta je ve starých edicích zjevně špatně opsaná, protože se opakuje bez souvislosti klasický text „zde se mají vedle sečíst rozložené dělence na dělenec průměru.“ Li Huang text emendoval na znění, které překládám a které se objevuje ve většině vydání 2. pol. 20. st. Li Jimin není s touto úpravou spokojen, protože tak malé číslo jako počet zlomků není podle jeho názoru nutné rozstavovat na početní desku, a navrhuje dvě různé úpravy stejného významu: „zde se mají vedle sečíst a vydělit počtem rozložených na dělenec průměru“ (v [Li Jimin 1990], str. 68, pomocí konstrukce 以列數除之, nověji v [Li Jimin 1993] eliptickým pospozičním instrumentálem 除之列數).

vyrovnávají tři, položí se na tři místa. Pokud se vyrovnávají dva, položí se na dvě místa. V těchto případech nelze předem určit, kolik se bude vyrovnávat, proto se říká jen „počet rozestavených“.

Odečítáme dělenec průměru a dělence rozestavených, zbytky zkrátíme a to tvoří to, co odečítáme. Sečteme to, co odečítáme, to se přidá k nejmenšímu³⁶. Označíme dělitelem dělenec průměru a všechny [zlomky] jsou vyrovnány.

(1.17) Mějme 7 lidí, kteří si dělí 8 celých a 1 ze 3 dílů měďáku. Ptáme se, kolik každý dostane?

Odpověď zní: Každý dostane 1 celý a 4 z 12 dílů měďáku.

(1.18) Dále mějme 3 celé a 1 ze 3 dílů člověka, kteří si dělí 6 celých a 1 ze 3 dílů a 3 ze 4 dílů měďáku. Ptáme se, kolik každý dostane?

Odpověď zní: Každý dostane 2 celé a 1 z 8 dílů měďáku.

(1.VIII) Rozkládání zlomků³⁷

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Rozkládání zlomků – od „Sloučení zlomků“ dále všechny [metody] nechávaly vzájemně přizpůsobit zlomky, zde se však přímo hledá podíl na jednoho člověka. Počtem lidí se dělí to, co má být rozděleno, proto se hovoří o rozkládání zlomků.

Metoda zní: Vezmeme počet lidí jako dělitel, počet peněz jako dělenec, každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1. Pokud mají zlomkovou část, propojíme ji³⁸.

Když jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele, přizpůsobují se čitatele. Když se jmenovatele spolu vynásobí, sjednocují se³⁹. Propojit jmenovatelem znamená, že jmenovatel vynásobí celek a zahrne se čítatel. Násobením rozdrobíme celek a získáme sebrané díly. Sebrané díly jsou propojené s čitatelem, proto je možné je přiřadit k sobě. Kdykoli se spolu střetávají čísla,

³⁶ Tato operace využívá implicitní vlastnosti všech zadání, že pouze jeden zlomek je menší než průměr. Metoda tedy není univerzální, na což kupodivu žádný z komentátorů neupozorňuje.

³⁷ V originále *jing fen* 經分, znamená rozdělení zlomku na více částí. Tato metoda spojuje případy, kdy počet částí je celé nebo smíšené číslo. V kapitole 2 je související třída úloh, pro níž jsou již metody rozděleny. [Chemla, Guo Shuchun 2004] překládá „partage des parts“, [Shen Kangshen, et al. 1999] prostě „division of fractions“.

³⁸ V originále *you fen zhe, tong zhi* 有分者, 通之. Je tím myšlen převod smíšeného čísla (které má „zlomek“, tj. necelou část) na „číslo ve spojení“, tedy zlomek s čitatelem větším než jmenovatel.

³⁹ Klasický text nic o násobení nepíše, Liu Hui tu dopňuje svůj výklad „uvádění do spojení“.

nazýváme je poměry.⁴⁰ Poměry jsou samy [od sebe] vzájemně propojené. Když má číslo zlomkovou část, můžeme jej rozdrobit; pokud jsou zlomky opakovaně navrstvené, lze je krátit. Dělenec a dělitel, dělené společným číslem, jsou poměry vztažené vůči sobě. Proto se při rozdrobování zlomků vždy nevyhnutelně oběma jmenovateli násobí dělenec a dělitel.

Pokud má více zlomkových částí⁴¹, sjednotíme je a pak propojíme.

Opět se jmenovatelem dělitele násobí číselník a jmenovatelem dělece dělitel. Toto znamená, že v dělenci i děliteli jsou zlomky, proto každý jmenovatel vynásobí celek a zahrne se číselník a dále jmenovatele navzájem vynásobí horní respektive spodní [číselníky].

(1.19) Mějme pole široké 4 ze 7 dílů kroku a dlouhé 3 z 5 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 12 z 35 dílů kroku.

(1.20) Dále mějme pole široké 7 z 9 dílů kroku a dlouhé 9 z 11 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 7 z 11 dílů kroku.

(1.21) Dále mějme pole široké 4 z 5 dílů kroku a dlouhé 5 z 9 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

⁴⁰ Tato věta (v originále *fan shu xiang yu zhe wei zhi lu* 凡數相與者謂之率) je jedním z nejčastěji citovaných míst Liu Huiova komentáře. Je to pokus o definici pojmu *lü*, který se objevuje poměrně hojně už v klasickém textu, u Liu Hui je však zcela centrální a má mnohem širší význam. Při interpretaci pasáže „stejně jako větve stromu, ač oddělené, přece vycházejí ze stejného kmene“ se často zmiňuje právě *lü* jako tento společný kmen. Ve svém překladu používám schválně matematicky neurčitě slovo poměr, abych zachoval mnohvrstevnost významu.

Je třeba říci, že *lü* znamená spíše „relativní počet“ v protikladu k „absolutnímu počtu“, *shu*, než poměr čísel vůči sobě jakožto vztah. Ten je vyjádřen explicitně spojením *xiang yu lu* 相與率.

⁴¹ Podobně jako [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 168, zde překopkládám opozici případu *you fen* 有分 v předchozí větě klasického textu a případu *chong you fen* 重有分 v této větě, který explicitně odlišuje „více zlomků různého typu“, tedy číslo, které je tvořeno celou částí a více zlomky s různými jmenovateli. Případ *chong you fen* odpovídá složité soustavě zlomků s různými jmenovateli v úloze (1.18), pro které [Chemla, Guo Shuchun 2004] v poznámce 68 na str. 761 uvádí vzorec $(a + b/c)/(d + e/f + g/h) = (a + bfh/cfh)/(d + ech + gcf/cfh)$. Podle mého názoru – opírám se přitom o Liu Huiův následující komentář – by přesnější rozpis tohoto postupu byl $(a + b/c)/(d + e/f + g/h) = [(ac + b)/c]/[(dfh + eh + gf)/fh] = [(ac + b) * fh]/[(dfh + eh + gf) * c]$, kde první krok odpovídá tomu, že „každý jmenovatel násobí vnitřní číselník celků“ (což je v podstatě význam první části věty z klasického textu *tong er tong zhi*), a druhý krok tomu, že „jmenovatele navzájem vynásobí horní respektive spodní [číselníky]“. [Shen Kangshen 1998], str. 116, definuje *chong you fen* prostě jako složený zlomek a dokládá to právě touto pasáží, což však nezapadá do popisu této metody – co by v tom případě znamenalo to „sjednocení“ *tong* 同, kterýmžto termínem se vždy označuje nalezení společného jmenovatele pro součet nebo rozdíl zlomků, a „vedení ve spojení“ *tong* 通, což je obecný termín pro sloučení zlomkové a celé části smíšeného čísla?

Odpověď zní: 4 z 9 dílů kroku.

(1.IX) Násobení zlomků

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Násobení zlomků – Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel, čitatele se spolu vynásobí a vytvoří dělenec, proto se hovoří o násobení zlomků.

Metoda zní: Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel, čitatele se spolu vynásobí a vytvoří dělenec, každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1.

Kdykoli dělenec nezaplňuje dělitel, mají název jmenovatel a čítec⁴². Pokud jsou zlomky, zvětšíme čitatele násobením a pak jsou z nich jen celá čísla. Dále - čítec jsme něčím vynásobili, proto jmenovatel má na oplátku dělit⁴³. Dělení na oplátku znamená, že každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1. Když se nyní čitatele násobí, měly by jmenovatele každý na oplátku dělit, proto se jmenovatele spolu vynásobí a dělí společně⁴⁴. Zde mají pole šířku a délku, je obtížné pochopit to obecně. Dejme tomu, že úloha zní: 20 koní má hodnotu 12 *jinů* zlata. Peníze si dělí 35 lidí, kolik každý dostane? Odpověď zní: 12 z 35 dílů *jinu*. Řeší se to tak jako v metodě „Rozkládání zlomků“, vezmeme 12 *jinů* jako dělenec a 35 lidí jako dělitel. Dejme tomu, že řekneme jinak, že 5 koní stojí 3 *jinu*. Nyní 4 prodáme a peníze si rozdělí 7 lidí, kolik každý dostane? Odpověď zní: Každý dostane 12 z 35 dílů *jinu*. Řeší se to tak, že přizpůsobíme množství *jinů* a lidí, čímž odpovídají první úloze, a vložíme je do „Rozkládání zlomků“. Totiž když se čitatele spolu násobí a vytvoří dělenec, je to jako přizpůsobení [počtu] zlata v této úloze. Když se spolu násobí jmenovatele a vytvoří dělitel, je to jako přizpůsobení [počtu] lidí. Když sjednotíme jmenovatele, je to 20, ale koně není třeba sjednocovat, hledáme pouze přizpůsobené [počty]⁴⁵. Ještě jinak můžeme říci, že 5 koní ku 3 *jinům* zlata je poměr

⁴² Zde si navzájem neodpovídá pořadí členů v paralelních větách (dělenec – dělitel X čítec – jmenovatel). To je poměrně běžný úkaz nejen v Liu Huiově komentáři, ale vůbec v klasické čínské próze. Viz [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 607.

⁴³ V originále *bao chu* 報除. Toto „dělení na oplátku“ se používá ve významu dělení číslem, které zachovává vztah mezi původním čítcem a jmenovatelem vzhledem ke změně čítele. V tomto případě jde v rámci Liu Huiova důkazu o rozšíření zlomku. Viz pozn. 45.

⁴⁴ V originále *lian chu* 連除, doslova „společnými silami dělí“.

⁴⁵ „Koně není třeba sjednocovat“ – v originále *ma wu shi yu tong* 馬無事於同. Liu Hui tím chce říci, že „sjednocení jmenovatel“, který by odpovídal 20 koním, nemá žádný reálný význam, je to jen pomocné číslo pro potřeby algoritmu. Těchto 20 koní je číslo, které slouží právě jen pro spojení 12 a 35, ve skutečnosti nemá v rámci úlohy význam, důležitý je jen dělenec 12 a dělitel 35.

Výklad násobení zlomků pomocí dělení je zdánlivě umělý, umožňuje však vysvětlit vzájemné násobení jmenovatelů a čítec jako jejich přizpůsobování fiktivnímu sjednocenému jmenovateli-čítateli. Operace přizpůsobování a sjednocování jsou podle Liu Huiova mínění základem veškeré matematiky a způsob, jakým na nich buduje aritmetiku i algebru je velice

celků; když ho vyjádříme zlomkem, bude jeden kůň mít cenu $3 \frac{3}{5}$ dílů *jinu* zlata. Sedm lidí prodává 4 koně, tedy jeden člověk prodává $4 \frac{4}{7}$ dílů koně. [Počty] zlata a lidí se vyvolávají navzájem⁴⁶, liší se, z čeho jednotlivá vyjádření vycházejí, ale při výpočtu čísel se všechny metody vrací ke stejnému [postupu].

(1.22) Mějme pole široké 3 celé a 1 ze 3 dílů kroku a dlouhé 5 celých a 2 z 5 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 18 kroků.

(1.23) Dále mějme pole široké 7 celých a 3 ze 4 dílů kroku a dlouhé 15 celých a 5 z 9 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 120 celých a 5 z 9 dílů kroku.

(1.24) Dále mějme pole široké 18 celých a 5 ze 7 dílů kroku a dlouhé 23 celých a 6 z 11 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 1 *mu*, 200 celých a 7 z 11 dílů kroku.

(1.X) Obecné pole

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Obecné pole – první metoda obsahovala přímo celé kroky a žádné zbývající zlomky⁴⁷. V dalších metodách byly pouze zbývající zlomky a žádné celé

konzistentní. Připomeňme, že rozpis násobení $a/b \times c/d = ac/bc \times bc/bd = ac/bd$ je rigorózní důkaz správnosti postupu, který uvádí klasický text. Liu Hui ho vyjadřuje dělením $a/b \times c/d = a/b : d/c = ac/bc : bd/bc = ac/bd$, což je poněkud intuitivnější. Patrně proto je dělení zlomků v „Devíti kapitolách“ zařazeno před násobení (viz [Shen Kangshen, et al. 1999], str. 83). Tento detail také naznačuje, že Liu Huiův výklad není absolutně svébytným výtvořem, nezávislým na klasickém textu, ale že skutečně odráží vnitřní systém „Devíti kapitol“, který měli nejspíše tak nějak „v hlavě“ už jejich poslední kompilátoři.

Tato úloha, kterou zde Liu Hui vkládá, je také významným klíčem k chápání role úlohy v „Devíti kapitolách“. [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 31, na něm ukazuje, jak Liu Hui volí takovou formulaci úlohy, která mu umožní co nejzřetelnější výklad smyslu metody – to obnáší význam *yi* 義 jejich číselných prvků, tj. jejich zařazení do kontextu, a myšlenkový pochod *yi* 意, kterým byla metoda odovzena, tj. její správnost. Otázky formulace úlohy shrnuje [Chemla 1998], především pokazuje na fakt, že kontext úlohy nebyl vnímán jako omezující faktor jejího použití na různé situace – zábavné úlohy byly zdrojem inspirace pro astronomické výpočty, praktické úlohy a jejich konkrétní vstupy a výstupy byly používány jako obecné označení celé třídy algoritmů a jejich vstupů/výstupů, které měly podobnou strukturu. Jako ilustraci tohoto použití konkrétní metody můžeme poukázat na metodu (1.XVI) (Obloukové pole) níže, kde se aplikuje metoda „přefezávání kulatého polena“ a tětva kruhové úseče se náhle stává „délkou řezu pilou“.

⁴⁶ Zde přijímám emendaci podle [Guo Shuchun 2004], str. 42, pozn 78. V původním textu (ve všech edicích, soudě podle zmíněné poznámky) je „čitatele zlomků a [počty] lidí se vyvolávají navzájem.“

⁴⁷ Jako „zbývající zlomky“ překládám originál *yu fen* 餘分, který zjevně znamená ryze zlomkovou část smíšeného zlomku. [Shen Kangshen, et al. 1999] zde chápe Li Chunefengův komentář jako pobídku: „First deal with integers without fractions, then fractions without integers“, ale v poznámce připouští, že se tím popisují metody (1.I) a (1.IX).

kroky. V této metodě jsou vždy nejprve celé kroky a pak opět zlomky, může obecně spojit všechny tři metody, proto se hovoří o obecném poli.

Metoda zní: Jmenovatele vynásobí každý svůj celek, čitatele se k němu přiřadí.

„Jmenovatele vynásobí každý svůj celek, čitatele se k němu přiřadí“ – propojí zlomky a zahrnou čitatele, tím pádem jmenovatele i čitatele tvoří spolu dělence.

Vynásobí se spolu a vytvoří dělenec. Jmenovatele zlomků se spolu vynásobí a vytvoří dělitel.

Jako „Násobení zlomků“.

Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1.

Nyní se vytváří metoda [pro případ, že] šírka i délka obsahují zlomky, každá si musí propojit své zlomky. Vkládáme do nich jmenovatel, je třeba jej opět dostat ven⁴⁸, proto se „jmenovatele zlomků spolu vynásobí a vytvoří dělitel“, kterým se společně dělí.

(1.25) Mějme klínovité pole⁴⁹ široké 12 kroků s kolmou délkou⁵⁰ 21 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 126 kroků.

(1.26) Dále mějme klínovité pole široké 5 celých a 1 ze 2 dílů kroků a dlouhé 8 celých a 2 ze 3 dílů kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 23 celých a 5 ze 6 dílů kroků.

(1.XI) (Klínovité pole)

Metoda zní: Půlíme šírku a násobíme jí kolmou délkou.

Půlení šírky je vytvoření přímého pole⁵¹ doplněním prázdného plným⁵². Také je možné půlit

⁴⁸ V originále jde o protiklad sloves *ru* 入 „vstoupit“ a *chu* 出 „vyjít“, která zde představují násobení a dělení.

⁴⁹ V originále *guitian* 圭田. *Gui* byl původně nefritový předmět tvaru rovnoramenného trojúhelníka, který sloužil jako doklad platnosti smluv, pověření, obřadní odznak císaře apod. Pro vnější podobnost byl použit jako označení astronomického měřicího nástroje (viz [GHYZZZD, 1998]) a také trojúhelníkových obrazců. Občas se zdůrazňuje, že jde o rovnoramenný trojúhelník, faktem však je, že toto není pro výpočet obsahu (což je jediná souvislost, v níž se tento objekt v „Devíti kapitolách“ vyskytuje) nijak podstatné.

⁵⁰ V originále *zheng zong* 正縱. Stejný kvalifikátor se používá v následujících příkladech a metodách i pro „kolmou šírku“.

⁵¹ V originále *zhi tian* 直田. Tento termín není v „Devíti kapitolách“ nijak vysvětlen, jde zjevně o ekvivalent *fang tian*.

⁵² V originále *yi ying bu xu* 以盈補虛. Je to základní metoda odvozování výpočtů obsahů plošných a objemů

kolmou délkou a násobit jí šířku. Poznámka: Poloviční šířka násobí délku, tím získáme průměrnou velikost uprostřed, proto pak násobením [průměrné] šířky a délky vzniknou sebrané kroky. Dělíme standardem pro *mu* a získáme [výsledek].

(1.27) Mějme zkosené pole⁵³, na jednom konci je šířka 30 kroků, na druhém konci je šířka 12 kroků, kolmá délka je 64 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?
Odpověď zní: 9 *mu* a 144 kroků.

(1.28) Dále mějme zkosené pole, kolmá šířka je 65 kroků, na jedné straně⁵⁴ je dlouhé 100 kroků, na druhé straně je dlouhé 72 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?
Odpověď zní: 23 *mu* a 70 kroků.

(1.XII) (Zkosené pole)

Metoda zní: Sečteme obě [strany přilehlé ke straně] zkosené⁵⁵ a půlíme, tím násobíme kolmou délkou nebo šířku. Také je možné půlit kolmou délkou nebo šířku a násobit tím součet. Standard pro *mu* dá 1.

Sečtením a půlením se doplní prázdné plným..

(1.29) Mějme rozbíhavé⁵⁶ pole, jehož jazyk je široký 20 kroků, pata je široká 5 kroků a kolmá délka je 30 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?
Odpověď zní: 1 *mu* a 135 kroků.

(1.30) Dále mějme rozbíhavé pole, jehož jazyk je široký 117, pata je široká 50 kroků, kolmá délka je 135 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

prostorových těles, kterou Liu Hui zmiňuje na mnoha místech..

⁵³ Původně vlastně „šikmé“ *xie 邪*. Jde o pravouhlý lichoběžník, tedy šikmo seříznutý – neboli zkosený – obdélník. V „Devíti kapitolách“ se neobjevuje kosodélník, lze však odhadnout, že by byl řešen s využitím právě této metody, proto název „zkosené pole“ může teoreticky zahrnout i řešení kosodélníků.

⁵⁴ Snažím se pomocí dvojice slov „konec“ – „strana“ zachytit konvenci, kterou „Devět kapitol“ používá: strany příčné (*guang*) se nazývají *tou 頭*, strany podélné *pan 畔*. Opozice mezi šířkou a délkou je velice výrazná v celé geometrické části „Devíti kapitol“.

⁵⁵ V originále je pouze *bing liang xie 并兩邪*. *Xie* je zde zkratka pro *tou huo pan 頭或畔*, „podélné nebo příčné strany“.

⁵⁶ Toto je poněkud bezradný překlad slova *ji 箕*, které znamená lopatku nebo původně nástroj tvaru lichoběžníka na rozdírávání slupky obilných zrn, tedy jakousi špachtli. Protože pole jsou vždy rozbíhavá („pata“ je užší než „jazyk“), použil jsem nakonec tento překlad.

Odpověď zní: 46 *mu* a 232 kroků.

(1.XIII) (Rozbíhavé pole)

Metoda zní: Sečteme patu a jazyk a půlíme, tím násobíme kolmou délkou. Standard pro *mu* dá 1.

Když rozpůlíme rozbíhavé pole uprostřed, jsou to dvě zkosená pole, proto jsou si jejich metody podobné. Lze také sečíst patu a jazyk, půlit kolmou délkou a tím je násobit.

(1.31) Mějme kruhové pole s obvodem 30 kroků a průměrem 10 kroků.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Myšlenka metody je použití poměrů obvod 3 – průměr 1, pak obvodu 30 kroků odpovídá průměr 10 kroků. Nyní podle přesných poměrů⁵² odpovídá průměr 9 celých a 6 z 11 dílů kroku.

Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 75 kroků.

Toto by podle [mé] Huiovy metody mělo být pole velikosti 71 celých a 103 ze 157 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další se opatrně drží přesných poměrů, pole je velké 71 celých a 13 z 22 dílů kroku.

(1.32) Dále mějme kruhové pole s obvodem 181 kroků a průměrem 60 celých a 1 ze 3 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Obvod 3 – průměr 1, obvod je 181 kroků a průměr 60 celých a 1 ze 3 dílů kroku. Podle přesných poměrů je průměr 57 celých a 13 z 22 dílů kroku.

Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 11 *mu*, 90 celých a 1 z 12 dílů kroku.

Toto by podle [mé] Huiovy metody mělo být pole velikosti 10 *mu*, 28 celých a 113 z 314 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další se opatrně drží přesných poměrů, pole je velké 10 *mu*, 25 celých a 87 z 88

⁵² Tak zvané „přesné poměry“ jsou ve skutečnosti hrubší ze dvou skupin poměrů, k nimž dospěl matematik Zu Chongzhi (429 – 500) neznámou metodou (snad pokračováním Liu Huiovy bisekce *n*-úhelníků až na 24 576 úhelníků, viz však poznámka 70). Zjistil, že π leží mezi 3,1415926 a 3,1415927 a stanovil přesnější poměr 355 / 113 a přibližný poměr 22 / 7 pro aproximaci π (viz Li Ji: *Jiu zhang suan shu yin yi* - [Guo Shuchun 2004], sv. 2, str. 824). Jak si všiml už Dai Zhen, Liu Huiův poměr 3,14 i Zu Chongzhiův poměr 22 / 7 (cca 3,1429) jsou srovnatelně nepřesné a Li Chunfeng se mýlil, když opravoval Liu Huiovy výsledky pomocí poměru 22 / 7.

dílů kroku.

(1.XIV) (Kruhové pole)

Metoda zní: Polovina obvodu a polovina průměru se spolu vynásobí. Získáme sebrání kroků.

Poznámka: Polovina obvodu je délka, polovina průměru je šířka, tudíž když se spolu vynásobí šířka a délka, získáme sebrané kroky. Pokud by průměr kruhu byl 2 *chi*, pak strana šestiúhelníku⁵⁸, vloženého do kruhu, a polovina průměru kruhu by byly stejné velikosti. Tomu odpovídá, že poměr průměru je 1 a poměr obvodu oblouku⁵⁹ je 3.

Další poznámka: Vytvoříme-li si obrázek, [vyplyne z něj, že] když stranou šestiúhelníka násobíme polovinu průměru jedné sekce⁶⁰ a ztrojnásobíme to, získáme plochu 12-úhelníka. Pokud jej dále dělíme, znovu stranou 12-úhelníka násobíme polovinu průměru jedné sekce a 6-násobíme to, získáme plochu 24-úhelníka. Čím více ho budeme dělit, tím méně chybujeme⁶¹. Kdybychom ho dělili dál a dál, až už by nešel dělit, splynul by s obvodem kruhu a chyba by zmizela. Za stranou šestiúhelníka je zbytek průměru. Když násobíme délkou strany zbytek průměru, přesáhne plocha okraj oblouku. Když jsou to ale jemné mnohoúhelníky, splývají s kruhem, a tak za okrajem není žádný zbytek průměru. Jelikož za okrajem není zbytek průměru, plocha nepřesahuje mimo. Když se stranou násobí polovina průměru a rozřízneme to na sekce, každá výseč⁶² bude dvakrát. Proto když se spolu násobí polovina obvodu a polovina průměru, vytvoří to plochu kruhu.

Mluvím zde o obvodu a průměru jakožto naprosto skutečných hodnotách⁶³, ne o poměrech

⁵⁸ Zde se obecně přijímá Dai Zhenova emendace původního textu z Encyklopedie *Yongle* (text Bao Huanzhi'ovy edice obsahuje tutéž chybu), že asi v 50 následujících případech má být znak *hu* 弧, „kruhový oblouk“, nahrazen znakem *gu* 觚, „roh“, který se používal pro dále zmiňované n-úhelníky. Výjimkou je místo v následující větě (viz pozn. 59)

⁵⁹ Zde se v Bao Huanzhi'ově edici spojení *hu zhou* 弧周, „obvod oblouku“, zatímco v Dai Zhenových edicích konsistentně *wai zhou* 外周, „vnější obvod“. Význam obou spojení je však v tomto případě synonymní, podstatné je, že se mluví o aproximaci poměru obvodu a průměru kruhu, nikoli n-úhelníku. Viz též [Guo Shuchun 2004], str. 46, pozn. 96.

⁶⁰ Jako „sekce“ překládám *hu* 弧, které zde zjevně znamená jednu šestinu kruhu, tedy kruhovou výseč.

⁶¹ V originále je *shi* 失, což může znamenat „ztráct“ nebo obecněji „chybovat“. Držím se obecného významu, i když v tomto případě jde zjevně o ztrátu a překlad v tomto významu se více nabízí (viz též [Chemla, Guo Shuchun 2004]). Zajímavé zde je, že Liu Hui hovoří o „ztrácení“ nebo chybě, aniž by zdůraznil, že je to ztráta plochy 2n-úhelníku vypočtená z obvodu a průměru n-úhelníku, proti ploše opsaného kruhu

⁶² V originále *yi zhe* 輒.

⁶³ Tato pasáž vybízí k více interpretacím: v originále 此以周徑謂至然之數非周三徑一之率也. Jde zřejmě o to, že Liu Hui upozorňuje na konvenční charakter termínů *zhou* a *jing* v klasickém textu, a upozorňuje, že on tyto termíny používá ve vztahu pro označení opravdového průměru a obvodu v jejich „nejvyšší esenci“ (*zhi ran* 至然). Za pochopení významu této

obvod 3 – průměr 1. Obvod 3 je pouze podle obrysu tohoto šestiúhelníka. Když chceme zjistit, kolik je rozdíl proti kruhu, je to jako mezi lukem a tětivou. Ale tato metoda se po generace předává a nikdo se neměl k tomu, aby ji přesně prozkoumal. Učení lidé se řídí podle minulosti a vštěpují si i její chyby. Bez jasného podkladu se o tom těžko diskutuje. Vždy když věci zařazujeme k příslušnému modelovému tvaru, je to buď ke kruhu nebo ke čtverci. Co se týče poměrů čtverce a kruhu, pokud bude jejich poměr přesně vypsán v blízkém, bude známé i sebevzdálenější⁶⁴. Z toho můžeme říci, že jeho využití je velmi široké.

Opatrně jsem vše ověřil podle obrázku⁶⁵ a vytvořil nové přesnější poměry. Obával jsem se, že když pouze vyložím metodu, budou počty nejasné a obtížně představitelné, proto to dávám k dispozici pro kontrolu a ověření⁶⁶ a podrobně je zde zaznamenávám a komentuji.

Dělení šestiúhelníka na dvanáctiúhelník. Metoda zní: Budiž průměr kruhu 2 *chi*, půlíme ho a vznikne 1 *chi*. To je strana kruhem obaleného šestiúhelníka. Polovina průměru 1 *chi* budiž přeponou, polovina strany 5 *cunů* delší odvěsnou, hledáme k nim kratší odvěsnu. Od plochy delší odvěsny 25 *cunů* odečteme plochu k přeponě, zbyde 75 *cunů*. Dělíme odmocněním až do *miao* a *hu*. Posuneme dělitel o další místo zpět a hledáme drobné číslo. Bezejmenné drobné číslo použijeme jako číselník zlomku, 10 jako jmenovatel a zkrátíme na 2 z 5 dílů *hu*. Tak získáme kratší odvěsnu 8 *cunů*, 6 *fenů*, 6 *li*, 2 *miao*, 5 celých a 2 z 5 dílů *hu*. Odečteme od ní polovinu průměru a zbyde 1 *cun*, 3 *fen*, 3 *li*, 9 *hao*, 9 *miao*, 4 celé a 3 z 5 dílů *hu*, což nazveme „malá delší odvěsna“. Polovinu strany šestiúhelníka nazveme „malá kratší odvěsna“ a hledáme k nim přeponu. Její plocha je 267 949 193 445 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme. Dělíme odmocněním a tak získáme stranu 12-úhelníka.

Dělení 12-úhelníka na 24-úhelník. Metoda zní: Opět budiž polovina průměru přeponou, polovina strany delší odvěsnou, hledáme k nim kratší odvěsnu. Položíme na horní pozici plochu malé přepony, 4 dají 1, získáme 66 987 298 361 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme, to je plocha delší odvěsny. Odečteme od ní plochu odvěsny, zbytek dělíme odmocněním, získáme kratší odvěsnu 9 *cunů*, 6 *fenů*,

věty vděčím [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 179 a zejm. str. 772, pozn 114

⁶⁴ Liu Hui zde zjevně upozorňuje na to, že poměry kruhu a čtverce jsou využívány v mnoha početních metodách. Navrhuje vypočítat je přesně „v blízkém“, tedy v relativně přehledném případě kruhu, aby mohly být používány „ve vzdáleném“, tedy ve složitějších kruhovitých útvarech.

⁶⁵ Řídím se podle [Guo Shuchun 2004] a přijímám Qian Baocongovu emendaci znaku *yuan* 圓 „kruh“ na znak *tu* 圖 „obrázek“. Zde je ukázkové spojení slova „ověřit“ (*yan*) s analýzou útvaru pomocí vizuálních pomůcek.

⁶⁶ V originále *jian kuo* 檢括.

5 *li*, 9 *hao*, 2 *miao*, 5 celých a 4 z 5 dílů *hu*. Odečteme to od poloviny průměru, zbydou 3 *feny*, 4 *li*, 7 *miao*, 4 celé a 1 z 5 dílů *hu*, což nazveme „malá delší odvěsna“. Polovinu strany 12-úhelníka nazveme „malá kratší odvěsna“ a hledáme k nim přeponu. Její plocha je 68 148 349 466 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme. Dělíme odmocněním a tak získáme stranu 24-úhelníka.

Dělení 24-úhelníka na 48-úhelník. Metoda zní: Opět budiž polovina průměru přeponou, polovina strany delší odvěsnou, hledáme k nim kratší odvěsnu. Položíme na horní pozici plochu malé přepony, 4 dají 1, získáme 17 073 087 366 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme, to je plocha delší odvěsny. Odečteme od ní plochu odvěsny, zbytek dělíme odmocněním, získáme kratší odvěsnu 9 *cunů*, 9 *fenů*, 1 *li*, 4 *hao*, 4 *miao*, 4 celých a 4 z 5 dílů *hu*. Odečteme to od poloviny průměru, zbudou 8 *li*, 5 *hao*, 5 *miao*, 5 celých a 1 z 5 dílů *hu*, což nazveme „malá delší odvěsna“. Polovinu strany 24-úhelníka nazveme „malá kratší odvěsna“ a hledáme k nim přeponu. Její plocha je 17 110 278 813 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme. Dělíme odmocněním a tak malou přeponu 1 *cun*, 3 *feny*, 8 *hao*, 6 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme. To je strana 48-úhelníka. Násobíme ji polovinou průměru 1 *chi*, pak opět násobíme 24 a získáme plochu 3 139 344 milionů *hu*. Dělíme 10 miliardami a získáme plochu 313 celých a 584 z 625 dílů *cunu*, a to je plocha 96-úhelníka.

Dělení 48-úhelníka na 96-úhelník. Metoda zní: Opět budiž polovina průměru přeponou, polovina strany delší odvěsnou, hledáme k nim kratší odvěsnu. Položíme pod nejvyšší pozici plochu přepony, 4 dají 1, získáme 4 277 569 903 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme, a toto je plocha delší odvěsny. Odečteme od ní plochu odvěsny, zbytek dělíme odmocněním, získáme kratší odvěsnu 9 *cunů*, 9 *fenů*, 7 *li*, 8 *hao*, 5 *miao*, 8 celých a 9 z 10 dílů *hu*. Odečteme to od poloviny průměru, zbydou 2 *li*, 1 *hao*, 4 *miao*, 1 celé a 1 z 10 dílů *hu*, což nazveme „malá delší odvěsna“. Polovinu strany 48-úhelníka nazveme „malá kratší odvěsna“ a hledáme k nim přeponu. Její plocha je 4 282 154 012 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme. Dělíme odmocněním a tak malou přeponu 6 *fenů*, 5 *li*, 4 *hao*, 3 *miao*, 8 *hu*, zbylé zlomky zanedbáme. To je strana 96-úhelníka. Násobíme ji polovinou průměru 1 *chi*, pak opět násobíme 48 a získáme plochu 3 140 124 milionů *hu*. Dělíme 10 miliardami a získáme plochu 314 celých a 64 z 625 dílů *cunu*, a to je plocha 192-úhelníka. Odečteme od ní plochu 96-úhelníka a zbyde 105 z 625 dílů *cunu*, což nazveme „rozdíl ploch“. Zdvojíme ho a získáme 210 z 625 dílů *cunu*, což je oblá plocha 96 obloukových polí mimo 96-úhelník, to znamená celková plocha třetivy násobené šípem. Když ji přičteme k ploše 96-úhelníka, získáme 314 celých a 169 z 625 dílů *cunu*, a toto

přesahuje okraj kruhu. Proto se vrátíme k celé části plochy 192-úhelníka, 314 *cunů*, vezmeme ji jako daný poměr plochy kruhu a zanedbáme zbylé zlomky.

Pokud dělíme plochu kruhu polovinou průměru, 1 *chi*, a zdvojíme výsledek, získáme 6 *chi*, 2 *cuny* a 8 *fenů*, a to je velikost obvodu. Vynásobme průměr jím samým a vytvoří plochu čtverce 400 *cunů*. Pokud tuto plochu porovnáme s plochou kruhu, získáme pro plochu kruhu poměr 157, pro plochu čtverce poměr 200. To jest – do čtvercové plochy velikosti 200 se vejde kruh velikosti 157. Poměr kruhu je ještě trochu malý [proti skutečnosti].

Poznámka: Na obrázku obloukového pole je do čtverce vložen kruh, do kruhu vložen čtverec, vnitřní čtverec odpovídá polovině vnějšího čtverce. Tedy je-li plocha kruhu 157, plocha čtverce do něj vloženého je 100. Dále necht' se průměr 2 *chi* spolu s obvodem 6 *chi*, 2 *cuny* a 8 *fenů* zkrátí, pak pro obvod získáme 157, pro průměr 50, a toto jsou jejich poměry vztažené vůči sobě. Poměr obvodu je ještě trochu malý [proti skutečnosti].

Ve vojenském depozitáři dynastie Jin⁶² je bronzová míra *hu*, kterou v době *Han* nechal vyrobit Wang Mang. Nápis na ní zní: „Nařízením ustanovujeme míru *hu*, strana vnitřního čtverce je 1 *chi*, vně je kruh s okrajem 9 *li* a 5 *hao*, plocha je 162 *cunů*, hluboká je 1 *chi*, sebrání je 1620 *cunů*, pojme 10 *dou*.“ Při řešení touto metodou získáme plochu 161 *cunů* a ještě něco, množství jsou si blízká, ale tato metoda [dává] o trochu menší [výsledek]. Rozdíl plochy *n*-úhelníků je 105 ze 625 dílů *cunu*.

⁶² Dynastie Jin vládla v Číně v letech 266 - 316. Liu Huiův komentář je ale na více místech datován do 1. roku éry *Jingyuan* (263 n. l.) „úředního krále z Chen“, což je označení pro posledního císaře dynastie Wei (obyčejným jménem Cao Huan), který nemá klasické císařské posmrtné jméno, protože byl v roce 266 sesazen svým generálem Sima Yanem. Datum 263 (jakož i samotnou atribuci komentář Liu Huiovi) dokládají pasáže z kapitol o „harmoniiích a kalendáři“ z Dějin dynastie *Jin* i dynastie *Sui* (*Jin Shu*, *Sui Shu* *Lü li zhi*). Obě přitom redigoval Li Chunfeng. Z tohoto důvodu většina autorů považuje datum 263 za věrohodné dokončení Liu Huiova komentáře, z čehož vyplývá, že Liu Hui nejspíše nemůže být autorem této pasáže, v níž se mluví o dynastii *Jin*. Je navíc takřka nemožné, že by Liu Hui neuctivě označoval dvůr dynastie, pod kterou žil, přímo jejím jménem – na jiných místech Liu Huiova komentáře, z nichž některá nesporně pochází z jeho rukou, jsou současné instituce, míry apod. označovány vždy jen jako „současné“ *jin* 今. Za možného autora byl pozdně qingským znalcem „Devíti kapitol“ Li Huangem označen Zu Geng nebo Zu Chongzhi (viz např. [Li Di 1998], str. 48), ale i tato volba naráží na zásadní problém, že v pasáži se používá hodnota $\pi = 3927/1250$, zatímco o Zu Chongzhi'ovi je – také na základě Dějin dynastie *Sui* – známo, že používal poměry jiné (22/7 resp. 355/113), a znal hodnotu ještě přesnější, proto se zdá zvláštní, že by zároveň s takovým zřejmým uspokojením vypisoval přibližnější aproximaci. Spor o autorství této pasáže není vyřešený, je docela možné, že se tu setkáváme s jiným matematikem, jehož jméno se nedochovalo. Druhá možnost je, že některá z informací, které Li Chunfeng předává o Liu Huiovi a otci a synovi rodu Zu, je nepřesná a vytváří neřešitelné rozpory. Tomu by odpovídalo, že v Li Chunfengem redigovaných pasážích obou dynastických historií se také zmiňuje výpočet průměru dutých měr podobných, jaká je zmíněna v této pasáži, získané výsledky jsou konzistentní s hodnotou $\pi = 3927/1250$ a v jednom případě je vysloveně řečeno, že tento výpočet provedl Zu Chongzhi. Tuto pasáž cituje také Li Ji (viz [Guo Shuchun 2004], str. 825). Viz také [Wagner 1978], [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 774, pozn. 133.

Pokud vezmeme plochu 12-úhelníka a podle poměru ji zvyšujeme, měli bychom vzít 36 z těchto dílů *cunu* a přidat je k ploše 192-úhelníka⁶⁸, a budeme toto považovat za poměr kruhu, bude 314 celých a 4 z 25 dílů *cunu*. Položme čtvercovou plochu mocniny průměru 400 *cunů*, propojme ji⁶⁹ s plochou kruhu a zkrátme, pak plocha kruhu je 3927 a plocha čtverce 5000, toto budou poměry. V ploše čtverce 5000 je vložen kruh s plochou 3927. V ploše kruhu 3937 je vložen čtverec s plochou 2500. Vydělíme polovinou průměru, 1 *chi*, plochu kruhu 314 celých a 4 z 25 dílů *cunu*, zdvojíme výsledek, pak 6 *chi*, 2 *cuny*, 8 celých a 8 z 25 dílů *fenu* je velikost obvodu. Celý průměr 2 *chi* se propojí s velikostí obvodu a zkrátí, získáme průměr 1250, obvod 3927, což jsou jejich poměry vztahované vůči sobě. Tím asi vyčerpáváme nejjemnější [rysy] tohoto [problému]⁷⁰. Když se však uplatňuje a používá, je výše zmíněná metoda pouze jednodušší/přibližná⁷¹. Kdybychom hledali stranu 1536-úhelníka a získali tak plochu 3072-úhelníka, při rozdělení na jemné části by bylo množství také takové, to je jen další [metoda] ověření tohoto.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Stará metoda při řešení kruhu vždy používala jako poměry obvod 3 – průměr 1. Pokud se takto hledala velikost obvodu, byl obvod menší respektive průměr větší [než ve skutečnosti]. Pouze pokud se použije na příslušné šestiúhelníkové pole, dosáhneme souladu s těmito poměry. Proč je to tak? Mějme šestiúhelníkové pole, strana každé sekce bude 1 *chi*, pak samo sebou vyplývá, že bude z rohu do rohu průměr 2 *chi*. Tedy obvod je 6, průměr 2,

⁶⁸ Tato pasáž je značně nejasná. Klíčová je zde věta *yi lü xiao xi* 以率消息. *Xiao xi*, doslova „ubývání a přibývání“, je termín typický pro filozofickou literaturu, zejména v souvislosti s narůstáním a ubáváním *yin* a *yang*, a zároveň se objevuje v astronomických výpočtech jako odborný výraz pro extrapolaci. Pro různé názory, co konkrétně tato formulace znamená, viz [Li Yan 1936], str. 29, [Li Jimin 1990].

Další ještě kurióznější vysvětlení nabízí [Shen Kangshen, et al. 1999], str. 117, cituje přitom čínskou publikaci Deng Jianzhong (1984), *Extrapolation and its Applications*, Shanghai (v čínštině – originální název neuveden). Podle tohoto názoru Liu Hui (nebo – podle našeho přesvědčení – Zu Chongzhi) přičítal třetinu rozdílu ploch následujících *n*-úhelníků (opět narážíme na problém, že 105/3 je 35, nikoli 36, ale budiž), proto, že „aniticipoval“ Rombergovu limitní extrapolaci, publikovanou v roce 1955.

⁶⁹ Zde *tong* 通 nevystupuje v souvislosti se zlomky, ale jako „uvedení do vztahu“.

⁷⁰ V originále *ruo ci zhe, gai jin qi xian wei yi* 若此者，蓋盡其纖微矣. Tato věta se běžně vykládá jako výraz sebespokojení autora, kontrastující s odpovídajícími pasážemi předcházejícího Liu Huiova komentáře, který po vyjmenování poměrů opsaného a vepsaného čtverce uzavírá „Poměr kruhu je ještě trochu malý“. Jak upozorňuje [Li Di 1998], sebespokojení u Liu Hui je nikdy nenacházíme. To podporuje dohady o atribuci pasáže.

⁷¹ Tato věta může mít více významů, spojených polysémií slova *yue*: Buď autor připouští, že právě vypočtené poměry jsou sice přesné, ale při běžném používání neprakticky velké, takže původní Liu Huiova metoda (Liu Huiovy poměry) je kratší/méně pracná (*yue*). Nebo kritizuje Liu Huiovy poměry, že jsou „pouze přibližné“ (*yue er*), na což se přijde, pokud se použijí v praxi. Další možností je, že mluví o dvou metodách, jakými je možné dosáhnout čísla 3927/1250, tedy přibližný a rychlý postup *yi lü xiao xi* (ať už to znamená ti či ono) a přesnější, ale velmi pracný výpočet dělením *n*-úhelníků.

což souhlasí s [poměry] obvod 3 – průměr 1. Z obavy, že tento fakt je stále obtížně pochopitelný, použijeme nyní navíc reálný předmět pro jeho demonstraci. Dejme tomu, že máme šest kousků klínovitých vyřezaných předmětů, každý předmět má tři strany dlouhé 1 *chi*. Sestavme tyto předměty tak, aby ostrou stranou směřovaly dovnitř, a tak vznikne šestihřanný obvod, jehož vzdálenost rohu⁷² bude vždy 1 *chi*. Dále vně stran [šesti]úhelníka obkroužíme kružnicí⁷³, pak průměr šestiúhelníka plně dosáhne ke kružnici. Ve stranách je průměr kratší a nedosáhne k vnější kružnici. Pokud to vyjádříme pomocí průměru, bude kružnice 6 *chi*, průměr 2 *chi* a délka strany vždy 1 *chi*. Delší odvěsna ke straně⁷⁴ nedosáhne k vnější hraně, z toho vyplývá, že jistě není 2 *chi*. Proto poměry obvod 3 – průměr 1 jsou vzhledem ke kruhu pro obvod málo a pro průměr moc. Průměr 1 – obvod 3, to není přesné zachycení struktury. Asi metoda volí jednodušší zásadní [informaci], vyzdvihuje to nejdůležitější a tak to popisuje. Liu Hui ji považoval za příliš nepřesnou, proto ji změnil a rozvinul svůj poměr. Ale když se spolu násobí obvod a průměr, čísla do sebe nezapadají⁷⁵. Hui sice předložil tyto dvě⁷⁶ metody, ale stejně se nedokázal dobrat toho nejjemnějšího. Zu Chongzhi je považoval za nepřesné, a tak uprostřed odvodil tato čísla nově. Když jsme nyní psali doplňky, excerpovali jsme od různých autorů a ověřovali správnost a [Zu] Chongzhi je nejpřesnější. Proto jej zařazujeme za Huiovou metodou a doufáme, že učencům budou vštěpovány tyto [poměry].

(1.XIVa) Další metoda zní: Obvod a průměr se spolu vynásobí, 4 dají jednu⁷⁷.

Zde je obvod totožný s obloukem⁷⁸ z minulého příkladu. Když se obvod s průměrem spolu

⁷² Zde se používá termín *jiao jing* 角徑, který je v dalším textu nahrazen verzí *mian jing* 面徑. Vždy se jedná o délku strany. Bai Shangshu a Li Jimin tento text chápou jako referenci k průměru a opravují podle toho „1“ na „2“.

⁷³ Na rozdíl od kruhu *yuan* 圓 se zde používá termín *gui* 規, což je původně kružidlo, přeneseně i linie vytvořená jeho použitím. Podobně i dále.

⁷⁴ V originále *mian jing gu* 面徑股. Jde o kolmou vzdálenost středu od strany. Zde se hodí interpretace pojmu *gu* jako „výška“, jak překládá [Chemla, Guo Shuchun 2004].

⁷⁵ V originále *shu nan qi he* 數難契合. *Qi he* znamená ladit spolu, „zařezávat“. Je možné, že zde Li Chunfeng mluví spíše o souladu získaného čísla (plochy) se skutečností, jiný výklad je obtížně zacházení s poměry obvodu a průměru, které se obtížně převádějí na zlomek.

⁷⁶ Číslovka „dva“ je součástí sporu o autorství pasáže „Ve vojenském depozitáři...“ a především poměrů 3927/1250. V Dai Zhenových vydáních je bez ediční poznámky místo „dvě“ „jedna“, zde se podle Guo Shuchuna držíme znění Bao Huanzhi'ovy edice, jelikož svůj překlad opírám o Guo Shuchunovo vydání a na otázku autorství pasáže nemám zcela podložený názor. Existují ostatně celkem důvěryhodné pokusy vysvětlit „dvě“ bez vztahu ke sporné pasáži (viz [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 778, pozn. 146).

⁷⁷ V originále *si er yi* 四而一. Jde o konkrétní zápis dělení, s touto formou jsme se již setkali v obecné podobě „standard pro *mu* dá jednu“ v metodě (1.XII). Je to zápis operačně provázaný s použitím poměrů (*lü*), také je kratší než zápis pomocí slovesa dělit (*chu*), proto se v klasickém textu i komentářích hojně používá.

násobí, měla by se z každého brát polovina. Ale zde jsou obvod i průměr celé, proto se oba jejich jmenovatele spolu vynásobí a dají 4, čímž se pak dělí na oplátku. Podle [mé] Huiovy metody platí, že pokud vynásobíme obvod 50 a 157 dá jednu, získáme průměr. Když násobíme průměr 157 a 50 dá jednu, získáme obvod. Poměr průměru v nové metodě je ještě stále o něco menší. Proto když na základě obvodu hledáme průměr, bude příliš dlouhý. Když na základě průměru hledáme obvod, bude příliš krátký. Všude tam, kde se podle známého průměru hledá plocha, je výsledek o něco menší; kde se podle obvodu hledá plocha, je výsledek o něco větší.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Podle přesných poměrů, když násobíme obvod 7 a 22 dá jednu, je to průměr. Když násobíme průměr 22 a 7 dá jednu, je to obvod. Když se pak hledá podle [této] metody, získáme [výsledek].

(1.XIVb) Další metoda zní: Průměr se vynásobí sám sebou, ztrojí se⁷⁹ a 4 dají jednu.

Poznámka: Když se průměr vynásobí sám sebou, vytvoří vnější čtverec. „Ztrojí se, 4 dají jednu“ – to znamená, že kruh je 3 ze 4 dílů vnějšího čtverce, v kterém dlí. Pokud bychom stranou šestiúhelníka násobili polovinu průměru, bude tato plocha 1 ze 4 dílů vnějšího čtverce. Proto když ji ztrojíme, budou to 3 ze 4 dílů vnějšího čtverce. To je pouze plocha 12-úhelníka uvnitř kruhu. Když ji vezmeme místo kruhu, výsledek je o něco menší. Podle [mé] Huiovy nové metody by se měl průměr sám vynásobit, pak se vynásobí 157 a 200 dá jednu.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Podle přesných poměrů se nechá průměr sám sebou vynásobit, vynásobí se 11 a 14 dá jednu, to je plocha kruhu.

(1.XIVc) Další metoda zní: Obvod se vynásobí sám sebou, 12 dá jednu.

Obvod šestiúhelníka ku průměru kruhu jsou 3 ku 1. Proto když se obvod šestiúhelníka sám sebou vynásobí a vytvoří plochu, bude jako 9 čtverců z průměru kruhu násobeného sebou samým.

⁷⁸ Dai Zhen a všechna vydání po něm, včetně prvního vydání Guo Shuchunova *Huijiaobenu*, zde nahrazují *hu* (oblouk) z Bao Huanzhi'ovy edice i textu encyklopedie *Yongle* termínem *gu* (mnohoúhelník), stejně jako ve všech ostatních případech (viz poznámka 58). Druhé vydání *Huijiaobenu* ([Guo Shuchun 2004]) však prohlašuje za správnější původní text. Po Dai Zhenově emendaci by pasáž znamenala „tento obvod je obvod předchozího *n*-úhelníku“ (tj. např. 6-úhelníku, počítáme-li plochu 12-úhelníku), což je právě princip výpočtu plochy *n*-úhelníku, který Liu Hui používá. Guo Shuchunova interpretace, kterou (jak se dá očekávat) zachovává i [Chemla, Guo Shuchun 2004], smyslem věty činí upozornění na jednotu posuzovaných objektů ve všech verzích metody kruhového pole. Obě verze jsou zjevně možné, základní problém spočívá ve „ztrátě informace“, způsobené tím, že v songských edicích se zjevně používal pojem *hu* pro oblouk i mnohoúhelník.

⁷⁹ Příklad zkráceného zápisu násobení: „ztrojí se“ = *san zhi* 三之.

Devět čtverců je celkem 12-úhelníků, proto se říká „12 dá jednu“, to bude plocha 12-úhelníka. Když nyní takto necháme sám sebou vynásobit obvod, pak to nebude jen 9 čtverců průměru kruhu násobeného sebou samým. Proto když 12 dá jednu, to co získáme, není stejné třídy jako 12-úhelník. Pokud chceme získat plochu kruhu, bude to příliš mnoho. Vzit [tak] obvod 6-úhelníka, [nechat] 12 dát jednu by bylo možné⁸⁰. Podle [mé] Huiiovy nové metody se nechá obvod přímo vynásobit sám sebou a násobí se 25, pak 314 dá jednu a získáme plochu kruhu. Poměry zde jsou: 25, plocha kruhu; 314, plocha obvodu násobeného sebou samým. Položme jako obvod 6 *chi*, 2 *cuny* a 8 *fenů*, nechme vynásobit sebou samým, získáme plochu 394 384 *fenů*. Dále položme plochu kruhu 31 400 *fenů*. Zkrátíme obě 1256 a získáme tyto poměry.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Když se strana čtverce násobí sama sebou, získáme její sebrání⁸¹. Když z obvodu kruhu hledáme jeho plochu, použijeme poměry a tím budou propojené. Ale tato metoda při hledání používá poměry 3 a 1. Základní metoda kruhového pole⁸² je, že se polovina obvodu a polovina průměru spolu vynásobí. Zde se používá celý obvod násobený sám sebou, proto je nutné použít jako jmenovatel 12. Proč? Když z celého obvodu hledáme polovinu obvodu, musíme použít jako dělitel 2. Když z celého obvodu hledáme polovinu průměru, dělíme dále šesti. [Dvanáct] je tedy počet, který vznikl, když se spolu vynásobí 2 a 6, a kterým se dělí obvod vynásobený sebou samým. Podle přesných poměrů se násobí sedmi a 88 dá jednu.

(1.33) Mějme vypouklé pole⁸³, jehož dolní obvod je 30 kroků a průměr 16 kroků.

⁸⁰ Liu Hui připomíná, že metoda je zcela přesná pro šestiúhelník, doslova „vzit obvod šestiúhelníka (tj. místo obvodu kruhu), 12 dá jednu je možné (tj. dělení 12 dává správný výsledek)“.

⁸¹ Li Chunfeng zde interpretuje myšlenku metody tím, že připomíná základní vlastnost umocňování, totiž vytváření čísel „vyššího rozměru“, sebrání (*ji* 積). Využívá významů a vztahů pojmů „strana“ (*mian*) a *ji*, které ozřejmují zejména komentáře v metodách odmocnění na konci 4. kapitoly. Pojem „strana čtverce“ (*fang mian*) má totiž kromě své bezprostřední role ještě význam druhé odmocniny (*ji X zhi mian* znamená druhou odmocninu ze sebrání X) a *ji* je pak její základ, neboli číslo, které je „na druhou“. Z toho dále vyplývá, že pouhým propojením (to znamená násobením a dělením poměry vztahenými vůči sobě) lze získat z čísla, které vznikne umocněním „strany“ (zde obvodu), číslo, které odpovídá ploše kruhu.

⁸² V originále *yuan tian zheng fa* 圓田正法. Myslí se tím metoda (1.XIV), která je „pravá“ nebo „plnohohotná“ (*zheng*) v protikladu k následujícím třem metodám, které ji doplňují (*fu* 副).

⁸³ Tento útvar (*wan tian* 宛田) odpovídá povrchu kulového vrchlíku. „Průměr“ je měřený v kulové ploše, je to tedy délka oblouku, jehož rotací byl vrchlík vytvořen, „spodní obvod“ je obvod podstavy vrchlíku. Vzhledem k tomu, že při daných rozměrech by vrchlík musel být větší než polokoule (tzn. mít v přičném řezu středový úhel větší než 180°), vyskytly se i názory, že se jedná o jiný útvar, protože pole takového tvaru nemohlo existovat. Tyto interpretace, například že se jedná o kruhovou výseč, však nelze smířit s jasným použitím termínu v jiných pramenech a Liu Huiovým komentářem k této metodě. Li Ji popisuje *wan tian* poměrně jasně: „Vypouklé pole je uprostřed vyvýšené.“ Podle toho Li Huang vytvořil ve svém komentáři ilustraci ve formě vrchlíku, což je nyní standardně přijímaný význam pojmu.

Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 120 kroků.

(1.34) Dále mějme vypouklé pole, jehož dolní obvod je 99 kroků a průměr 51 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 5 *mu*, 62 celých a 1 ze 4 dílů kroku.

(1.XV) (Vypouklé pole)

Metoda zní: Násobíme průměrem obvod, 4 dají jednu.

Tato metoda při ověření nevychází⁸⁴. Proto odvodíme tento tvar ze čtvercového jehlanu. Dejme tomu, že spodní hrana čtvercového jehlanu je 6 *chi* a výška je 4 *chi*. Tyto 4 *chi* jsou delší odvěsna, polovina spodní hrany – 3 *chi* – je kratší odvěsna. Šikmá hrana v kolmé rovině⁸⁵ je přepona, tedy 5 *chi*. Necháme kratší odvěsnu a přeponu se spolu vynásobit, 4-násobíme⁸⁶ a získáme 60 *chi*, což je skutečný povrch 4 stěn čtvercového jehlanu. Pokud do něj vložíme kruhový jehlan, bude skutečná plocha kruhového jehlanu a skutečná plocha čtvercového jehlanu v poměrech jako jsou poměry čtvercové a kruhové plochy⁸⁷. Poznámka: Když je spodní hrana čtvercového jehlanu 6 *chi*, bude obvod čtverce 24 *chi*. Násobíme-li 5 a půlíme, je to také viditelný povrch čtvercového jehlanu. Proto hledáme-li velikost kruhového jehlanu, rozpůlíme průměr⁸⁸ a násobíme jím polovinu spodního obvodu, a to je plocha kruhového jehlanu. Jelikož horní průměr vypouklého pole je vyklenutý⁸⁹, ale přesto se používá stejná metoda jako u kruhového jehlanu, je plocha menší než správný výsledek⁹⁰.

⁸⁴ V originále *ci shu bu yan* 此術不驗. *Bu yan* zde lze doslovněji přeložit jako „neověřuje se“, právě v tom významu, že její výsledek neodpovídá jiným faktům zjištěným analýzou skutečnosti.

⁸⁵ V originále *zheng mian xie* 正面邪. Význam tohoto termínu je z kontextu jasný, je to vzdálenost od vrcholu jehlanu ke středu hrany podstavy. V analogii s termíny „kolmá délka“ a „kolmá šířka“ bychom jej mohli překládat jako „kolmá postranní šikmá.“ Zde však *mian* zřejmě znamená „stěna tělesa“, tedy nikoli strana čtverce jako obvykle, a termín skutečně odpovídá spíše „šikmé hraně kolmého řezu“.

⁸⁶ Toto je jediný případ použití slovesa *yin* 因 pro násobení v Liu Huiově komentáři a vůbec v celých „Devíti kapitolách“.

⁸⁷ Opět je pořadí ve výčtu opačné, než by odpovídalo předchozí větě. Viz též pozn. 42.

⁸⁸ Slovo průměr (*jing*) je zde Liu Huiem použito proto, aby byla zachována ekvivalentnost se zadáním úlohy s vrchlíkem. Ve skutečnosti je to dvojnásobek strany kužele. „Rozpůlíme“ je v tomto případě *zhe* 折, nikoli *ban* 半, patrně ze stylových důvodů, protože celá věta zní *zhe jing yi cheng xia zhou zhi ban* 折徑以乘下周之半..

⁸⁹ V originále *yuan qiong* 圓穹. *Yuan* znamená „kulatý“, *qiong* „vypouklý“ a „převíslý na okraji“.

⁹⁰ Skutečná rovnice plochy vrchlíku je $S = \pi R \cdot v = \pi R^2 \cdot (1 - \cos \varphi) = \frac{O}{\sin \varphi} \cdot \frac{d}{2 \cdot \varphi} \cdot (1 - \cos \varphi) = Od \frac{1 - \cos \varphi}{2 \cdot \varphi \sin \varphi}$, kde R je poloměr pomyslné koule, v výška vrchlíku a φ je středový úhel příslušný k oblouku, jehož rotací vrchlík vznikl; pro tento úhel

Ale [správná] metoda se obtížně používá, proto se uvádí jen pro základní porovnání při aplikaci na pole velké šířky²¹. Hledání plochy kruhového jehlanu je jako hledání plochy kruhového pole. Zde se spolu násobí oba celky, proto se použije 4 jako dělitel a dělí se, také jako u kruhového pole. Ve vysvětlení metody odmocnění koule jsou všechny poměry na kouli velmi zevrubně vypsány, lze tím ověřit i toto.

(1.35) Mějme obloukové pole⁹², jehož tětiva je 30 kroků a výška 15 kroků. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 1 *mu* a 97 a půl kroku.

(1.36) Dále mějme obloukové pole, jehož tětiva je 78 celých a 1 ze 2 dílů kroku a výška 13 celých a 7 z 9 dílů kroku. Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 2 *mu*, 155 celých a 56 z 81 dílů kroku.

(1.XVI) (Obloukové pole)

Metoda zní: Násobíme tětivou výšku, výška se dále násobí sama sebou, sečteme to a 2 dají jednu.

Pro kruh uvnitř čtverce platí, že plocha 12-úhelníka, obaleného kruhem, odpovídá 3 ze 4 dílů plochy vnějšího čtverce. [Protože] čtverec uprostřed odpovídá polovině vnějšího čtverce, rumělková a tyrkysová [plocha] odpovídá jednomu ze 4 dílů vnějšího čtverce⁹³. Obloukové pole je plocha

platí $\frac{\sin \varphi}{\varphi} = \frac{O}{\pi d}$ (jeho výpočet nelze transformovat na základní cyklometrické funkce arcsin, arccos apod.). O je obvod

podstavy vrchlíku a d je délka meridiánu (oblouku, jehož rotací vrchlík vznikl). Z toho vyplývá, že pro vrchlík velmi blízký kruhu ($O \rightarrow \pi d$) se povrch vrchlíku málo liší od povrchu kužele se stranou $d/2$, platí $\frac{1 - \cos \varphi}{2 \cdot \varphi \sin \varphi} \rightarrow \frac{1}{4}$, ale s rostoucí

„vypouklostí“ vrchlíku tento poměr narůstá. Například plocha v úloze (1.33) by byla zhruba 158 plošných kroků, v úloze (1.34) zhruba 1635 plošných kroků, tj. 6 *mu* a 195 kroků. Chyba je kolem 30 % (a větší v prvním případě, který odpovídá většímu středovému úhlu vrchlíku).

²¹ V originále *gu lüe ju da jiao, shi zhi da guang tian ye* 故略舉大較, 施之大廣田也. První část věty je spíše rétorická, Liu Hui zde připouští, že metoda klasického textu je pro hrubou představu přijatelná; v druhé části je jednak důležitý pojem *shi*, aplikovat, jednak *da guang tian*, se kterým jsme se setkali jakožto s pojmem a názvem metody (1.X) „Obecné pole“. Zde překládám konkrétněji „pole s velkou šířkou“, ale nelze vyloučit, že Liu Hui používal *guang* i tady ve významu „obecný“, protože metoda „obvod krát průměr děleno čtyřmi“ je relativně dobrým odhadem pro celou řadu plošných útvarů.

²² Jedná se o plochu tvaru kruhové úseče. Tomu odpovídají pojmy tětiva a výška. V originále jsou však více spjaté: „tětiva“ *xian* 弦 a „šíp“ *shi* 矢. Vzhledem k tomu, že se jedná o vysoce terminologizované použití těchto metaforických názvů, přidružuji se běžné české terminologie. Dále je třeba si uvědomit, že *xian* 弦 znamená stejně tak přeponu pravouhlého trojúhelníka, a v následujícím Liu Huiově komentáři je proto někdy sporné, kterou funkci na daném místě právě plní.

²³ Odkaz na ztracený obrázek. Výklad je ztížen různými textovými verzemi Bao Huanzhi'ovy edice (citovaná) a Dai Zhenových edic, kde je místo „rumělková a tyrkysová“ (*zhu, qing* 朱青) „rumělková plocha“ (*zhu shi* 朱實). Vlastní úpravu

půlkruhu. Proto se pro něj vytváří metoda podle tvaru polokruhu⁹⁴. Násobíme-li třetivou výšku a půlíme, je to hnědá plocha, když se výška násobí sama sebou a půlí, jsou to dvě modré plochy. Modré a hnědá se spojí do tvaru oblouku⁹⁵. Metoda pro oblouk by měla odpovídat kružnici. [Proto když] nyní strana [12-]úhelníka nedosahuje k vnější hraně, je to příliš málo. Stará metoda kruhového pole brala jako poměry obvod 3 – průměr 1, všechny [výsledky] získala pro plochu 12-úhelníka, čímž to také bylo příliš málo.

Z podobného [důvodu] toto platí pouze pro oblouk [který je] polovinou kruhu. Pokud netvoří celou polovinu kruhu, je to ještě víc vzdálené a nepřesné. Mělo by se postupovat podle metody přezávání kulatého polena z kapitoly Kratší a delší odvěsna. Tětiva oblouku se vezme za délku řezu pilou, výška za kratší odvěsnu – hloubku a hledáme k nim průměr. Když známe průměr kruhu, lze oblouk rozdělit. Dělení znamená, že polovina tětivy oblouku bude delší odvěsna, výška bude kratší odvěsna, hledáme k nim přeponu, a to je tětiva malého oblouku. Polovina tětivy malého oblouku bude kratší odvěsna, polovina průměru přepona, hledáme k nim delší odvěsnu, odečteme ji od poloviny průměru a zbytek je malá výška. Dělíme dál a dál, až ji tím učiníme krajně drobnou. Stačí použít tětivy a výšky spolu vynásobené⁹⁶ a je to pak nutně blízko přesného poměru. Avšak protože tato početní metoda je pracná a výpočetně náročná, musíme mít jistě něco, k čemu se chceme dobrat⁹⁷. Pokud se pouze měří pole, jde o hrubé množství, pak je stará metoda kratší.

(1.37) Mějme prstencové pole, jehož vnitřní obvod je 92 kroků a vnější obvod 122 kroků, průměr⁹⁸ je 5 kroků.

„plocha navíc“ (*shu shi* 殊實) ve významu „rozdíl ploch vnějšího čtverce a vepsaného dvanáctiúhelníka, resp. dvanáctiúhelníka a vepsaného čtverce“ navrhuje [Li Jimin 1993], ale [Guo Shuchun 2004], str. 60, upozorňuje na čistou spekulativnost takového termínu, který není doložen nikde jinde v „Devíti kapitolách“. Dai Zhenovo znění je obtížně přijatelné, protože „rumělková“ plocha ve zbytku komentáře nevystupuje, jeho ilustrativní obrázek navíc postup Liu Huiova výpočtu příliš neosvětluje

⁹⁴ V originále *gu yi ban yuan zhi ti er wei zhi shu* 故依半圓之體而爲之術. „Tvar“, *ti*, zde má význam vizuální pomůcky, obrazce, s jehož pomocí byla metoda odvozena, nikoli abstraktního tvaru.

⁹⁵ Zde by možná mělo být místo *hu* (oblouk) opět spíše *gu* (12-úhelník), jak připomíná [Li Jimin 1993]. Proti této verzi lze ale namítnout, že Liu Hui zde mluví výslovně o vytvoření poloviny 12-úhelníka, který odpovídá obloukovému poli (*hu tian*), proto by mohlo být přijatelné i *hu* ve významu „úseč“, daném názvem metody v klasickém textu. Guo Shuchun ponechává původní znění bez poznámky.

⁹⁶ Míni se součet jednotlivých trojúhelníků vzniklých při dalším a dalším přibližování kruhovému oblouku.

⁹⁷ Liu Hui tím má na mysli, že k této pracné metodě bychom se uchýlili, jen pokud bychom z nějakého důvodu potřebovali vysokou přesnost.

⁹⁸ Jak vyplývá z číselných vztahů i z dalšího použití, jedná se o šířku prstence. Ponechávám slovo „průměr“ (ekvivalent *jing*), které tu je celkem dobře srozumitelné.

Zde se chce dosáhnout shody s poměry obvod 3 – průměr 1, proto se říká, že průměr je 5 kroků. Podle vnitřního a vnějšího obvodu při vyjádření [mou] Huiovou metodou by měl průměr být 4 celé a 122 ze 157 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Podle přesných poměrů to odpovídá průměru 4 celé a 17 z 22 dílů kroku.

Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 2 *mu* a 55 kroků.

V [mé] Huiově metodě by to mělo být pole 2 *mu*, 31 celých a 23 ze 157 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další se opatrně drží přesných poměrů, je to pole 2 *mu*, 30 celých a 15 z 22 dílů kroku.

(1.38) Dále mějme prstencové pole, jehož vnitřní obvod je 62 celých a 3 ze 4 dílů kroku a vnější obvod je 113 celých a 1 ze 2 dílů kroku, průměr je 12 celých a 2 ze 3 dílů kroku.⁹⁹

Toto pole je prstencové, ale neproniká [celým] kruhem, proto je průměr 12 celých a 2 ze 3 dílů kroku. Pokud bychom hledali průměr podle výše zmíněných obvodů, je chyba tohoto průměru směrem vzhůru vyšší než při poměrech obvod 3 – průměr 1, patrně je to jen přibližný [odhad]. V [mé] Huiově metodě by průměr měl být 8 celých a 51 z 628 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Pokud bychom to prozkoumali podle poměrů obvod 3 – průměr 1, odpovídal by průměr 8 celých a 11 z 24 dílů kroku. Podle přesných poměrů by odpovídal průměr 8 celých a 13 ze 176 dílů kroku.

Ptáme se, jak veliké pole to je?

Odpověď zní: 4 *mu*, 156 celých a 1 ze 4 dílů kroku.

V [mé] Huiově metodě by to mělo být pole 2 *mu*, 232 celých a 787 z 5024 dílů kroku. Podle

⁹⁹ V Dai Zhenových edicích (*Siku, Juzhen, Qu Zengfaova edice*) je tato úloha umístěna mezi metody (1.XVII) a (1.XVIIa), patrně v souladu s názorem, že „přesné poměry“ se týkají zlomkových členů a metoda (1.XVIIa) je tedy příslušná k tomuto druhému typu úlohy. [Guo Shuchun 2004], str. 64, pozn. 197, upozorňuje, že v celé první kapitole je přísně zachovááno rozvržení „několik úloh – obecná metoda řešení“. Dodejme, že se tak děje i v případě, kdy mezi jednotlivými úlohami je nějaký rozdíl, který si žádá zvláštní ošetření, jako tomu je v metodě (1.X) „Obecné pole“. Na druhou stranu pokud přijmeme názor, že metoda je (1.XVIIa) je porušený zbytek, který byl editorem Bao Huanzhi'ovy edice zařazen na konec kapitoly a v základní velikosti písma, protože nebylo jasné, co znamená a kam patří (viz [Li Jimin 1993], str. 68), nelze trvat ani na přísném vzorci rozložení metod. Ten ostatně nemusí být v jedné kapitole vždy stejný, jak dokládají 2., 3., i 4. kapitola. Držím se však Guo Shuchunova členění, zachovávajícího podobu Bao Huanzhi'ovy edice.

„obvod 3 – průměr 1“ by to mělo být pole 3 *mu*, 25 celých a 25 ze 64 dílů kroku.

Pan Chunfeng a další se opatrně drží přesných poměrů, je to pole 2 *mu*, 231 celých a 717 z 1408 dílů kroku.

(1.XVII) (Prstencové pole)

Metoda zní: Sečteme vnitřní a vnější obvod a půlíme, násobíme to průměrem, to jsou sebrané kroky.

Zde se obvod středového řezu¹⁰⁰ polem bere jako délka. Sečtením a půlením se doplňuje prázdné plným. Zde lze nechat vnitřní a vnější obvod každý vytvořit kruhové pole, když se vnitřní kruh odečte od vnějšího kruhu, zbytek je skutečná plocha kruhového pole.

(1.XVIIa) Přesné poměry¹⁰¹

Metoda zní: Rozestavme počty kroků vnitřního a vnějšího obvodu, čitatele a jmenovatele¹⁰² budou každý pod svým. Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele, propojí se celé kroky, zahrnou se čitatele. Vnitřní obvod se odečte od vnějšího, zbytek se půlí a přidá k vnitřnímu¹⁰³. V průměru se také propojí zlomek a zahrne čitatele a vynásobí se jím obvod, čímž vznikne přesný dělenec. Jmenovatele se spolu vynásobí a vytvoří dělitel. Vydělíme a vzniknou sebrané kroky, zbytek jsou díly sebraných kroků. Dělíme standardem pro *mu* a to je počet *mu*.

Poznámka: V této metodě se sčítají vnitřní a vnější počty kroků obvodu nahoře, čitatele a jmenovatele dole. Jmenovatele vynásobí ostatním zlomkům čitatele, protože vnitřní i vnější obvod obsahují zlomky, proto násobí ostatním, aby se přizpůsobily čitatele. Jmenovatele se spolu vynásobí, tím se sjednotí jmenovatel. Čitatele jsou přizpůsobené a jmenovatel sjednocený, proto se propojují celé kroky a zahrnují čitatele. Půlením se doplňuje prázdné plným a získá průměrný obvod. Obvod je

¹⁰⁰ V originále *tian jie er zhong zhi zhou* 此田截而中之周. *Jie* je „rozdělovat na části“, doslova bychom mohli přeložit „obvod, který je uprostřed, když pole rozdělíme na [stejně široké] části“.

¹⁰¹ V Dai Zhenových edicích (*Siku, Juzhen*, Qu Zengfaova edice) chybí toto předznamenání. Li Huang se navíc domníval, že tuto metodu doplnil Li Chunfeng (který vždy operuje termínem „přesných poměrů“). Metoda však neobsahuje žádnou zmínku o „přesných poměrech“ ve smyslu, ve kterém je používá Li Chunfeng, tedy jako poměr obvodu a průměru kruhu 22:7. V Bao Huanzhi'ově edici navíc byla vytištěna velkými znaky, jak přísluší klasickému textu. [Guo Shuchun 2004] se domnívá, že „přesný“ zde znamená „se zohledněním zlomků“, což je však také obtížně přijatelné. Alternativní vysvětlení nabízí [Li Jimin 1993], str. 68 a násl. Řídím se zněním podle [Guo Shuchun 2004], které přebírá většinu Dai Zhenových edičních zásahů.

¹⁰² V Bao Huanzhi'ově edici i v encyklopedii *Yongle* je pouze „čitatele budou každý pod svým“.

¹⁰³ V Bao Huanzhi'ově edici i v encyklopedii *Yongle* není text „a přidá k vnitřnímu“, který doplnil až Dai Zhen.

délka, průměr šířka, proto když se šířka a délka vynásobí, získáme sebrání. Když jsou již spojené jmenovatele, musí jej ještě opustit. Proto se spolu vynásobí jmenovatele obvodu a průměru a společnými silami dělí a tím se získají sebrané kroky. Co nelze vydělit do konce, dělí se společným číslem a označí jako zlomek. Když se standardem pro mu vydělí sebrané kroky, získáme počet mu .

2 Obilí a zrno

K určení vzájemné směny hmot a jejich proměn

(2.I) Standardy pro obilí a zrno

Vždy když jsou tyto poměry vzájemně zcela propojeny a požadujeme [množství] určitých z nich, pro každý se vkládá zde uvedený poměr. Co lze zkrátit, krátí se. V ostatních metodách také tak.

Vymláčené obilí (*su 粟*) má poměr 50,
 oloupané (*li mi 糲米*) 30,
 hrubě mleté (*bai mi 稗*) 27,
 jemně mleté (*zuo mi 鑿*) 24,
 palácové (*yu mi 御*) 21,
 malé kroupy 小□¹ 13 a půl,
 velké kroupy 大□ 54,
 vařené oloupané obilí (*li fan 飯*) 75,
 vařené hrubě mleté obilí (*bai fan*) 54,
 vařené jemně mleté obilí (*zuo fan*) 48,
 vařené palácové obilí (*yu fan*) 42,
 sója, boby, sezam a pšenice (*shu 菽, da 荅, ma 麻, mai 麥*) 45,
 rýže (*dao 稻*) 60,
 nakládané boby (*chi 豉*) 63,
 vařená rýže s vodou (*sun 飧*) 90,
 vařené boby (*shu shu 熟菽*) 103 a půl,
 vařené proso (*nie 蘗*) 175.

(2.II) Mějme

Toto je univerzální metoda. Ve všech částech „Devatera počtů“, které jsou použity pro názvy

¹ Výslovnost tohoto znaku, který není ani v [HYDCCD, 2002], mi není známa. Jeho význam překládám podle francouzského překladu.

kapitol, ji lze široce uplatnit na [pře počítávání] poměrů². To je to, co se nazývá „být zpraven o tom, co odchází, a z toho poznat, co přichází“ nebo „ukázat jeden roh tak, že ostatní tři se ukáží obratem.“³ Vskutku dokáže rozčlenit mnohost a neuspořádanost různorodých čísel, proniknout přes překážky a zábrany mezi tím a oním, na základě věci vytvořit poměry, posoudit a rozlišit jména a části⁴, vyhladit jejich extrém, přizpůsobit jejich nerovnosti, a tak nakonec není žádná [metoda], která by se nevracela k této metodě⁵.

Metoda zní: Vynásobíme počtem daného poměr hledaného a to je dělenec. Poměr daného je dělitel⁶.

Málo je počátek mnoha, jedna je matka všech čísel, proto při vytváření poměrů se nutně srovnávají pomocí jednotky⁷. Podle poměru vymláceného obilí 5 a oloupaného 3 tedy pro vymlácené obilí z 5 bude 1 a pro oloupané z 3 budou 1. Chceme-li změnit vymlácené proso na oloupané, mělo

² V originále *fan Jiu shu yi wei pian ming, ke yi gang shi zhu lü* 凡九數以爲篇名，可以廣施諸率. Doslovnější překlad by zněl „Vše, co je v ‚Devíti počtech‘ vzato za název kapitoly“ nebo „Ve všech případech, kdy je ‚Devět počtů‘ vzato za názvy kapitol“. Slovem „kapitola“ tu překládám *pian*, to budí spekulace, proč Liu Hui neříká v souladu s názvem knihy, kterou komentuje, *zhang*. Lze tu snad zmínit fakt, že *zhang* znamenalo u děl klasického období čínské historie kratší část textu, odstavec nebo krátký oddíl (například každá z 20 kapitol „Hovorů“ se dělí na jednotlivé promluvy *zhang*). *Pian* bylo tedy přirozenější označení kapitoly, zvláště v obecnějším významu (zde se asi mluví o kapitolách fiktivního před-qinského textu, jak ho Liu Hui zmiňuje v předmluvě). Nejsm schopen poskytnout gramaticky přesný a významově přijatelný překlad této věty, ale chápu ji jako „ve všech [metodách], které daly názvy Devateru počtů [potažmo Devíti kapitolám] [a které jsou zobecněním jednotlivých kapitol].“

V každém případě je význam pasáže ten, že metoda „Mějme“ je použitelná pro všechno „poměrování“, které je v rámci úloh „Devíti kapitol“ potřeba. *Zhu* zde chápu jako stažený tvar *zhi yu*, nikoli jako vyjádření množného čísla, a odlišuji se tak od běžného výkladu této věty „Ve všech kapitolách ‚Devíti kapitol‘ se široce aplikují různé poměry.“ Tento výklad, který by se nabízel při vytržení věty z kontextu, v tomto okolí nedává smysl: Liu Hui jistě mluví o metodě „Mějme“, nikoli o všudypřítomnosti poměrů v „Devíti kapitolách.“

³ Obě věty jsou narážky na Konfuciovy *Hovory* (Lunyu).

⁴ „Jména“ a „části“ se zde vztahují ke zlomkům. Připomeňme, že vytvořit zlomek ze zbytku dělení znamená „pojmenovat“ ho jmenovatelem. „Jméno“ (*ming*) je cosi konvenčního, čím vyjadřujeme (*yan*) skutečnost (*shi*), stejně jako jmenovatel je svobodně zvolený způsob vyjádření skutečného počtu.

⁵ Myslí se tím, že všechny metody vycházejí z metody „Mějme“, a Liu Hui a po něm i Li Chunfeng opravdu velmi pečlivě analyzovali text „Devíti kapitol“ z tohoto hlediska.

⁶ Metoda, kterou nazýváme trojčlenka, pracuje skutečně se čtyřmi čísly, která mají v teoretické konstrukci „Devíti kapitol“ dělení podle dvou os: na „dané“ vs. „hledané“ a na jejich „množství“ vs. „poměry“. Naprosto stejně postupujeme při počítání typických slovních úloh s procenty, ostatně trojčlenka velmi pravděpodobně přišla do Evropy přes Arabské matematiky z Číny.

⁷ V originále *gu wei lü zhe bi deng zhi yu yi* 故爲率者必等之於一. Jak dokládá následující text, jde o to, že se položí vzájemně rovné ekvivalenty dvou počtů, přepočtené pomocí poměrů na společnou jednotku. Pokud bychom si představili naši oblíbenou trojčlenku s procenty, pak je vidět, že podstatou metody je právě toto – existuje společná jednotka, která představuje ekvivalentní množství které je možné libovolně počítat, porovnávat ap.

by se nejprve vymlácené redukovat⁸ na takovouto jednotku. Jednotka [vznikne] tím, že se krátí 5, [takže] se učiní, že z 5 bude 1. Poté² se dále násobí třemi, [neboli] se učiní, že z 1 budou 3. Takto poměry dojdou k jedné, bereme 3 za 5: Avšak pokud by se nejprve dělilo a poté násobilo, mohly by zbýt zlomky, proto metoda obrací pořadí. Dále v úplném¹⁰ vyjádření, 5 *shengů* vymláceného prosa dá 3 *shengy* oloupaného zrna. Ve vyjádření zlomky je 1 *dou* vymláceného obilí 3 z 5 dílů *dou* oloupaného zrna. 5 vezmeme za jmenovatel, 3 za čísel. Hledáme-li oloupané zrna z [původního] vymláceného prosa, násobíme čísel a jmenovatelem se na oplátku vydělí. Tedy poměr hledaného je vždy jmenovatel.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Mělo by se říci: „Poměr hledaného je vždy čísel, poměr daného vždy jmenovatel.“ Zde se však říká: „Poměr hledaného je vždy jmenovatel,“ byly tu omylem vypuštěny znaky¹¹.

Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1.

(2.1) Mějme 1 *dou* vymláceného prosa, chceme z něj udělat oloupané zrna. Ptáme se, kolik získáme?

Odpověď zní: Vznikne 6 *shengů* oloupaného zrna.

(2.III) (Hledání oloupaného zrna z vymláceného prosa)

Metoda zní: Hledáme-li oloupané zrna z vymláceného prosa, trojíme, 5 dá 1.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Univerzální metoda je, že vynásobíme počtem daného poměr hledaného a to je dělenec, poměr daného je dělitel. V této metodě se hledá oloupané zrna z vymláceného prosa, proto vymlácené prosa je „množství daného“. 3 je poměr zrna, proto je 3 poměr hledaného. 5 je poměr vymláceného prosa, proto 5 je poměr daného. Poměr vymláceného prosa je 50, poměr zrna 30, při řešení posuneme o jedno místo zpět, proto se říká jen 3 a 5.

⁸ V originále *ben shi yi* 本是一, „převést na základ této jednotky“.

² Liu Hui používá slovo *qi* 訖, „hotovo“, ve významu „když je to hotové, pak ...“. Tento pomocný prostředek řízení algoritmu je doložen například také v *Sunzi suanjing*, naopak nikoli v *Suan Shu Shu*.

¹⁰ V originále *wan*, nikoli *quan*, které se obvykle používá pro celky v protikladu ke zlomkům. Přesto je tu tématem právě tento protiklad vyjádření pomocí celých čísel (poměrů) a vyjádření pomocí jednotky a zlomku.

¹¹ Li Chunfeng pouze upozorňuje na chybu a navrhuje její opravu, místo aby zasahoval do textu. Doklad vysokého respektu pozdějších komentátorů k textu, který komentují.

3 Poměrné díly¹

Pro stanovení drahého a levného², odvodů a daní

(3.1) Poměrné díly

Poměrné díly jsou rozdily.

Metoda zní: Položíme [na početní desku] všechna jednotlivá rozdílná množství³.

Jednotlivá rozdílná množství jsou poměry vztažené vůči sobě. Pokud se opakují, je možné je zkrátit⁴.

Vedle je sečteme na dělitele, nesečtená [rozdílná množství] násobená tím, co dělíme, jsou dělenec pro každý [z poměrných dílů].

Dělitel je soustředěný, rozdílná množství však [působí] odděleně⁵. Původní množství je jediné, když však tím, co dělíme, násobíme oddělené [čitatele] nahoře a dělíme je dolním souborem, jedno násobení a jedno dělení se právě vzájemně vyruší⁶. Proto dělený počet je jakoby zachován a přitom oddělen podle poměrů. V metodě „Mějme“ by jednotlivá rozdílná množství byla každé poměr

¹ V originále *cui fen* 衰分. Jak říká Liu Hui (a opakuje Li Ji, viz [Guo Shuchun 2004], str. 829), *cui* znamená rozdíl. Přesněji a pro odlišení od rozdílu jakožto výsledku odčítání překládám *cui* jako „rozdílná množství“. Titulní metoda kapitoly dělí nějaký počet do částí se zohledněním rozdílů v nějaké „řídící veličině“, aby na každou entitu připadl poměrný díl. Li Ji to konkrétně definuje jako „rovnoměrné dělení na základě rozdílů“ (*yi cha er ping fen* 以差而平分). [Chemla, Guo Shuchun 2004] překládá „Parts pondérées en fonction des degrés“. Pro termín *cui* používá ekvivalenty „degré“ ev. „rang“.

² Nabízi se vysvětlení (s ohledem na obsah kapitoly), že se tím „drahým a levným“ míní příjmy vysokých (vznešených, *gui*) a nižších (prostých, *jian*) hodnostářů. Viz [Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 793, pozn. 2.

³ V originále *lie cui* 列衰. *Lie* znamená rozestavit, *cui* jsou rozdily, v tomto případě vyjádřené jako poměry – viz Liu Huiova poznámka.

⁴ Zde zkrátit znamená zjednodušit výpočetní operaci tím, že společný jmenovatel nebude obsahovat více opakování stejných *cui*. „Poměry vztažené vůči sobě“ jsou Liu Huiův termín pro vztah čísel, který platí bez ohledu na jejich velikost, proto je možné zkrátit (vztahy platí i při menší velikosti).

⁵ [Chemla, Guo Shuchun 2004] str. 283 překládá oba přísudky slovesně („amalgame“, „dissociant“), pro což podle mého názoru není důvod. Naopak použití v další větě naznačuje, že se jedná o vlastnosti dělitele respektive dělenců („rozdílnů“) jako takových, vzhledem k jejich struktuře, nikoli vzájemnému působení.

⁶ Liu Hui zde vysvětluje, proč zůstanou zachované oddělené části, i když množství, které dělíme, bylo společné. „Vzájemné vyrušení“ *xiang xiao* 相消 zde znamená, že násobením a v zápětí dělením „celkem“ se vynuluje bilance „shromáždění“ a „oddělení“, jinak řečeno že získané hodnoty budou absolutní, nikoli poměrné vzhledem k celku, stejně jako byly absolutní původní „rozdílná množství“.

hledaného, jejich součet vedle by byl poměr daného a to, co dělíme, by bylo množství daného. Když to vyjádříme jako „Rozkládání zlomků“, dejme tomu, že rodina A má 3 členy, rodina B 2 členy a rodina C 1 člena, součet je 6 lidí. Dělíme 12, to je tedy 2 na člověka. Když chceme znovu spojit [počty] podle rodin, musíme odděleně rozestavit počty členů a násobit je příjmem jednoho člověka. Zde uvedená metoda nejprve násobí a pak dělí.

Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1. Co nenaplní dělitel, označí se jím⁷.

(3.1) Mějme hodnotáře *dafu*, *bugeng*, *zanniao*, *shangzao* a *gongshi*⁸, celkem 5 lidí. Při společném lovu ukořistili 5 jelenů. Chceme je rozdělit podle pořadí hodnotí, ptáme se, kolik každý dostane?

Odpověď zní:

Dafu dostane 1 celého a 2 ze 3 dílů jelena.

Bugeng dostane 1 celého a 1 ze 3 dílů jelena.

Zanniao dostane 1 jelena.

Shangzao dostane 2 ze 3 dílů jelena.

Gongshi dostane 1 ze 3 dílů jelena.

(3.II) (Dělení ulovených jelenů)

Metoda zní: Položíme jednotlivě čísla hodnotí, každé je rozdílné množství.

Čísla hodnotí znamenají 5 pro *dafu*, 4 pro *bugeng*, 3 pro *zanniao*, 2 pro *shangzao* a 1 pro *gongshi*. Kapitola *Haoling* („Příkazy“) knihy *Mozi* („Mistr Mo“) rozděluje dary podle hodnotních stupňů, takže tato jména existovala na začátku „Válčících států“. Metoda „Mějme“ – jednotlivá rozdílná množství jsou poměry hledaného, součet vedle je poměr daného, počet jelenů, které máme, je množství daného, na to [použijeme] „Mějme“ a získáme [výsledek].

Vedle sečteme na dělitel. Nesečtená násobená 5 jeleny jsou každé dělence. Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1 jelena.

⁷ V originále *bu man fa zhe, yi fa ming zhi* 不滿法者，以法命之. Tato formulace se zbytkem je neklasičtější, ale poněkud odlišná od oblíbené formulace Liu Huiovy.

⁸ Jak dále vysvětluje Liu Hui, jedná se o hodnoty z doby Válčících států (479 – 221 př. n. l.), po řadě 5. až 1. stupně (vyšší stupeň znamenal mimo jiné vyšší „platovou třídu“).

(3.4) Mějme jistou dívku, která vyniká ve tkání a každý den zdvojnásobí svoji [produkcii]. Za 5 dní utkala 5 *chi*. Ptáme se, kolik utkala denně?

Odpověď zní:

První den utkala 1 celý a 19 z 31 dílů *cunu*.

Další den utkala 3 celé a 7 z 31 dílů *cunu*.

Další den utkala 6 celých a 14 z 31 dílů *cunu*.

Další den utkala 1 *chi*, 2 celé a 28 z 31 dílů *cunu*.

Další den utkala 2 *chi*, 5 celých a 25 z 31 dílů *cunu*.

(3.V) (Dívka, která každý den zdvojnásobí výkon)

Metoda zní: položíme 1, 2, 4, 8 a 16 jako jednotlivá rozdílná množství. Nesečtená násobená 5 *chi* jsou každé dělenec. Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1 *chi*.

4 Menší šířka

Pro určení sebrání a plochy čtverců a kruhů

(4.I) Menší šířka

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Pole o 1 *mu* má šířku 1 krok a délku 240 kroků. Chceme ubrat z jeho délky něco málo a přidat to k šířce, proto se říká „menší šířka“.

Metoda zní: Položme celé kroky a čitatele a jmenovatele zlomkových částí [kroků], nejnižším jmenovatelem po řadě vynásobíme všechny čitatele i celou část.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Násobení celku jmenovatelem je propojení s příslušným zlomkem. Násobení čísel jmenovatelem je přizpůsobování příslušných čísel.

V každém se vydělí čísel jmenovatelem a položí se vlevo. Označíme propojené [jmenovatelem na zlomek] a znovu jmenovatelem po řadě vynásobíme všechny čitatele i již propojenou [celou část], když jsou všechny propojené, sjednotíme [jejich jmenovatele], součet je dělitel.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Když jsou všechny čitatele propojené, lze je sečíst na dělitel. Bylo by také možné použít metodu „Spojení zlomků“, [ale] jednotlivých čísel by bylo velice mnoho. Pokud bychom [jen] násobili, byly by výpočty nanejvýš pracné¹, proto byla [pro tento případ] vytvořena navíc tato metoda, čímž se šetří a zkracují [výpočty].

Položme počet kroků hledaného², násobený sebráním dílů celé části³ tvoří dělenec.

Zde je šířka pole dělitel, sebrané kroky pro 1 *mu* jsou čitatele. [Protože] v děliteli jsou zlomky, měly by se sjednotit jejich jmenovatele, přizpůsobit jejich čitatele, sjednoceným [jmenovatelem] násobit dělitel i dělenec a součet přizpůsobených [čísel] vzít jako dělitel. Zde se jmenovatelem násobí celé kroky i čitatele zlomků, a pak [pro všechny čitatele] každý čísel, který se vejde do jmenovatele, dá 1.

¹ Bylo by také možné překládat konkrétněji, že „počty použitých početních tyčinek by byly příliš velké“. Vazba počítání na manipulaci konkrétními objekty byla velmi silným důvodem pro úspornost. Zde je tento aspekt zdůrazněn použitím znaku 算, tedy „početní tyčinka“.

² Jedná se o plochu, která se dělí. Viz následující příklad.

³ „Sebrání dílů celé části“ (v originále *quan bu ji fen* 全部积分) je rovné jmenovateli sjednoceného zlomku. Klasický text se vyhýbá tomuto označení, protože v průběhu této metody se jednotný jmenovatel formálně vůbec nezevádá. Navíc ve dvou případech (viz metoda (4.XII)) se jako *ji fen* používá jiný než nejmenší společný jmenovatel, což metodu obecně odlišuje od prostého sčítání zlomků.

Dále se [tyto podíly] sečtou s celou částí dělitele, tím pádem dělitel i dělenec narostou a jejich význam je totožný [jako na začátku]. Proto když [každá jejich část, která] je jako dělitel, dá 1, získáme počet podélných kroků.

Každá [část] dělence, která je jako dělitel, dá 1 a získáme podélné kroky.

(4.2) Mějme pole široké 1 a půl kroku. Hledáme pole velikosti 1 *mu*, ptáme se, kolik bude délka?

Odpověď zní: 160 kroků.

(4.II) (Šířka s jedním zlomkem)

Metoda zní: Spodní je polovina, to je 1 ze 2 dílů. Z 1 budou 2, z poloviny bude 1, sečteme-li je, jsou to 3, to je dělitel. Položme pole 240 kroků, také z 1 budou 2, jako dělenec. Dělitel vstoupí do dělence a získáme podélné kroky.

(4.13) Mějme sebrání 55 225 kroků. Ptáme se, kolik je strana⁴?

Odpověď zní: 235 kroků.

(4.XIII) Odmocnění čtverce⁵

Hledání jedné strany čtvercové plochy.

Metoda zní: Položme sebrání jako dělenec⁶. Vypůjčíme si jednu tyčinku⁷, posuneme jí o jeden stupeň navíc.

Když se vyjadřuje strana 100, je to 10, když se vyjadřuje strana 10 000, je to 100.

Usoudíme získané⁸, vynásobíme tím [jen] jednou ten [řád], kde je vypůjčená

⁴ V originále *fang*, tedy strana čtverce dané plochy.

⁵ V originále *kai fang* 開方, tedy „rozložení čtverce“. V souladu s běžnou praxí překládám ekvivalentním termínem i s ohledem na to, že v moderní čínštině je tato formulace zachována (開平方).

⁶ Poněchávám pro *shi* překlad dělenec, i když se zde nedělí. Asociace odmocnění s dělením však byla velmi silná (viz formulace *kai fang chu zhi*, „dělíme odmocněním čtverce“) a tak lze říci, že se tu nevytváří žádné násilné a původnímu matematickému jazyku cizí spojení, přestože termín *shi* je ve skutečnosti obecnější než dělenec.

⁷ V originále *jie yi suan* 借一算. Toto spojení se záhy lexikalizovalo ve významu značky právě odmočovaného řádu, v některých metodách pozdější čínské matematiky pak vystupovalo přímo jako proměnná, která mohla paradoxně nabývat i jiných hodnot než 1.

⁸ V originále *yi suo de* 議所得. *Yi* znamená dohodnout, zde se jedná o číslo, které je posouzeno jako odpovídající kvocient řádu, na němž spočívá značka (*ljeyisuan*), „usouzení“ tedy znamená zkusné nalezení nejvyššího čísla, jehož mocnina je

tyčinka, to je dělitel, a dělíme jím⁹.

Nejprve získáme stranu hnědé [plochy] A.¹⁰ Spodní a vrchní se spolu zmnoží¹¹, takže se odečítá [strana] násobená sám sebou.

Po dělení zdvojíme dělitel a vytvoříme určený dělitel¹².

Zdvojení je proto, že anticipujeme určenou délku rumělkových ploch u obou stran, která čeká na další dělení, proto se říká „určený dělitel“.

[Pokud] opět dělíme [odmocněním čtverce]¹³, redukuje [určený] dělitel a pokračujeme¹⁴.

Když chceme odečíst rumělkové plochy, musíme vlastně vedle položit získané tvořící stranu, zdvojit to na určený dělitel, redukovat ho, usoudit [další kvocient] a tím násobit a toto pak odečíst. Jelikož je to tak, musí se [určený dělitel] znovu posunout [o místo zpět] a teprve pak je možné zmnožit spolu [spodní a dolní]. Proto se nechává redukovat směrem k hornímu a pokračuje se¹⁵.

Znovu položíme vypůjčenou tyčinku, posuneme jí jako prve, znovu z toho usoudíme [kvocient] a jedenkrát jím násobíme [řád vypůjčené tyčinky].

menší než část „dělece“ oddělená značkou. Podobnost tohoto postupu s dělením není náhodná.”

[Chemla, Guo Shuchun 2004], str. 363 překládá „Une fois le quotient obtenu“, tedy bere *yi* jako podstatné jméno. To také lze, protože stejně jako *jieyisuan*, i *yi* se stalo konvenčním termínem pro číslo nalezené procesem *yi*. V tomto kontextu se však příkláním k slovesnému překladu.

⁹ Zde narážíme na dvojí význam slovesa *chu*, totiž původní „odebrat, odčítat“ a z něj odvozený „dělit“. Klasický text se snaží popsat odmocňování striktně jako dělení, takže nejprve připraví situaci, podobnou dělení, tím, že uměle vytvoří „dělitel“, a pak káže „dělit“. Hlavní operací dělení je odčítání součinu „získané číslice“ a „dělitele“ od „dělece“. V tomto případě „dělení dělitelem“ znamená právě tento krok, jinak řečeno, „dělení“, které tu text zmiňuje, neznamená výpočet podílu, ale získání základu pro další dělení odečtením součinu momentálně vypočteného podílu a dělitele od dělece.

¹⁰ V originále *huang jia zhi mian* 黄甲之面.

¹¹ V originále *shang xia xiang ming* 上下相命. Ačkoli *ming* v kontextu dělení překládáme jako „označovat“, zde jde o Liu Huiovo vysvětlení vzájemného vynásobení „horní části“, tj. posouzeného kvocientu, a „dolní části“, tj. „dělitele“. *Ming* tu je zřejmě ve významu „používat“ nebo „udílet“.

¹² V originále *dingfa* 定法, další z pomocných proměnných metody, odpovídající členu $2ab$ rozvoje dvojčlenu $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

¹³ Zde se výpočet zastavuje v případě, že po dělení/odečtení nezbyl žádný zbytek. Pozoruhodné je, že se nejprve vytváří „určující dělitel“, který bude potřeba pouze v případě pokračování operace, na to upozorňuje v předcházejícím komentáři Liu Hui. Vzniká tím vlastně libovolně opakovatelný krok, iterace algoritmu, a proto se v následujících popisech už vesměs říká jen „postupujeme jako v prvním kroku.“ Určující dělitel, který takto vznikl, je totiž možné použít pro aproximaci výsledku v případě, že odmocnina je iracionální. Viz [Chemla, Guo Shuchun 2004] str. 326, [Fu Hailun 2003], str. 42.

¹⁴ V originále *zhe fa er xia* 折法而下. *Zhe* znamená doslova lámat. Míni se tím posun dělitele o řád níž, protože se násobí číslem o řád nižším.

¹⁵ Jde o to, že „určující dělitel“ se bude násobit o řád nižším číslem, než kterým byl násoben původní „dělitel“, proto musí být před tímto násobením o 1 snížen řád dělitele, který se z plochy mění zpět zpět na délku.

Chceme odečíst hnědou plochu B v rohu rumělkových ploch, znamená to [postupovat] stejně jako s poprvé získaným.

Získané vedle přičteme k určenému děliteli, a tím dělíme¹⁶. Získané sečteme s určeným dělitelem.

Znovu se přidává k určenému děliteli strana hnědé B [plochy], tím se rozprostírají druhé rozměry obou tyrkysových ploch.

[Pokud] opět dělíme [odmocněním čtverce], redukuje se stejně jako předtím. Pokud odmocňováním nelze něco úplně vyčerpat, je to neodmocnitelné a má se to označit stranou¹⁷.

Některé metody přičtou vypůjčené tyčinky k určenému děliteli a tím se označí zlomek. I když je to zhruba blízké, nelze to uplatňovat. Vždy když odmocňujeme sebrání na jeho stranu, strana násobená sama sebou musí opět vrátit toto sebrání. Pokud se nepřidají vypůjčené tyčinky a takto se označí zlomek, bude to vždy o něco méně. Pokud se přidají vypůjčené tyčinky a takto se označí zlomek, bude to naopak o něco více. Toto číslo nelze vypočítat definitivně. Proto pouze když se označí stranou, nic se neztrácí. Podobně při dělení 10 třemi označujeme zbytek jako 1 ze 3 dílů a lze zpětně získat původní číslo.

Pokud se neoznačuje stranou, přičte se určený dělitel jako v předchozích případech a hledají se drobná čísla¹⁸ odmocniny. Bezejmenná drobná čísla vytvoří čitatele zlomků, po prvním posunu zpět bude mít jmenovatel 10, po druhém posunu zpět bude mít jmenovatel 100. Čím dál zpět budeme posunovat, tím jemnější budou části, a tak i když z rumělkových ploch něco zanedbáme¹⁹, nestojí to za

¹⁶ Opět jde o odečítání vycházející z dělení nebo dělení, jehož jediným smyslem je odčítání. Součet „určujícího dělitele“ a „dělitele“ se násobí druhým kvocientem a vytvoří součet ploch, které je třeba odečíst, aby byl získán základ pro další „dělení“.

¹⁷ Toto je ve své podstatě další formální paralela s dělením. Stejně jako se po dělení zbytek „označí dělitelem“ (tj. vytvoří se zlomek s dělitelem ve jmenovateli), zde se „označí stranou“. Obsah této paralely je však možné jen odhadovat. V komentářích k dalším metodám, zejména k metodě 4.XVI „Odmocnění koule“, se „strana“ (*mian*) používá ve významu druhé odmocniny, dokonce se opakuje použití slovesa *ming*. To zde zřejmě nese zbytky významu „pojmenovat“, „označit stranou“ tedy znamená **vyjádřit jako stranu**. Odmocnina tu je tedy ponechána jako funkce, definovaná inverzním postupem – násobením strany sebou samou získáme původní číslo. V tomto smyslu se „nic neztrácí“, jak o tom píše Liu Hui, protože mezi mocninou a odmocninou zůstává jednoznačný vztah. V tom případě „to“, které se označí stranou, je původní „děleneč“, nikoli „něco, co nelze úplně vyčerpat“.

¹⁸ V originále *wei shu* 微數. Z Liu Huiova komentáře nelze z jistotou říci, zda je chápal jako desetinná čísla (s pevnými desetinnými jmenovateli) nebo spíše jen jako zlomky, které bylo možné zkrátit.

¹⁹ Zde se přidržují znění Guo Shuchunovy edice s výhradou. Ve všech edicích až do Qian Baocongovy je zde text 朱幕雖有所乘之數. Qian Baocong považuje sloveso 乘 za chybný opis znaku *qi* 棄. Podle mého názoru však není zcela vyloučeno, že 乘 zde neznámá násobení, ale jedná se o zápis znaku *sheng* 剩 („zbývající“), který patrně vznikl jen o málo později než Liu Huiův komentář (asi nejstarší použití je v kronice dynastie Severní Wei (Wei Shu), která byla sepsána v 2. pol. 6. století)

řeč.

Pokud dělenec obsahuje zlomky, propojíme je a zahrneme jmenovatele a to bude určený dělenec, který pak odmocníme. Poté odmocníme jeho jmenovatel a dělíme na oplátku.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Pokud lze jmenovatel odmocnit, znamená to, že sebrání sečtených a do spojení uvedených [čísel] na počátku odpovídalo dvěma jmenovatelům²⁰. Po odmocnění [čitatele] ještě zbývá jeden jmenovatel [navíc], proto se odmocňuje jmenovatel zlomku, hledá se jednoduchý jmenovatel, který vytvoří dělitel, aby se jím vydělilo na oplátku.

Pokud je jmenovatel neodmocnitelný, násobíme opět jmenovatelem určený dělenec a pak odmocníme. Poté necháme každou část, která je jako dělitel, dát 1.

Pan Chunfeng a další opatrně podotýkají: Pokud nelze jmenovatel odmocnit, je původně jediný jmenovatel. Znovu ho násobíme jmenovatelem a pak odpovídá dvěma jmenovatelům²¹. Po odmocnění také zbývá jeden jmenovatel, proto necháme každý jmenovatel dát 1 a získáme celou část strany.

Další poznámka: Tato metoda „odmocňování čtverce“ je hledání strany čtvercové plochy²². „Vypůjčená tyčinka“ znamená, že si vypůjčíme²³ jednu početní tyčinku, která pouze označuje pozici, na níž je položena, a nemá skutečný obsah toho, čím se dělí sebrání²⁴. Z rohů čtverce získáme stranu, proto umístíme vypůjčenou tyčinku do spodní [části tabulky]. „Posuneme jí o jeden stupeň navíc“ znamená, že když se [strana] čtverce 10 vynásobí sama sebou, sebrání je 100, když se [strana] čtverce 100 vynásobí sama sebou, sebrání je 10 000, proto když přeskočí na 100, vyjadřuje 10, když na 10 000, vyjadřuje 100. „Usoudíme získané, vynásobíme tím [jen] jednou ten [řád], kde je vypůjčená tyčinka, to je dělitel, a dělíme jím“ znamená, že nejprve získáme stranu hnědé [plochy] A. Když je čtverec sebrání,

²⁰ V originále *bīng tōng zhī jī xiān hé er mǔ* 並通之積先合二母. Sloveso *he* zde chápu jako „odpovídat“, „rovnat se“, „být ekvivalentní“. [Chemla, Guo Shuchun 2004] překládá jako „aillent“ (slučují). Tato věta znamená, že odmocnitelnost jmenovatele ukazuje, že obsahuje „dvakrát“ (tj. na druhou) nějaký racionální jmenovatel **výsledku**. Úvodní *bīng tōng* se vztahuje ke sčítání, o němž se zmiňuje výše klasický text.

²¹ Tj. čtverci výsledného jmenovatele. Celý postup znamená rozšíření zlomku tak, aby jmenovatel, který neumíme odmocnit, byl nahrazen takovým, který odmocnit umíme. Nejjistější cestou k tomu je umocnění jmenovatele.

²² Li Chunfeng rekapituluje metodu i Liu Huiův komentář. To naznačuje, že jeho komentář byl původně oddělený od textu samotného.

²³ V originále *jiàjiè* 假借, toto slovo se používá např. také pro označení znaků, které jsou na základě homofonie „vypůjčeny“ pro označení jiného slova, než které původně zapisovaly.

²⁴ Zde je opozice *míng* 名 – *shí* 實, tedy povrchního, konvenčního názvu a reálného, nezávislého, pravého obsahu. *Shí* zde tedy nenese význam dělence.

násobí se spolu dvě věci, proto když dělíme odmocněním čtverce, necháme obráceně dvě [stejně] strany nahoře a dole spolu navzájem zmnožit, takže se odčítá samonásobek [strany hnědé A plochy]. „Po dělení zdvojíme dělitel a vytvoříme určený dělitel“ znamená, že sebrání dělence není vyčerpáno, musí se znovu dále dělit, proto anticipujeme určenou délku rumělkových ploch u obou stran, která čeká na další dělení, proto se říká „určený dělitel“. „[Pokud] opět dělíme [odmocněním čtverce], redukuje dělitel a pokračujeme“ znamená, že když chceme odečíst rumělkové plochy, musíme vlastně vedle položit získané tvořící stranu, zdvojit to na určený dělitel, redukovat ho, posoudit [další kvocient] a tím násobit a toto pak odečíst. Jelikož je to tak, musí se [určený dělitel] znovu posunout [o místo zpět] a teprve pak je možné zmnožit spolu [spodní a dolní]. Proto se nechává redukovat směrem k hornímu a pokračuje se. „Znovu položíme vypůjčenou tyčinku, posuneme jí jako prve, znovu z toho usoudíme [kvocient] a jedenkrát jím násobíme [řád vypůjčené tyčinky]. Získané vedle přičteme k určenému děliteli, a tím dělíme“ znamená, že chceme odečíst hnědou plochu B v rozích rumělkových ploch. „Získané vedle sečteme s určeným dělitelem“ znamená, že se znovu přidává k určenému děliteli strana hnědé B [plochy], tím se rozprostírají druhé rozměry obou modrých ploch, proto když odmocňujeme jako předtím, je [výsledek] v souladu se zadáním.

Část IV. LITERATURA

BDJZSS. *Jiu Zhang Suan Shu* 九章算术 [Matematika v devíti kapitolách]. Edice Baidu Guoxue.

<http://guoxue.baidu.com/page/bec5d5c2cbe3caf5/index.html>

HS. Ban Gu 班固: *Han Shu* 漢書 [Dějiny dynastie (Západní) Han]. Edice Zhonghua Wenhua Wang.

<http://www.chinapage.com/big5/history/hb0.htm>

HYDCD(2002). *Hanyu Da Cidian* 汉语大词典. CD-ROM verze 2.0. Shangwu Yinshuguan (HK), Hong Kong.

SJ. Sima Qian 司馬遷: *Shi Ji* 史記 [Zápisky historika]. Edice Zhonghua Shuju.

SWJZ. Xu Shen 許慎: *Shuo Wen Jie Zi* 說文解字 [Vysvětlení jednoduchých a rozbor složitých znaků]. Edice Zhonghua Shuju, 1963.

ZBSJ. *Zhou Bi Suan Jing* 周髀算經 [Klasická matematická kniha zhouského gnómonu]. 漢趙君卿 (爽) 注, 北周甄鸞重述, 唐李淳風等註釋, 附唐李籍音義 (S komentáři a vysvětlivkami Zhao Shuanga, Zhen Luana, Li Chunfenga a Li Jiho). Edice Shangwu Yinshuguan 1955.

GHCYZD(1998). *古汉语常用字字典* [Slovník častých slov klasické čínštiny]. 2nd. Shangwu Yinshuguan, Beijing.

ZDBKQS(1980). *中国大百科全书: 天文卷* [Velká čínská encyklopedie: sv. "Astronomie"]. CD-ROM verze 1.1 (2000). Zhongguo Dabaike Quanshu Chubanshe, Beijing.

Bai Shangshu, 白尚恕 (1982). "〈九章算术〉与刘徽所用名词今释" [Moderní ekvivalenty slov a výrazů používaných v "Matematice v devíti kapitolách" a Liu Huiem] in **Wu Wenjun** (1982), s. 306-325.

Berezkina, Elvira Ivanovna (1957). "Matematika v devjati knjach". *Istoriko-matematičeskie issledovanija* 10:439-513.

Berezkina, Elvira Ivanovna (1980). *Matematika drevnego Kitaja*.

Izdatel'stvo Nauka, Moskva.

Cullen, Christopher (1996). *Astronomy and Mathematics in Ancient China: the Zhou bi suan jing*. CUP, Cambridge.

Cullen, Christopher (2002). "Learning from Liu Hui? A Different Way to Do Mathematics". *Notices of the AMS* **49**:7, 783-790.

Cullen, Christopher (2004). *The Suàn shù shū 算數書 'Writings on reckoning'*. <http://www.nri.org.uk/SuanshushuC.Cullen2004.pdf>

Fu Hailun, 傅海伦 (2003). *传统文化与数学机械化 [Tradiční kultura a automatizace matematiky]*. 1. Kexue Chubanshe, Beijing.

Fung Yu-lan (1952-3). *A History of Chinese Philosophy*. Princeton University Press, Princeton. Reprint: 1959-60.

Graham, Angus Charles (1989). *Disputers of the Tao. Philosophical Argument in Ancient China*. Open Court, Chicago and La Salle. Reprint: 1998.

Guan Zengjian, 关增建 (2003). *李淳风及其《乙巳占》的科学贡献 [Li Chunfeng a vědecký přínos jeho Yisi zhan]*. <http://shc2000.sjtu.edu.cn/030504/lichunfeng.htm>

Guo Shuchun, 郭书春 (2001). "关于中国传统数学的"术"" [O "metodách" (shu) tradiční čínské matematiky] in **Lin Dongyue, Li Wenlin, Yu Yanlin** (2001), s. 441-456.

Guo Shuchun, 郭书春 (2003). "試論《算數書》的數學表達方式" [Matematické formulace v 'Knize výpočtů' (Suan Shu Shu)]. *中国历史文物 (Journal of National Museum of China)* **2003**:3, 28-38. <http://www.ihns.ac.cn/members/guo/guo5.htm>

Guo Shuchun, 郭书春 (2004a). "〈算数书〉与〈算经十书〉比较研究" [Srovnávací zkoumání 'Knihy výpočtů' a 'Deseti klasických matematických knih']. *自然科学史研究 (Studies in the History of Natural Sciences)* **23**:4, 106-120. <http://www.ihns.ac.cn/members/guo/guo8.htm>

Guo Shuchun, 郭書春 (ed.) (2004). *匯校《九章算術》 [Souhrnná edice "Matematiky v devíti kapitolách"]*. 2nd, revised. Liaoning Jiaoyu Chubanshe -Taiwan Jiuzhang Chubanshe, Shenyang.

Harbsmeier, Christopher (2001). *Science and Civilisation in China, Vol. VII, Language and Logic*. CUP, Cambridge.

Henderson, John B. (1991). *Scripture, Canon and Commentary. A Comparison of Confucian and Western Exegesis*. Princeton UP, Princeton.

Hulsewé, A.F.P. (1985). *Remnants of Ch'in Law*. E.J. Brill, Leiden.

Chemla, Karine (1998). "History of Mathematics in China: A Factor in World History and a Source for New Questions". *Documenta Mathematica* 1998:3, 789-798.

Chemla, Karine (2001). "Canon and Commentary: An Outlook Based on Mathematical Sources (draft version)" in Kim Yung Sik (ed.): *Critical Problems in the History of East Asian Science*, Dibner Institute. Dosud nepublikováno.

<http://halshs.ccsd.cnrs.fr/docs/00/03/51/66/PDF/KCDibner11-01.pdf>

Chemla, Karine, Guo Shuchun (2004). *Les Neuf Chapitres*. Dunod, Paris.

Cheng, Anne (2006). *Dějiny čínského myšlení*. DharmaGaia, Praha.

Juškevič, A. P. (1977). *Dějiny matematiky ve středověku*. Academia, Praha.

Rozpravy. Konfucius: *Rozpravy*. Edice Mladá fronta 1995.

Král, Oldřich (1995). *I-ťing. Kniha proměn*. Maxima, Praha.

Král, Oldřich (2005). *Čínská filozofie. Pohled z dějin*. Maxima, Praha.

Lam Lay Yong (1994). "Jiu zhang suan shu (Nine Chapters on the Mathematical Art). An Overview". *Archive for History of Exact Sciences* 47:1, 1-51.

Li Di, 李迪 (1982). "〈九章算术〉争鸣问题的概论" [Přehled sporných otázek ohledně 'Matematiky v devíti kapitolách'] in **Wu Wenjun** (1982), s. 28-50.

Li Di, 李迪 (ed.) (1998). 中国数学史大系 (Wu Wenjun ed.). 第三卷: 东汉三国 [Velká řada Dějiny čínské matematiky. Sv. 3: Doba Východní Han a Tři říší]. 1. Beijing Shifan Daxue Chubanshe, Beijing.

Li Jimin, 李继恂 (1990). *东方数学典籍《九章算术》及其刘徽注研究* [Studie o orientálním matematickém kánonu 'Matematika v devíti kapitolách' a Liu Huiově komentáři k němu.]. Shaanxi Renmin Jiaoyu Chubanshe, Xi'an.

Li Jimin, 李继恂 (1993). *九章算术校证*: [Kritické vydání 'Matematiky v devíti kapitolách']. Shaanxi Kexue Jishu Chubanshe, Xi'an.

Lǐ Yǎn, Dù Shírán (1987). *Chinese Mathematics. A concise history*. Doplněný překlad Li Yan, Du Shiran (1963-4). Clarendon Press, Oxford.

Li Yan, 李儼 (1936). *中國算學史* [Dějiny čínské matematiky]. 中國文化史叢書 (Wang Yunwu, Fu Weiping ed.) Shangwu Yinshu Guan.

Li Yan, 李儼 (ed.) (1963). *中國古代數學史料* [Prameny k dějinám staročínské matematiky]. Shanghai Kexue Jishu Chubanshe, Shanghai.

Li Yan, 李儼, Du Shiran, 杜石然 (1963-4). *中國古代數學簡史* [Stručné dějiny čínské matematiky]. Zhonghua Shuju, Beijing.

Mikami, Yoshio (1912-3). *The Development of Mathematics in China and Japan*. Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen begründet von Moritz Cantor B. G. Taubner, Leipzig.

Needham, Joseph, Wang Ling (1959). *Science and Civilisation in China. Volume 3, part I*. Cambridge UP, Cambridge.

Shen Kangshen, 沈康身 (2000). *两宋* [Velká řada Dějiny čínské matematiky: Sv. 5: Doba Severní a Jižní Song.]. 中国数学史大系 (Wu Wenjun ed.) 第五卷. Beijing Shifan Daxue Chubanshe, Beijing.

Shen Kangshen, 沈康身 (ed.) (1998). 中国数学史大系 (Wu Wenjun ed.). 第二卷: 中国古代数学名著《九章算术》 [Velká řada Dějiny čínské matematiky: Sv. 2: Staročínské matematické dílo "Matematika v devíti kapitolách"]. 1. Beijing Shifan Daxue Chubanshe, Beijing.

Shen Kangshen, 沈康身 (ed.) (1999). 中国数学史大系 (Wu Wenjun ed.). 第四卷: 西晋至五代 [Velká řada Dějiny čínské matematiky: Sv. 4: Doba Západní Jin až Pět dynastií]. Beijing Shifan Daxue Chubanshe,

Beijing.

Shen Kangshen, 沈康身, Crossley, John N., Lun, Anthony W.-C. (1999). *The Nine Chapters on the Mathematical Art. Companion and Commentary*. OUP-Science Press, Oxford-Beijing.

Sivin, Nathan (1982). "Why the Scientific Revolution Did Not Take Place in China--Or Didn't It?" in **Sivin** (1995).

<http://ccat.sas.upenn.edu/~nsivin/scirev.html>

Sivin, Nathan (1995). *Science in Ancient China*. Variorum, Hants.

Song Huiqun, 宋会群 (1999). *中国术数文化史 [Dějiny čínské věšebné kultury (shushu)]*. Henan Daxue Chubanshe, Kaifeng. Reprint: 2003.

Song Jie, 宋杰 (1993). *《九章算术》与汉代社会经济 [Matematika v devíti kapitolách' a hanská společnost a hospodářství]*. Shoudu Shifan Daxue Chubanshe, Beijing.

Vymazalová, Hana (2001). *Řešení matematických problémů v egyptských textech*. Diplomová práce, Český egyptologický ústav, Karlova Univerzita, Praha.

Wagner, Donald B (1978). "Doubts concerning the attribution of Liu Hui's commentary on the Chiu-chang suan-shu". *Acta Orientalia* **39**:199-212.

<http://www.staff.hum.ku.dk/dbwagner/LiuHui/LiuHui.html>

Wagner, Donald B (1978a). "Liu Hui and Zu Gengzhi on the volume of a sphere". *Chinese Science* **3**:59-79.

<http://www.staff.hum.ku.dk/dbwagner/SPHERE/SPHERE.html>

Wu Wenjun, 吴文俊 (ed.) (1982). *《九章算术》与刘徽 [Matematika v devíti kapitolách" a Liu Hui]*. Beijing Shifan Daxue Chubanshe, Beijing.