

Oponentský posudek diplomové práce
Bc. Tomáše Chaloupky
Mathematical modelling of glass forming process

Práce je motivována půvabným postupem výroby tabulového skla. Skelná tavenina je plynule lita na hladinu roztaveného cínu, po které se vlastní vahou rozlévá. Tak se přirozeně vyhlazují nerovnosti, zatímco tavenina postupně chladne a tuhne, přičemž je z druhého konce cínové lázně plynule tažena ve formě skleněné tabule. **První kapitola** popisuje odvození přibližného modelu ustáleného proudění vazké nestlačitelné tekutiny (skla) v tenké vrstvě nesené na hladině těžší substance (cínu). Aproximace spočívá v průměrování ve vertikálním směru za použití příslušných zjednodušení a zanedbání. Výsledným modelem je pak rovinná úloha, ve které neznámými jsou (průměrovaná) rychlost, výška vrstvy a tvar oblasti rozlivu. **Druhá kapitola** převádí tuto úlohu s volnou hranicí na úlohu definovanou na pevné referenční oblasti. Stručně pak naznačuje její řešení metodou konečných prvků pomocí přiloženého kódu implementovaného v rámci softwarové kolekce **FEniCS**. Rovnice popisující proudění a rovnice určující tvar oblasti jsou řešeny odděleně a střídavě iterovány. **Třetí a poslední kapitola** pak stručně diskutuje vliv hlavních parametrů na spočtený tvar oblasti rozlivu a sílu skleněného plátu.

Hodnocení

Těžiště práce neleží v matematických či výpočetních metodách. Práce neadresuje matematické vlastnosti problému ani metodu jeho numerického řešení, její formální matematická úroveň je slabá (odvození i pomocná tvrzení uvádí bez předpokladů, ve slabé formulaci autor vydává \mathbb{R} za prostor funkcí). Text práce jinak obsahuje spíše jen drobné věcné chyby, často je ale nejasný či nepřesný a obsahuje značné množství chyb jazykových (včetně systematických). Zejména je však často velmi stručný; obsahuje jen jednostránkový úvod a žádný závěr, odkazuje na poměrně malé množství zdrojů.

Odvození přibližného modelu v **první kapitole**, nejobsažnější kapitole práce, vychází z citované literatury a je v kontextu aplikace standardní. Autor by se zde při obhajobě mohl vyjádřit k vlastnímu přínosu, který v textu nespecifikuje. Z pohledu postupné manipulace s příslušnými rovnicemi je odvození provedeno relativně pečlivě, potřebná zjednodušení a zanedbání však autor toliko uvádí, aniž by komentoval jejich význam či fyzikální motivaci, dokonce ani v míře, jak jsou popisovány v citované literatuře. Mezi jinými *spreading coefficient*, určující okrajovou podmínku na volné hranici, je diskutován nesrozumitelně. Výsledná formulace úlohy smysl dává, z práce však není zcela jasné, že autor ví proč.

Druhá kapitola (*Numerical solution*) transformuje slabou formulaci úlohy převedením úlohy na referenční oblast. Zatímco obecná transformace jednotlivých integrálů je podrobně odvozována, její aplikace na danou triviální transformaci oblasti působí mechanicky a bezmyšlenkovitě. Metoda numerického řešení je zvolena přiměřeně, je však standardní, uvedena minimalisticky a použita bez zdůvodnění. Zastavovací kritérium je uvedeno nejasně a konvergenci autor nezmiňuje. Úspěšná implementace úlohy pomocí softwaru **FEniCS** prokazuje vynaložené úsilí, sama o sobě však nedokládá hlubší znalost problematiky. Implementace není nijak (ani uživatelsky) popsána.

V **třetí kapitole** autor předkládá vlastní výsledky jím provedených výpočtů.

Položené otázky (citlivost výsledku na vybraných parametrech) jsou smysluplné, odpovědi jsou v řeči čísel a obrázků a ve smyslu porovnávaných parametrů srozumitelné. Výsledků však není mnoho, některé důležité parametry úlohy zůstaly opomenuty (například materiálové vlastnosti či rozložení teplot). Autor se nesnaží podat ucelený obraz. Textový komentář je minimální a místy spíše matoucí. Z práce překvapivě nelze vyčíst úplný popis úlohy. Z odvození sice plyne, že model uvažuje hustotu a vazkost nekonstantní, nic dalšího však uvedeno není, s výjimkou jedné věty (o závislosti hustoty na teplotě) schované na str. 6 a dvou vět (o velkých rozdílech ve viskozitě) schovaných v popisu diskretizační sítě na str. 31. Fakt, že v textu chybí oddíl o materiálových vlastnostech taveniny, podtrhuje celkový dojem nehotovosti, jež práce navozuje. Práce rovněž příliš nediskutuje vztah spočtených výsledků ke známému reálnému chování taveniny.

Shrnutí

S výjimkou kvalitní funkční implementace software a několika spočtených scénářů není vlastní přínos z textu zřejmý. Případný přínos první kapitoly by mohl být dodatečně vysvětlen. Práce obsahuje množství formálních nedostatků. Přestože práce neobsahuje neodstranitelné či závažné chyby, působí uspěchaně a nedokončeně do té míry, že z předloženého textu nelze spolehlivě usuzovat na autorovo hlubší porozumění studované problematice ani používaným metodám.

Příkláním se k názoru, že předložená práce **nesplňuje** nároky kladené na diplomovou práci.

Dotazy

Autor by při obhajobě mohl

- objasnit vlastní přínos práce, jež není v textu specifikován;
- doplnit informaci o konstitutivním modelu a použitých parametrech;
- okomentovat vztah mezi Lemmatem 1 a podmínkou (1.68);
- zauvažovat, zda je možné studovaný model snadno upravit, aby zahrnoval i krátkou oblast proudění omezeného restriktory.

Dílčí připomínky

- celá práce námátkově střídá značení rovnic (x,y) nebo x,y ;
- str. -3 sousloví *program, which calculate equations* nevylepší dojem z první strany;
- str. 3 *The full system... (1.1)*. teplota by měla být nějak zmíněna, bude-li uvažována v hustotě a viskozitě;
- *Both heights are measured with respect to the free surface of the heavier fluid.* to není zcela pravda;
- str. 4 *Lemma 1*. předpoklady?
- str. 5 *Lemma 3*. opět předpoklady; důkaz např. formálně vyžaduje, aby $a(x) \leq \xi_0 \leq b(x)$ pro všechna x ;
- str. 6 *In further derivation we assume the density...* to mělo být motivováno dříve, zde je to skryto;
- str. 9 (1.25) a (1.26) typografie: zarovnání rovnic; také použití \overline{xy} namísto $\bar{x}\bar{y}$ je matoucí;

- str. 10 (1.28) šestkrát přebytečné ρ ;
- str. 13 *If we further assume that...* (1.42) takový předpoklad zasluhuje zdůvodnění;
- str. 16 (1.64def) nová definice používající značení definované (jinak) již na str. 11;
- *Clearly, (1.64d) is a good approximation...* také zde by mohlo být rozebráno podrobněji;
- str. 17 ... *therefore we obtain the condition from Lemma 1 ... (1.68ab)* toto ale není přímým důsledkem, nebo ano?
- str. 18 oddíl 1.4.2 *Lateral boundary condition* začne hezky popisem za ustáleného stavu; zcela zde však chybí fyzikální motivace (zmínka o tom, že tavenina se nerozlévá na jednoatomový film) a díky tomu chybí logické spojení mezi uváděnými vztahy *uvnitř* oblasti za ustáleného stavu a okrajovou podmínkou;
- *Pilkington* chybějící citace;
- str. 19 *Since function H... suppose to slowly vary, we use constant inflow height H_{in} .* implikace mi nepřipadá jasná;
- oddíl *Jeffery Hamel flow* není příliš dobře motivovaný; mohla zde být obsažena stručná informace o pozorovaném reálném proudění; mělo zde být zdůrazněno, že se jedná o velmi hrubou aproximaci; rovnice jsou naopak zbytečně složitě odvozovány postupnou řadou nereálných předpokladů (například konstantní výška H), aby se lopotně dospělo k (1.89), což mohlo být bez újmy (a možná lépe) motivováno na dvou řádcích;
- str. 20 *Only v^y is responsible for the mass flux, since $\int_{-W}^W v^x dx = 0$.* neznalost definice mass flux;
- str. 22 (2.1abc)... *There equations will be solved in domain...* jen (2.1a) budou řešeny na Ω , (2.1c) nikoliv;
- $\Omega \rightarrow (O, T) \times \Omega$
 - *We will solve the system 2.1. → We will solve the system (2.1)–(2.7).*
 - *For further manipulation we neglect all terms with time derivative* že nebude řešena časová, ale jen stacionární úloha, patří do předchozí sekce; zde je to schované;
- str. 23 (2.10) chybí $\forall j = 1, 2$ (a naznačení sumy přes i);
- *because test function equals zero, as will be specified later*
 - (2.14) $\mathbf{n}^\pm \rightarrow \mathbf{n}^\pm / |\mathbf{n}^\pm|$
- str. 24 ve slabé formulaci (2.15) a (2.17) je \mathbb{R} používán jako prostor funkcí!
- (2.20), chybí $j = 1, 2$, chybí předpoklady;
- str. 25 (2.22), $i, j = 1, \dots, 3 \rightarrow i, j = 1, 2$;
- str. 27–29 *The transformation rule for this integral can be best found by the following trick.* toto cvičení by zde možná ani nemuselo být (ale nevadí);
- str. 29–31 Občasné matoucí značení se střížkou/bez, zejména u konstant;
- *Position of the free boundary... (2.57).* konečný výsledek (2.57) není překvapením, pokud si včas všimneme, že rovnice (2.16c) není transformací souřadnic nijak dotčena;
- str. 31 *The viscosity μ depends... towards inflow.* konkrétní informace o viskozitě (stejně jako o hustotě) měla být podána dříve;
- diskrétní aproximace $\bar{\mathbf{v}}$ a W jsou definovány na nekompatibilních sítích (důvod pro to není zřejmý), není zde zmínka jak budou ve střídavých iteracích párovány;
 - popis diskrétních prostorů je (na formát závěrečné práce) stručný;
- str. 32 zastavovací kritérium neúplně specifikováno; není řečeno čeho se týká L^2 *residuum*; (jsou zde dvě střídavě iterované úlohy) ani co se považuje za *sufficiently small*;
- není zmíněno žádné očekávání ani pozorování ohledně konvergence metody;
 - *Somewhere in ribbon are placed wheels...*, *inner Dirichlet condition.* tato část problému zůstala zcela nepopsána, jak v modelu a v jeho aproximaci, tak v diskretizaci, i co se týče popisu konkrétní úlohy (dokonce ani počet „koleček“ není prozrazen); následujícímu odstavci pak nemůže být příliš rozumět;

- str. 33–36 *There are plenty of parameters...* také zde chybí materiálová charakterizace, či diskuze rozložení teploty v oblasti (i v případě, že by se práce citlivostí na dalších parametrech nezabývala);
- *3.1 Spreading coefficient.* je namalován obrázek a zmíněny úhly (γ depends on measured angles...), jejich souvislost s γ však nijak osvětlena není;
 - *both methods proves inaccurate, because liquid glass is photographed in closed container...* hovoří se o obou metodách, což naznačuje, že rovnovážnou výšku H lze nalézt (jen) uvnitř cínové lázně, případně, že hodnota γ není uvažována konstantní... , není to jasné;
 - *So the representation of γ as a force acting on unit length... seems correct. In virtue of supporting this hypothesis...* , není jasné, jakou hypotézu má autor na mysli; zdá se však, že se snaží zapřáhnout vůz před koně snahou fyzikální východiska modelu potvrdit pomocí vágní interpretace spočtených výsledků;
- str. 34 *we can easily change inflow angle α ...* *First attempt was to copy the angle of restrictors...* dříve, při popisu okrajové podmínky pomocí *Jeffery Hamel flow*, chybí zmínka o tom, že pozorované proudění bezprostředně za restriktory navržené podmínce neodpovídá; zde naopak, při hledání neznámého „vstupního úhlu“ α naopak chybí zmínka o tom, že okrajová podmínka již není dále motivována úhlem svíraným restriktory (a že tedy mnoho z úvah na stranách 19–20 postrádá smysl);
- bylo by zde možné také zmínit, že pozorované chování není nijak překvapivé a je v literatuře (obecně v kontextu okrajových podmínek na nemateriálové hranici) dobře popsáno;
- str. 36 oddíl *3.4 Wheels* je naznačen natolik neúplně, že neměl být v této podobě (spolu s popisem na str. 32) raději vůbec zařazen;
- str. 40 seznam literatury je plný překlepů a nekonzistencí, malých písmen u jmen autorů apod. Následuje několik jazykových chyb zachycených zcela namátkově:
- str. -3 *endless patient* → *his endless patience*
- str. 2 *from the begin* → *from the beginning*
- *is located so called stretching region* → *so called stretching region is located*
 - *where can be placed wheels, which...thickness...* → *where the wheels, which...the thickness..., can be placed*
 - *glass pulls out a device* → *glass is pulled out by a device*
 - *the finite element method; we discuss; results*
- str. 3 *is presented some results...* → *some results...are presented*
- str. 7 *a equation without time derivative* → *an equation without the time derivative*
- str. 8 *independence ρ of z* → *independence of ρ on z*
- *terms is* → *terms are*
- str. 19 *suppose to slowly vary* → *is supposed to vary slowly*
- str. 24 *In what follows will* → *In what follows we will*
- str. 31–36 oddíl *2.4. Finite element method* a celá kapitola *3 Results* obsahuje ohromné množství jazykových a vyjadřovacích chyb.

V Praze 2. září 2014,
 Mgr. Martin Lanzendörfer, Ph.D.
 Matematický ústav Univerzity Karlovy