

MATHEMATICAL MODELLING OF FLOAT GLASS FORMING PROCESS

TOMÁŠ CHALOUPKA

1. OBSAH PRÁCE

Tabulové sklo je standardně vyráběno takzvanou Pilkington metodou, viz například Pilkington (1969), která spočívá v tažení roztavené skloviny na povrchu lázně z tekutého cínu. Předložená diplomová práce se zabývá numerickou simulací tohoto procesu. Cílem práce je především kvantitativně popsat rozliv skloviny, to jest určit, jaká část povrchu cínové lázně bude překryta taveninou, a dále předpovědět konečnou tloušťku skleněné desky na výstupu.

Matematický model Pilkington proces staví na skutečnosti, že tavenina v podstatě tvoří tenkou—vzhledem k celkovým rozměrům oblasti—viskózní vrstvu na povrchu cínové lázně. Postupem, který blíže sleduje odvození známé *shallow water approximation*, lze dosáhnout toho, že původní třírozměrný problém pro proudění nestlačitelné tekutiny je efektivně popsán zjednodušeným dvourozměrným modelem, viz například Popov (1982, 1983).

Dvourozměrný model představuje z formálního matematického pohledu úlohu shodnou s úlohou proudění „stlačitelné“ tekutiny v dvourozměrné oblasti s volnou hranicí. (Na rozdíl od úlohy typu *shallow water* se však v tomto případě skutečně stále jedná o úlohu s volnou hranicí. Oblast pokrytá sklovinou je *a priori* neznámá. Přechod k dvourozměrnému modelu pouze eliminuje potřebu zabývat se volnou hranicí ve vertikálním směru.) Zjednodušený dvourozměrný model (soustava parciálních diferenciálních rovnic) je řešen metodou konečných prvků. Numerické řešení úlohy s volnou hranicí je založeno na klasické metodě *body-fitted curvilinear coordinates*, viz například Crank (1987).

1.1. Dosážené výsledky. Původní zjednodušený model navržený Popov (1982, 1983) je upraven tak, aby umožnil zohlednit vliv teplotně závislé hustoty skloviny. Je ukázáno, že zjednodušený model v triviálním případě studia rovnovážné tloušťky volně rozprostřené tenké vrstvy vede ke známým vztahům pro rovnovážnou tloušťku vrstvy, viz například Pilkington (1969) a Langmuir (1933). Numerická metoda pro řešení odvozené soustavy parciálních diferenciálních rovnic je autorem implementována v prostředí FENICS.

V závěru práce jsou diskutovány výsledky numerických simulací pro reálné hodnoty fyzikálních parametrů. (Popsáno průmyslovým partnerem Glass Service.)

1.2. Přínos autora. Hlavním výstupem práce je úprava modelu dostupného v literatuře pro potřeby simulace daného procesu a funkční software pro řešení výsledného systému parciálních diferenciálních rovnic. Návrh modelu, návrh numerické metody a její implementace probíhaly ve velmi úzké spolupráci s týmem pracujícím na projektu modelování výroby plochého skla a nejsou tedy výhradně dílem autora diplomové práce.

2. HODNOCENÍ

2.1. Věcná kvalita práce. Vlastní výstup diplomové práce (software pro simulaci Pilkington procesu) je vynikající a je předmětem zájmu průmyslového partnera Glass Service. Text diplomové práce je nevyvážený a místy zmatený.

Čtenář, který není obeznámen s mechanismem Pilkington procesu se kupříkladu v úvodní kapitole vůbec nedozví, jakou roli v celém procesu hraje teplotně závislá viskozita a povrchové napětí. Tyto fyzikální charakteristiky jsou přitom pro celý proces klíčové. (Teplotně závislá viskozita je zmíněna pouze okrajově až v sekci 2.4, která je věnována implementaci numerické metody.)

Odvození zjednodušeného modelu, které je předmětem první kapitoly, je popsáno velmi důkladně, ale schází mu zasazení do širšího kontextu. Autor se například nenamáhá vysvětlit, v čem se popisovaný model liší od modelů popsaných v autorem citovaných pracích Narayanaswamy (1977, 1981) a Popov (1982, 1983). Chybí také jakákoliv byt i neformální diskuse o platnosti dané aproximace a o její využitelnosti pro popis daného procesu. Odvození modelu je tedy spíše shlukem matematických formulí než souvislým textem.

Druhá kapitola, která se zabývá popisem použité numerické metody, je zaměřena na detailní popis techniky pro transformaci fyzikální oblasti s volnou hranicí na pevnou výpočetní oblast (metoda *body-fitted curvilinear coordinates*). Stejně jako v předchozí kapitole opět chybí jakýkoliv komentář ohledně výběru numerické metody a její (ne)vhodnosti pro daný problém. Slabá formulace úlohy je provedena formálně, ve specifikaci prostorů funkcí chybí jakákoliv zmínka o topologických charakteristikách daných prostorů, je popsán pouze tenzorový charakter (skalár/vektor) dané funkce. Diskuse konkrétní implementace numerické metody v prostředí FENICS, což je nejdůležitější část práce, je velmi stručná a nepřehledná.

Obsah první a druhé kapitoly je místy postaven na materiálu, který vznikl průběžně jako kolektivní dílo (pracovní poznámky) týmu řešícího projekt modelování výroby plochého skla.

Ve třetí kapitole jsou shrnuty výsledky numerických simulací a je diskutován vliv jednotlivých parametrů na klíčové charakteristiky procesu. Zcela chybí diskuse hodnot fyzikálních parametrů použitých k výpočtu. (Přesné hodnoty

například závislosti viskozity na teplotě a průběh teploty v cínové lázni jsou sice předmětem obchodního tajemství, nicméně *rámcové* hodnoty parametrů jsou volně dostupné a měly by být v práci uvedeny.)

Práci chybí závěrečné shrnutí (conclusion). Čtenář je, mimo jiné, ponechán na pochybách, zda má navržený model nějaký praktický význam, a zda může být skutečně použit k praktickému popisu procesu.

2.2. Formální kvalita práce. Formální kvalita práce je podprůměrná. Množství překlepů je velké, první překlep je k nalezení již v poděkování. Jazykové chyby jsou časté. Autor kupříkladu používá “declare” namísto “denote” nebo “define”, slovosled některých vět je nesprávný. Typografická úprava je špatná, například v části textu se na rovnice odkazuje číslem v kulatých závorkách, tedy (1.1) a podobně, jinde jsou systematicky používány odkazy pouze čísly, tedy 1.1 a podobně.

2.3. Doporučení. Textu diplomové práce by prospělo důkladné přepracování. Pokud by text nebyl doplněn funkčním software, práce by rozhodně nemohla být uznána jako diplomová. Jako celek (text a příložený software) však práce splňuje, bohužel jen velmi těsně, požadavky kladené na diplomovou práci. Předloženou práci tedy s rozpaky doporučuji uznat jako diplomovou práci.

REFERENCE

- Crank, J. (1987). *Free and moving boundary problems*. New York: The Clarendon Press Oxford University Press.
- Langmuir, I. (1933). Oil lenses on water and the nature of monomolecular expanded films. *J. Chem. Phys.* 1(11), 756–776.
- Narayanaswamy, O. S. (1977). A one-dimensional model of stretching float glass. *J. Amer. Ceram. Soc.* 60(1-2), 1–5.
- Narayanaswamy, O. S. (1981). Computer simulation of float glass stretching. *J. Amer. Ceram. Soc.* 64(11), 666–670.
- Pilkington, L. A. B. (1969). Review lecture. The float glass process. *Proc. R. Soc. A-Math. Phys. Eng. Sci.* 314(1516), 1–25.
- Popov, V. (1982). Flow of a viscous film over the surface of an inviscid fluid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics* 23, 188–194.
- Popov, V. V. (1983). Flow of a viscous film with free boundaries in the one-dimensional approximation. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics* 24, 507–509.