

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Pavel Brom

Polarizace světla a její ovlivnění optickými prvky

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Petr Němec, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

2006

Děkuji vedoucímu své bakalářské práce RNDr. Petru Němcovi, Ph.D. za cenné připomínky, konzultace a příjemnou atmosféru, která mi pomohla v klidu pracovat na zadaném tématu, a dále za poskytnutí reálných experimentálních dat, na kterých jsem mohl testovat vlastní software. Také bych chtěl poděkovat své rodině, především mamince pí. Marii Bromové za všestrannou podporu, díky níž jsem se mohl maximálně soustředit na řešení problému.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne

Pavel Brom

Obsah

1	Úvod	5
1.1	Polarizace světla	5
2	Teorie popisu polarizace	6
2.1	Reprezentace využívané k popisu polarizovaného světla	6
2.2	Transformace mezi reprezentacemi	10
2.3	Měřené veličiny a metoda zjištění polarizačního stavu	12
3	Měření a zpracování dat	17
3.1	Experimentální vybavení	17
3.2	Postup měření	17
3.3	Algoritmus zpracování	18
4	Implementace	20
4.1	Celková koncepce programu	20
4.2	Standardy	20
4.3	Program DPOL	23
4.4	Ukázka naměřené závislosti $I(\mu)$ a jejího zpracování	28
5	Diskuse výsledků reálných experimentů	32
5.1	Výsledky zpracování dat	32
5.2	Diskuse	32
6	Závěr	34
	Literatura	35

Název práce: Polarizace světla a její ovlivnění optickými prvky

Autor: Pavel Brom

Katedra (ústav): Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Petr Němec, Ph.D.

e-mail vedoucího: `petr.nemec@mff.cuni.cz`

Abstrakt: V předložené práci hledáme metodu k experimentálnímu zjištění úplné informace o polarizaci světla, včetně návrhu postupu měření a algoritmu k jejímu vyhodnocení. To navíc zahrnuje nalezení transformačních vztahů, aby získaná informace mohla být následně vyjádřena v nejpoužívanějších reprezentacích pro popis polarizačního stavu. Nedílnou součástí práce je implementace algoritmu do programu pro možné budoucí využití.

Klíčová slova: polarizace světla, měření polarizačního stavu, popis polarizačního stavu

Title: Polarization of light and its modification by optical elements

Author: Pavel Brom

Department: Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor: RNDr. Petr Němec, Ph.D.

Supervisor's e-mail address: `petr.nemec@mff.cuni.cz`

Abstract: In the present work we develop a method to get the full information about the polarization state of light from the experiment, including the proposal for a procedure for its measurement and the algorithm for its determination. The next part of the work treats the transformations for expressing this information in the most common representations used for the description of the polarization state. The work includes a programme for the implementation of the algorithm for further applications.

Keywords: polarization of light, measuring of the polarization state, representation of the polarization state

Kapitola 1

Úvod

1.1 Polarizace světla

Světlo je elektromagnetické záření, přičemž v této práci se budeme zabývat výhradně jeho vlnovou povahou. Konkrétně se jedná o příčné elektromagnetické vlnění, to znamená, že vektory elektrické intenzity, resp. magnetické indukce popisující takové vlnění kmitají kolmo na směr šíření světla. Srovnáme-li velikost silových účinků elektrické a magnetické složky (např. na elektrony v látce, s níž světlo interaguje), zjistíme, že účinky magnetické složky jsou prakticky zanedbatelné vůči složce elektrické, proto si budeme všimnout právě vektoru elektrické intenzity. Nabízí se přirozená fyzikální otázka, co se děje s výsledným vektorem elektrické intenzity v prostoru a čase při šíření světla. Polarizací světla rozumíme právě popis tohoto chování. Je to významná vlastnost světla, která se stává více a více využívanou v různých odvětvích průmyslu i v našem každodenním životě (viz např. [1], str. 25–33, a zejména [2], str. 325–384).

Z technických aplikací uveďme např. polarizační filtry a clony či využití polarizovaného světla v potravinářském průmyslu. Na principu polarizačních clon (zkřížených polarizátorů) pracují veškeré LCD displaye, se kterými se denně setkáváme (viz [2], str. 372 a 373). Pro účely dalšího vývoje, vědecké práce a hledání nových vhodných materiálů vzniká potřeba umět změřit polarizační stav světla. Tento problém se nejen teoreticky, ale i prakticky snaží řešit předložená práce.

Veškeré vztahy, postupy výpočtů a výsledky se vztahují k následujícímu zavedení veličin, resp. znaménkové konvenci, která byla rovněž použita v přehledné knize [1]. Nadále budeme uvažovat zcela polarizované světlo, jehož polarizační stav máme určit.

Kapitola 2

Teorie popisu polarizace

2.1 Reprezentace využívané k popisu polarizovaného světla

Elektromagnetické vlnění popíšeme v každém okamžiku t a v místě \mathbf{r} v prostoru pomocí vektoru elektrické intenzity \mathbf{E} . Základním a nejjednodušším vztažným systémem je kartézský souřadný systém, který lze přirozeně spojit s laboratorní soustavou a aparaturou a který plně popisuje polarizační stav světla pomocí parametrů $a_x, a_y, \varphi_x, \varphi_y$; jelikož světlo je příčné vlnění, je výhodné zvolit vztažný kartézský systém tak, aby kladný směr osy z odpovídal kladnému směru šíření světla. Potom složky vektoru \mathbf{E} budou

$$E_x(\mathbf{r}, t) = a_x \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_x) = a_x \cos(\tau + \varphi_x), \quad (2.1)$$

$$E_y(\mathbf{r}, t) = a_y \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_y) = a_y \cos(\tau + \varphi_y), \quad (2.2)$$

$$E_z(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.3)$$

kde a_x, a_y jsou (reálné) amplitudy složek vektoru \mathbf{E} , $\omega = 2\pi\nu$ je úhlová frekvence záření o frekvenci ν , $\mathbf{k} = (0, 0, k)$, $k = 2\pi/\lambda$ je vlnový vektor záření s vlnovou délkou λ šířícího se ve směru osy z a φ_x, φ_y jsou počáteční fáze. Pro zjednodušení zápisu se zavádí proměnná τ vztahem

$$\tau = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}. \quad (2.4)$$

Budeme-li zkoumat, co se děje s koncovým bodem vektoru \mathbf{E} v prostoru a čase, dojdeme k závěru, že tento bod obecně opisuje v rovině xy elipsu (viz obr. 2.1) o velké poloose a a malé poloose b , natočené kolem středu elipsy O na ose z o jistý úhel ψ (tzn. obecný případ elipticky polarizovaného světla). Úhel ψ se standardně zavádí jako úhel sevřený velkou poloosou a osou x a nabývá velikosti z intervalu $[0; 180^\circ)$. Uvažovaná elipsa ve speciálním případě přechází na kružnici (kruhově polarizované světlo, $a = b$) nebo je degenerovaná na úsečku (lineárně polarizované světlo, $b = 0$). Další parametr k úplnému popisu polarizačního stavu vypovídá

o smyslu oběhu po uvažované elipse či kružnici; rozlišujeme tedy pravotočivé a levotočivé polarizované světlo. Smysl oběhu lze zahrnout do znaménka následující veličiny χ zvané eliptičnost definované vztahem

$$\tan \chi = \pm \frac{b}{a}, \quad (2.5)$$

kde znaménko $+$ odpovídá pravotočivé a $-$ levotočivé polarizaci, popř. nula lineárně polarizovanému světlu. Posledním parametrem k úplnému popisu polarizačního stavu je počáteční fáze (poloha koncového bodu vektoru \mathbf{E} na elipse v čase $t = 0$).

Pravotočivé (R, RCP) a levotočivé (L, LCP) kruhově polarizované světlo může představovat další vhodnou bázi k popisu lineárně, kruhově i elipticky polarizovaného světla. Zavedme báze vektory (v souladu s [1])

$$\text{LCP : } \quad \boldsymbol{\sigma}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{x} + i\mathbf{y}), \quad (2.6)$$

$$\text{RCP : } \quad \boldsymbol{\sigma}_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{x} - i\mathbf{y}). \quad (2.7)$$

Nechť parametry a_+ a a_- vyjadřují podíl zastoupení L a R polarizace (grafický význam těchto parametrů je poloměr myšlených kružnic; analogie amplitud) a zbývající dva parametry φ_+ a φ_- představují počáteční fáze (analogie počátečních fází v kartézské reprezentaci). Potom vektor elektrické intenzity můžeme rozložit do báze vektorů

$$\mathbf{E} = (\boldsymbol{\sigma}_+ a_+ e^{-i\varphi_+} + \boldsymbol{\sigma}_- a_- e^{-i\varphi_-}) e^{-i\tau}. \quad (2.8)$$

Velmi užitečnou reprezentaci pro popis zcela polarizovaného světla vytvořil R. C. Jones v roce 1941. Tento formalismus vychází z kartézské reprezentace přeepsané v oboru komplexních čísel. Skutečné pole E_x , E_y získáme jako reálné části z komplexních veličin $\hat{E}_x = \hat{A}_x e^{-i\tau}$, $\hat{E}_y = \hat{A}_y e^{-i\tau}$

$$E_x = \text{Re}(\hat{A}_x e^{-i\tau}), \quad (2.9)$$

$$E_y = \text{Re}(\hat{A}_y e^{-i\tau}), \quad (2.10)$$

kde pro komplexní amplitudy \hat{A}_x , \hat{A}_y po srovnání s rovnicemi (2.1), (2.2) platí

$$\hat{A}_x = a_x e^{-i\varphi_x}, \quad (2.11)$$

$$\hat{A}_y = a_y e^{-i\varphi_y}. \quad (2.12)$$

Právě tyto komplexní amplitudy představují složky tzv. Jonesova vektoru

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \hat{A}_x \\ \hat{A}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x e^{-i\varphi_x} \\ a_y e^{-i\varphi_y} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

který lze výhodně využít s maticovým formalismem popisu polarizačních zařízení. O Jonesově formalismu podrobněji pojednává např. kniha [3], str. 232 a násl.

K úplnému popisu zcela polarizovaného světla potřebujeme tedy čtyři nezávislé parametry. Pro praktickou potřebu experimentální fyziky však nezáleží na počátku měření času, postačí nám tedy pouze nezávislé tři parametry. V takovém případě můžeme položit x -ovou složku počáteční fáze rovnu nule

$$\varphi_x = 0 \quad (2.14)$$

a místo počátečních fází v jednotlivých reprezentacích uvažovat fázové rozdíly definované následujícím způsobem

$$\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \varphi_y \quad (\text{kartézská báze s uvážením (2.14)}), \quad (2.15)$$

$$\varphi_{\text{CP}} = \varphi_- - \varphi_+ \quad (\text{báze RCP a LCP}), \quad (2.16)$$

přičemž Jonesův vektor se zjednoduší na tvar

$$\mathbf{J} = a_x \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a_y}{a_x} e^{-i\varphi} \end{bmatrix}, \quad \text{pro } a_x \neq 0, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{J} = a_y \begin{bmatrix} 0 \\ e^{-i\varphi} \end{bmatrix}, \quad \text{pro } a_x = 0. \quad (2.18)$$

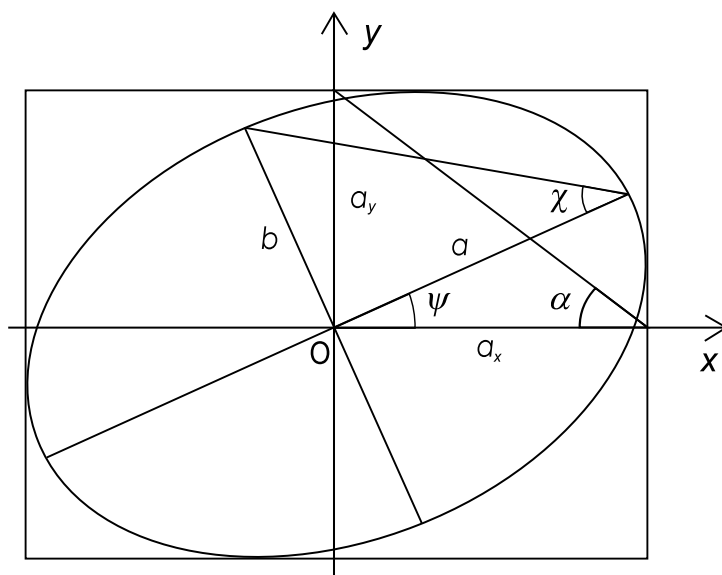
Shrňme tedy hledané parametry popisující zkoumaný polarizační stav zcela polarizovaného světla a specifikujme obory hodnot, kterých tyto veličiny mohou nabývat, a další podmínky pro ně platné mimo výše uvedené definice. Jednou z nich je normovací podmínka

$$a_x^2 + a_y^2 = a^2 + b^2 = a_+^2 + a_-^2 = |A_x|^2 + |A_y|^2 = 1, \quad (2.19)$$

vyjadřující nezávislost popisu polarizace na volbě reprezentace, přičemž hodnota na pravé straně je otázkou vhodné volby. Tři nezávislé parametry (a v případě eliptické reprezentace další závislé parametry) pro každou ze zmíněných reprezentací uvádí tabulka 2.1, viz též obrázek 2.1.

Tabulka 2.1: Reprézentace pro popis polarizačního stavu světla

Reprezentace	Název Význam parametru	Značení	Obor hodnot	Podmínky
kartézská	amplituda x -ové složky	a_x	$[0; 1]$	$a_x^2 + a_y^2 = 1$
	amplituda y -ové složky	a_y	$[0; 1]$	
	fázový rozdíl	φ	$[-180^\circ; 180^\circ]$	
eliptická	velká poloosa	a	$(0; 1]$	$a^2 + b^2 = 1$ $b \leq a$
	malá poloosa	b	$[0; a]$	
	úhel natočení elipsy	ψ	$[0^\circ; 180^\circ]$	
	eliptičnost	χ	$[-45^\circ; +45^\circ]$	
kruhová	amplituda LCP světla	a_+	$[0; 1]$	$a_+^2 + a_-^2 = 1$
	amplituda RCP světla	a_-	$[0; 1]$	
	fázový rozdíl	φ_{CP}	$[-180^\circ; 180^\circ]$	
Jonesův vektor	x -ová složka	\hat{A}_x	$\in \mathbb{C}$	$ \hat{A}_x ^2 + \hat{A}_y ^2 = 1$
	y -ová složka	\hat{A}_y	$\in \mathbb{C}$	



Obrázek 2.1: Geometrický význam parametrů z eliptické a kartézské reprezentace

2.2 Transformace mezi reprezentacemi

Nalezení vzájemných transformačních vztahů mezi všemi reprezentacemi je zbytečné a jde nad rámec této práce. Cílem je popsat experimentálně zjištěný polarizační stav světla a vyjádřit jej ve všech uvedených reprezentacích, k čemuž nám postačí jednosměrná transformace. Za výchozí reprezentaci přitom budeme považovat kartézskou, ze které např. rovnou plyne tvar Jonesova vektoru (viz (2.17), (2.18)).

Při přechodu z kartézského systému do eliptické reprezentace vycházíme z rovnic (2.1)–(2.3), z nichž v podstatě potřebujeme vyloučit proměnnou τ . Veškeré odvození je přehledně uvedeno v knize [1], str. 25–28, ze které převezmeme výsledné transformační vztahy

$$\tan(2\psi) = \tan(2\alpha) \cos \varphi, \quad (2.20)$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin \varphi, \quad (2.21)$$

kde parametr α je definován (viz str. 28 v [1] a obr. 2.1) vztahem

$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x}, \quad \text{obor hodnot : } \alpha \in [0; 90^\circ]. \quad (2.22)$$

K přechodu z kartézské do kruhové reprezentace bylo využito jednoduchých transformačních vzorců v publikaci [4] (po náležitém přeznačení veličin) zavádějících pomocné proměnné $G_1, G_2, G_3, G_4, U, V, \Phi_{12}, \Phi_{34}$

$$G_1 = a_x \cos \Phi_x - a_y \sin \Phi_y, \quad (2.23)$$

$$G_2 = a_x \sin \Phi_x + a_y \cos \Phi_y, \quad (2.24)$$

$$G_3 = a_x \cos \Phi_x + a_y \sin \Phi_y, \quad (2.25)$$

$$G_4 = a_x \sin \Phi_x - a_y \cos \Phi_y, \quad (2.26)$$

$$U = \sqrt{G_1^2 + G_2^2}, \quad (2.27)$$

$$V = \sqrt{G_3^2 + G_4^2}, \quad (2.28)$$

$$\Phi_{12} = \text{atan}(G_1, G_2), \quad (2.29)$$

$$\Phi_{34} = \text{atan}(G_3, G_4), \quad (2.30)$$

kde funkce $\text{atan}(X_1, X_2) = \arctan(X_2/X_1) + n 180^\circ$, $n \in \{0; 1; 2\}$ je funkce arkustangens, která vrací úhel ve správném kvadrantu určeném znaménky argumentů X_1, X_2 (podle [4]). Výše uvedené vzorce jsou však vztaženy k následující znaménkové konvenci (srovnej s (2.9)–(2.12)); liší se pouze znaménky u počátečních fází Φ_x, Φ_y)

$$E_x = a_x \text{Re}(e^{+i\Phi_x} e^{-i\tau}), \quad (2.31)$$

$$E_y = a_y \text{Re}(e^{+i\Phi_y} e^{-i\tau}). \quad (2.32)$$

Za tohoto předpokladu se hledané parametry v kruhové reprezentaci vypočtou podle vzorců

$$a_+ = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad (2.33)$$

$$a_- = \frac{U}{\sqrt{2}}, \quad (2.34)$$

$$\Phi_+ = \Phi_{34}, \quad (2.35)$$

$$\Phi_- = \Phi_{12}. \quad (2.36)$$

K nalezení správných transformačních vztahů musíme provést následující záměnu, příp. dosazení $\Phi_x = 0$, $\Phi_y = -\varphi$ plynoucí z definic (2.14), (2.15) a (2.32). S využitím sudosti funkce kosinus a lichosti funkce sinus obdržíme správné vztahy pro pomocné veličiny

$$g_1 = a_x + a_y \sin \varphi, \quad (2.37)$$

$$g_2 = 0 + a_y \cos \varphi, \quad (2.38)$$

$$g_3 = a_x - a_y \sin \varphi, \quad (2.39)$$

$$g_4 = 0 - a_y \cos \varphi, \quad (2.40)$$

$$u = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}, \quad (2.41)$$

$$v = \sqrt{g_3^2 + g_4^2}, \quad (2.42)$$

$$\varphi_{12} = \text{atan}(g_1, g_2), \quad (2.43)$$

$$\varphi_{34} = \text{atan}(g_3, g_4), \quad (2.44)$$

ze kterých vypočítáme hledané a normované parametry nejen v kruhové reprezentaci

$$a_+ = \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (2.45)$$

$$a_- = \frac{u}{\sqrt{2}}, \quad (2.46)$$

$$\varphi_{\text{CP}} = \varphi_{12} - \varphi_{34} + n 360^\circ, \quad (2.47)$$

$$n \in \{-1, 0, 1\} : \varphi_{\text{CP}} \in [-180^\circ; +180^\circ],$$

ale také (např. pro zpětnou kontrolu) v eliptické reprezentaci

$$a = 1/2(u + v), \quad (2.48)$$

$$b = 1/2|-u + v|, \quad (2.49)$$

$$\psi = 1/2(\varphi_{12} - \varphi_{34}) + n 360^\circ, \quad (2.50)$$

$$n \in \{-1, 0, 1\} : \psi \in [0; +180^\circ].$$

Ve vztahu (2.49) pro malou poloosu b polarizační elipsy musíme vzít absolutní hodnotu, aby hodnota b patřila do požadovaného intervalu $[0; a]$ (viz oddíl 2.1), jinak znaménko b přímo souvisí se znaménkem eliptičnosti χ (viz její definiční vztah (2.5), přičemž a podle rovnice (2.48) nabývá výhradně kladných hodnot). Výše uvedené transformační vztahy budou shrnuty v kapitole 3.3 při aplikaci v postupu vyhodnocení polarizačního stavu.

2.3 Měření veličiny a metoda zjištění polarizačního stavu

Veličinu \mathbf{E} , reálnou intenzitu elektrického pole, kterou jsme doposud uvažovali, však neměříme přímo experimentálně. Skutečně měřenou veličinou je intenzita světla I_{exp} , pro niž platí (viz str. 232 ve [3], str. 184 v [5] a podmínka (2.19))

$$I_{\text{exp}} = \frac{a^2 + b^2}{2\eta} = C|\mathbf{E}_0|^2 = CE_0^2, \quad (2.51)$$

resp. měříme signál I jí přímo úměrný. Veličina η se nazývá impedance dielektrického prostředí a lze ji zahrnout do koeficientu C , jenž ve zpracování dále nebude vystupovat (vykrátí se). Pro harmonické vlnění je dobře známo, že měřený signál je přímo úměrný kvadrátu velikosti amplitudy E_0 intenzity elektrického pole, která se pro volně šířící se světlo nemění (neuvažujeme-li absorpci). Můžeme ji však cíleně ovlivnit polarizátory (princip polarizační clony, kde ovšem místo dvou zkřížených polarizátorů na nepolarizované světlo využijeme pouze jeden polarizátor).

Označme μ úhel, který svírá směr propustnosti polarizátoru s osou x , a tedy který měříme stejným způsobem jako úhel ψ , avšak raději v celém intervalu $[0; 360^\circ)$, neboť používané polarizátory nejsou ideální zařízení. Potom amplituda E_0 vektoru elektrické intenzity odpovídá *maximální* projekci vektoru E do směru μ . Zjevně největší možná projekce nastává pro $\mu = \psi$ a nejmenší možná projekce pro $\mu = \psi \pm 90^\circ$ (viz též obr. 2.2 s definicí (2.69) a závislost (2.75)). S užitím výše uvedených úvah docházíme k závěru, že

$$\text{pro } \mu = \mu_{\text{max}} = \psi \quad \dots \quad I = I_{\text{max}} = Ka^2, \quad (2.52)$$

$$\text{pro } \mu = \mu_{\text{min}} = \psi \pm 90^\circ \quad \dots \quad I = I_{\text{min}} = Kb^2, \quad (2.53)$$

kde K je konstanta předpokládané přímé úměrnosti a I je skutečný naměřený signál (relativní intenzita světla prošlého polarizátorem) a indexy min a max označují body minima a maxima v měřitelné závislosti $I = I(\mu)$. Jejich odečtením můžeme určit hledané parametry ψ a poměr

$$R = \frac{I_{\text{min}}}{I_{\text{max}}} = \left(\frac{b}{a}\right)^2, \quad R \in [0; 1], \quad (2.54)$$

z něhož po uvážení normovací podmínky (2.19) pro a, b vypočítáme

$$a = \frac{1}{\sqrt{1+R}}, \quad (2.55)$$

$$b = \sqrt{\frac{R}{1+R}}, \quad b \leq a. \quad (2.56)$$

K úplnému popisu polarizace zbývá určit točivost elipticky či kruhově polarizovaného světla (levotočivé nebo pravotočivé). Při měření intenzity a při použití pouze jednoho polarizátoru je to principiálně nemožné, neboť znaménko rozlišující smysl oběhu se ztrácí při časovém středování v kvadrátu intenzity elektrického pole. Jediná úplná informace, kterou bychom doposud byli schopni zjistit, nastává v případě $b = 0$, tedy že se jedná o lineárně polarizované světlo ve směru ψ . Klíčem ke stanovení točivosti může být převádění kruhové polarizace na lineární (a naopak) pomocí čtvrtvlnné destičky. Jak víme, o levotočivé či pravotočivé polarizaci rozhoduje např. v kartézské reprezentaci fázový posun φ . Standardní čtvrtvlnná destička mění fázový posun mezi x -ovou a y -ovou složkou o $\pm 90^\circ$, a známe-li pro ni polohu rychlé nebo pomalé osy, můžeme ji použít k určení točivosti světla.

Nalezli jsme metodu využívající měření intenzity světla I prošlé jedním polarizátorem v závislosti na úhlu μ natočení polarizátoru. Tato metoda nám umožní určit úplnou informaci o polarizačním stavu světla, a to v eliptické reprezentaci čili v parametrech

$$\psi, a, b, \text{ popř. } \chi = \pm \arctan \frac{b}{a} = \pm \arctan \sqrt{R}, \quad (2.57)$$

kde o znaménku χ rozhoduje točivost (viz definice (2.5)). Pro vyjádření polarizačního stavu v ostatních uvedených reprezentacích využijeme transformační vztahy z oddílu 2.2; k tomu potřebujeme zpětně transformovat informaci z eliptické reprezentace do výchozí kartézské reprezentace.

To vyžaduje řešit soustavu rovnic (2.20) a (2.21) k nalezení nejprve úhlu α a poté fázového rozdílu φ . Uvědomme si, že hodnoty levých stran známe z měření, a proto si je označme parametry K_1, K_2

$$K_1 = \tan(2\psi) = \tan(2\alpha) \cos \varphi, \quad K_1 \in (-\infty; +\infty), \quad (2.58)$$

$$K_2 = \sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin \varphi, \quad K_2 \in [-1; +1]. \quad (2.59)$$

Obě rovnice umocníme na druhou, čímž ztratíme informaci o znaménkách. V praxi to znamená, že neznámá α přeznačená na $\tilde{\alpha}$ vyjde v polovičním intervalu $[0; 45^\circ]$, což budeme interpretovat v pozdější diskusi. Úpravami kvadrátu rovnice (2.59) s využitím vztahu $\sin^2 X + \cos^2 X = 1$ a dosazením z rovnice (2.58) postupně obdržíme

$$\begin{aligned} K_2^2 &= \sin^2(2\tilde{\alpha})(1 - \cos^2 \varphi) = \sin^2(2\tilde{\alpha}) \left(1 - K_1^2 \frac{\cos^2(2\tilde{\alpha})}{\sin^2(2\tilde{\alpha})} \right) = \\ &= 1 - (1 + K_1^2) \cos^2(2\tilde{\alpha}), \end{aligned}$$

odkud

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{2} \arccos \sqrt{\frac{1 - K_2^2}{1 + K_1^2}}, \quad \tilde{\alpha} \in [0; 45^\circ]. \quad (2.60)$$

K vyřešení ztráty informace o znaménku uvažme geometrický význam parametru α na základě definičního vztahu a správného oboru hodnot (viz též obr. 2.1); přepíšeme-li definiční vztah (2.22) pomocí amplitud a_1, a_2 splňujících normovací podmínku a relaci $a_1 \leq a_2$

$$K_3 = \tan \tilde{\alpha} = \frac{a_1}{a_2}, \quad a_1^2 + a_2^2 = 1, \quad K_3 \in [0; 1], \quad (2.61)$$

čili po zavedení pomocného, již známého parametru K_3 můžeme vypočítat

$$a_1 = \frac{K_3}{\sqrt{1 + K_3^2}}, \quad (2.62)$$

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + K_3^2}}, \quad \text{jistě } a_1 \leq a_2, \quad (2.63)$$

potom správné amplitudy a_x, a_y odpovídají a_1, a_2 s ohledem na úhel ψ natočení velké poloosy polarizační elipsy, jehož velikost tedy určuje platnou relaci pro velikosti a_x, a_y . Proto můžeme přiřadit

$$\text{pro } \psi \in (45^\circ; 135^\circ) : \quad a_x = a_1, \quad a_y = a_2, \quad (2.64)$$

$$\text{jinak : } \quad a_x = a_2, \quad a_y = a_1. \quad (2.65)$$

K výše uvedenému výpočtu dodejme, že pro $\tilde{\alpha} = \alpha = 45^\circ$ je $a_x = a_y, \psi = 45^\circ$ nebo $\psi = 135^\circ$ a obě strany rovnice (2.58) divergují.

Nyní podle definice (2.22) můžeme vypočítat skutečný úhel α , abychom ze soustavy rovnic (2.58), (2.59) mohli vyjádřit

$$\cos \varphi = \frac{K_1}{\tan(2\alpha)}, \quad (2.66)$$

$$\sin \varphi = \frac{K_2}{\sin(2\alpha)} \quad (2.67)$$

a nalézt příslušný úhel φ , např. s využitím dříve zavedené funkce $\text{atan}(X_1, X_2)$ (viz např. (2.30)) čili čtyřkvadrantové funkce arkustangens respektující znaménka sinu a kosinu hledaného úhlu

$$\varphi = \text{atan}(\cos \varphi, \sin \varphi) + n 360^\circ, \quad (2.68)$$

$$n \in \{-1; 0\} : \varphi \in [-180^\circ; 180^\circ).$$

Doposud uvedenou teorii shrneme v postupu zpracování měření v následující kapitole. Přitom využijeme zavedené parametry R a K_1 až K_3 .

Ke zpracování experimentálních dat je užitečné mít teoretickou závislost intenzity světla $\tilde{I}(\tilde{\mu})$ prošlého polarizátorem, jehož rovina propustnosti svírá s hlavní poloosou skutečné obecné polarizační elipsy úhel $\tilde{\mu}$, tj. volba nejjednoduššího kartézského souřadného systému, který souvisí s laboratorním systémem rotací kolem společné osy z právě o úhel ψ

$$\tilde{\mu} = \mu - \psi. \quad (2.69)$$

Předpokládáme, že měřený signál (intenzita) \tilde{I} je přímo úměrný kvadrátu amplitudy (viz (2.51)) neboli kvadrátu maximální projekce ρ bodů elipsy do směru $\tilde{\mu}$, jejíž velikost nyní odvodíme. Při projekci bodů elipsy do přímky \tilde{p} (viz obr. 2.2) popíšeme libovolný bod A této přímky parametrem p a směrovým vektorem $\mathbf{u}_{\tilde{p}} = (\cos \tilde{\mu}; \sin \tilde{\mu})$, jenž vynásobený p přímo dává souřadnice bodu A. Směrový vektor kolmice \tilde{t} na přímku \tilde{p} je tedy např. $\mathbf{u}_{\tilde{t}} = (-\sin \tilde{\mu}; \cos \tilde{\mu})$, s jehož pomocí a s využitím souřadnic bodu A popíšeme libovolný bod T přímky \tilde{t}

$$T [p \cos \tilde{\mu} - t' \sin \tilde{\mu}; p \sin \tilde{\mu} + t' \cos \tilde{\mu}],$$

kde t' je druhý parametr. Navíc budeme požadovat, aby bod T ležel na elipse, tedy aby jeho souřadnice splňovaly rovnici elipsy se středem v počátku

$$\frac{(p \cos \tilde{\mu} - t' \sin \tilde{\mu})^2}{a^2} + \frac{(p \sin \tilde{\mu} + t' \cos \tilde{\mu})^2}{b^2} = 1. \quad (2.70)$$

Když budeme hledat velikost parametru t' v závislosti na p , aby bod T ležel na elipse, budeme řešit kvadratickou rovnici (2.70), kterou lze přepsat do anulovaného tvaru

$$t'^2 \left[\frac{\sin^2 \tilde{\mu}}{a^2} + \frac{\cos^2 \tilde{\mu}}{b^2} \right] + t' \left[2p \sin \tilde{\mu} \cos \tilde{\mu} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) \right] + \left[p^2 \left(\frac{\cos^2 \tilde{\mu}}{a^2} + \frac{\sin^2 \tilde{\mu}}{b^2} \right) - 1 \right] = 0. \quad (2.71)$$

Zřejmě diskriminant rovnice (2.71) rozhoduje o počtu průsečíků přímky \tilde{t} s elipsou; my při hledání maximální projekce ρ , resp. ρ^2 budeme řešit podmínku nulového diskriminantu (právě jeden průsečík jako bod dotyku), tzn. rovnici pro $\rho^2 \equiv p^2$

$$4\rho^2 \sin^2 \tilde{\mu} \cos^2 \tilde{\mu} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right)^2 = \left[\frac{\sin^2 \tilde{\mu}}{a^2} + \frac{\cos^2 \tilde{\mu}}{b^2} \right] \left[\rho^2 \left(\frac{\cos^2 \tilde{\mu}}{a^2} + \frac{\sin^2 \tilde{\mu}}{b^2} \right) - 1 \right], \quad (2.72)$$

která má řešení

$$\rho^2(\tilde{\mu}) = a^2 \cos^2 \tilde{\mu} + b^2 \sin^2 \tilde{\mu}. \quad (2.73)$$

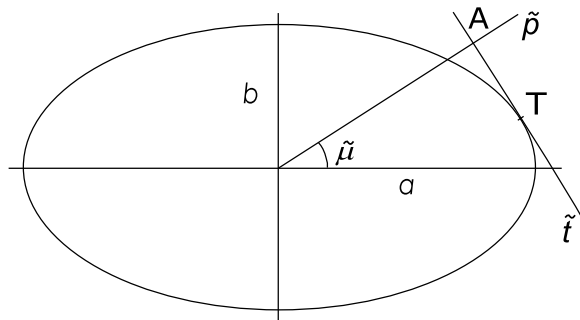
Tedy po uvážení (2.51) můžeme psát očekávanou rovnici

$$\tilde{I}(\tilde{\mu}) = I_{\max} \cos^2 \tilde{\mu} + I_{\min} \sin^2 \tilde{\mu} \quad (2.74)$$

a s využitím transformačního vztahu (2.69) nakonec dostáváme teoretickou závislost

$$I(\mu) \equiv \tilde{I}(\tilde{\mu}) = I_{\max} \cos^2(\mu - \psi) + I_{\min} \sin^2(\mu - \psi), \quad (2.75)$$

již je vhodné fitovat experimentální data $I(\mu)$ při hledání hodnot (nebo pro odečtené hodnoty) I_{\max} , I_{\min} a ψ .



Obrázek 2.2: Projekce elipsy do směru $\tilde{\mu}$

Kapitola 3

Měření a zpracování dat

3.1 Experimentální vybavení

K experimentálnímu určení úplné informace o polarizačním stavu zcela polarizovaného světla potřebujeme minimálně následující pomůcky:

- detektor světla,
- otočný polarizátor s definovaným směrem snadného průchodu popsaným úhlem μ , který lze odečítat na stupnici,
- čtvrtvlnnou destičku se známou polohou rychlé nebo pomalé osy.

Vhodným vybavením laboratoře je automaticky ovládaný polarizátor, který je společně s detektorem (signál je přímo úměrný intenzitě prošlého světla) připojen k AD převodníku, z něhož získáváme experimentálně změřené body závislosti $I(\mu)$ v rozsahu alespoň $\mu \in [0^\circ; 360^\circ]$.

3.2 Postup měření

Na optickém stole v místě, kde chceme experimentálně určit polarizační stav zcela polarizovaného světla, instalujeme otočný polarizátor se stupnicí a za něj detektor prošlého světla. Změříme optimálně 100 až 200 bodů závislosti $I(\mu)$. K redukci asymetrie použitého polarizátoru (tj. naměřená závislost vykazuje periodu 360° namísto 180°) je třeba získat okolo 200 experimentálních bodů, přičemž krajní body měřené závislosti $I(\mu)$ jsou od sebe vzdáleny alespoň 360° včetně! Ke zjištění točivosti světla instalujeme před otočný polarizátor čtvrtvlnnou destičku; točivost určíme po změření závislosti $I_{LR}(\mu_{LR})$ s ohledem na nastavenou polohu rychlé nebo pomalé osy.

3.3 Algoritmus zpracování

Z naměřených hodnot získáme vyjádření polarizačního stavu v základních reprezentacích podle následujícího algoritmu, který využívá výpočty v oddílech (2.1) až (2.3) a zejména ošetřuje singulární případy.

1. Z grafu měřené závislosti $I(\mu)$ můžeme přímo odečíst úhel ψ jakožto bod maximální intenzity v intervalu $[0^\circ, 180^\circ)$, popř. můžeme měřenou závislost přímo fitovat funkcí (2.75). Zkušenosti při fitování pomocí programu gnuplot (viz [6]) ukazují, že fit přes všechny tři veličiny I_{\min} , I_{\max} a ψ může zkonvergovat k zavádějícímu výsledku, kdy si hledaná minimální a maximální intenzita doslova vymění role a potom je výsledek fitování ψ logicky posunut o 90° . V takovém případě ($I_{\max} < I_{\min}$) je třeba hodnoty I_{\min} a I_{\max} prohodit a současně posunout ψ o $\pm 90^\circ$, aby jeho hodnota zůstala v intervalu $[0^\circ, 180^\circ)$. Tato situace musí být v softwaru (jako např. DPOL) ošetřena.
2. Před přesnějším odečítáním I_{\min} a I_{\max} je žádoucí provést redukci asymetrie polarizátoru. Použijeme počáteční naměřené body z intervalu pokrývajícího 270° (vhodné pro případ, kdy se jeden z extrémů nalézá blízko $\mu \approx 0^\circ$ nebo $\mu \approx 180^\circ$). Funkční hodnoty v těchto bodech zprůměrujeme s funkční hodnotou o 180° dál (v případě překročení posledního změřeného bodu pokračujeme cyklicky), přičemž odpovídající hodnotu intenzity I určíme lineární interpolací dvou nejbližších sousedních bodů z obou stran. K redukci asymetrie je třeba, aby měření pokrylo interval délky alespoň 360° .
3. Nakonec z grafu odečteme hodnoty I_{\min} a I_{\max} , případně fitujeme několik bodů v okolí minima i maxima opět funkcí (2.75), a to pro zjištěnou hodnotu ψ z předchozího bodu.
4. Po určení točivosti můžeme popsat měřený polarizační stav světla v eliptické reprezentaci s využitím vztahů (2.54) až (2.57), zejména v parametrech $\psi \in [0^\circ; 180^\circ)$ a $\chi \in [-45^\circ; +45^\circ]$.
5. Z hodnot ψ a χ spočteme podle (2.58) a (2.59) velikosti pomocných parametrů $K_1 = \tan(2\psi) \in (-\infty; +\infty)$ a $K_2 = \sin(2\chi) \in [-1; +1]$.
6. Ze známých hodnot K_1 a K_2 vypočteme velikost pomocného parametru $K_3 \in [0; 1]$ s použitím (2.60) a (2.61). Pro $|K_1| = \infty$ nabývá $K_3 = 1$; viz příslušná limita vztahu (2.60). Podle vztahů (2.62), (2.63) zjistíme z K_3 velikosti pomocných amplitud a_1 a a_2 , které na základě velikosti ψ přiřadíme skutečným amplitudám v kartézské reprezentaci a_x , a_y , tzn. buď podle (2.64), nebo (2.65).

7. Ze skutečných amplitud a_x a a_y vypočteme podle definice (2.22) velikost charakteristického úhlu $\alpha = \arctan(a_y/a_x)$. speciálně pro $a_x = 0$ nabývá $\alpha = 90^\circ$, dále pro $\psi = 45^\circ$ nebo $\psi = 135^\circ$ je hodnota $\alpha = 45^\circ$.
8. Z velikosti úhlu α a dále z pomocných parametrů K_1 a K_2 vypočteme hodnoty kosinu a sinu hledaného fázového rozdílu φ podle vztahů (2.66), (2.67). Musíme však zohlednit následující speciální případy:
 - Pro $\alpha = 0^\circ$ nebo $\alpha = 90^\circ$ se jedná o lineárně polarizované světlo, kdy jedna složka v kartézské reprezentaci má nulovou amplitudu, tedy se neuplatňuje a fázový rozdíl φ ztrácí smysl; v tomto případě přiřadíme $\varphi = 0$.
 - V ostatních situacích mohou nastat divergence výrazů už jen v případě $\alpha = 45^\circ$, což nastává buď pro $\psi = 45^\circ$ nebo $\psi = 135^\circ$ čili v obou případech $|K_1| = \infty$, anebo pro $|K_2| = 1$ neboli kruhově polarizované světlo, kdy ψ nemá smysl. Pro $\alpha = 45^\circ$ nabývá $\sin \varphi$ přímo hodnoty K_2 včetně správného znaménka určujícího pravotočivou (kladný) nebo levotočivou (záporný) polarizaci (nulový pro lineárně polarizované světlo). Příslušnou hodnotu kosinu vypočteme podle $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}$ a vezmeme ji kladnou pro $\psi = 45^\circ$ nebo zápornou pro $\psi = 135^\circ$ (aby např. pro lineárně polarizované světlo jakožto limitu polarizační elipsy pro $\psi = 135^\circ$ vyšlo $\varphi = -180^\circ$; tehdy $\cos \varphi < 0$).
9. Pro zjištěné hodnoty sinu a kosinu úhlu φ určíme úhel $\varphi \in [-180^\circ; +180^\circ)$ tak, aby znaménka sinu a kosinu odpovídala správnému kvadrantu.
10. Z nalezených hodnot parametrů a_x , a_y a φ v kartézské reprezentaci přímo plyne tvar Jonesova vektoru – viz (2.13), resp. (2.17) či (2.18). Zdůrazňuji, že tento zápis se vztahuje k poněkud omezující předpokládané volbě $\varphi_x = 0$ (viz (2.14), nezávislost na volbě počátku času).
11. K transformaci do kruhové reprezentace (a příp. zpětně do eliptické reprezentace pro kontrolu) vypočteme hodnoty pomocných proměnných g_1 až g_4 podle (2.37) až (2.40), z nich dále parametry u , v , φ_{12} a φ_{34} podle (2.41) až (2.44).
12. Nakonec s použitím rovnic (2.45), (2.46), (2.47) určíme parametry a_+ , a_- , φ_{CP} , případně ještě a , b , ψ a eliptičnost χ podle vztahů (2.48), (2.49), (2.50) a (2.5), přičemž znaménko eliptičnosti χ odpovídá znaménku $\sin \varphi$ (záporné pro levotočivé, kladné pro pravotočivé světlo).

Uvedený algoritmus můžeme nyní přímo přepsat do programu.

Kapitola 4

Implementace

4.1 Celková koncepce programu

S ohledem na šum v experimentálních datech, jenž má náhodnou povahu, i pro případ, kdy máme malý počet experimentálních bodů závislosti $I(\mu)$, je nejvhodnější ke zpracování aplikovat fitování naměřených hodnot jednoduchou nesingulární teoretickou závislostí (2.75). K tomu lze využít např. program gnuplot (viz [6]), vyvinutý pro vědecké účely, jenž je volně šiřitelný a zdarma a nevyžaduje instalaci. Z tohoto východiska se odvíjí celková koncepce softwaru.

Celé zpracování bude řídit jeden dávkový soubor DPOL.BAT (zkratka z *Determine Polarization State*), který ve správném pořadí bude volat program gnuplot s řídicím skriptem a mé vlastní programy. Některé vlastní programy budou tyto řídicí skripty vytvářet, dále budou provádět redukci dat a přípravu dat pro fitování, přejímání výsledků a jejich zpracování. Každý vlastní program je odpovědný za konkrétní úkol. Tato koncepce dovolí v budoucnu rozšiřovat a upravovat proces zpracování, např. deaktivací programu či přidáním dalšího programu apod., a to vždy jednoduchou editací dávkového souboru. K tomu je nutné zavést několik standardů specifikovaných v následujícím oddíle.

4.2 Standardy

Vlastní programy byly napsány v programovacím jazyku Turbo Pascal verze 6.0. Programy vzájemně komunikují výhradně přes soubory v *aktuálním pracovním adresáři*. Hodnoty (např. výsledky zpracování a nastavení) se předávají v souboru `dpo1_env.set`, jehož položky (Environment Variable) jsou typu záznam standardního názvu proměnné (`name`) a reálného čísla (`val`) jako její hodnoty.

```
Type EnvVar = record
    name : string;
    val : real
end;
```

Příklady standardních názvů proměnných prostředí jsou:

- `Fit_For_Delta_Mu` ... pološířka intervalu, z něhož se berou experimentální body pro přesné fitování I_{\min} a I_{\max} , dále
- `Points` ... počet experimentálních bodů závislosti $I(\mu)$,
- `ERROR_lines_no` ... počet chybných řádků ve vstupním datovém souboru,
- `Global_Imax` a `Global_Imin` ... globální maximum a minimum v souboru naměřených bodů,
- `Global_Imax_at_angle` a `Global_Imin_at_angle` ... bod (úhel) globálního maxima a minima v souboru naměřených bodů a konečně
- `psi`, `Imax` a `Imin` ... hledané parametry v eliptické reprezentaci, které se při zpřesňování přepisují.

K proměnným prostředí lze přistupovat z operačního systému pomocí programu `DPOL_ENV.EXE`. Názvy proměnných `name` nejsou citlivé na velká / malá písmena.

Datové soubory (s příponou `.tmp`) s experimentálními body závislosti $I(\mu)$ obsahují položky typu záznam dvou reálných čísel: první je úhel μ ve stupních a druhé je relativní intenzita I .

```
Type INTENSITY = record
    mu : real;
    I : real
end;
```

Standardní názvy datových souborů jsou:

- `data.txt`, `dataLR.txt` ... vstupní ASCII datové soubory obsahující na každém řádku jeden experimentální bod závislosti $I(\mu)$, resp. $I_{LR}(\mu_{LR})$, tzn. dvě reálné hodnoty μ a I oddělené výhradně mezerou,
- `dpdata`, `dpdataLR` ... binární soubor s příponou `.tmp` a textový soubor s příponou `.txt` obsahující správně načtená data z předchozích textových souborů do položek typu `INTENSITY`,
- `dpdata_r` ... opět s příponami `.tmp` a `.txt`, obsahující redukováná data závislosti $I(\mu)$; tento soubor se jednotlivými redukcemi přepisuje,
- `dpdatarm` ... s příponami `.tmp` i `.txt`, obsahující neplatné body závislosti $I(\mu)$ ze zpracování vyřazené.

Vedle standardních přípon pro datové soubory `.txt` (ASCII soubor) a `.tmp` (binární soubor) se bude používat přípona `.gp` pro řídicí skript programu `gnuplot` (v ASCII znacích). Rovněž *výstupy z programu gnuplot* budou textové soubory s příponou `.txt` a s pevně danou strukturou, tj. obsahem jednotlivých řádků:

1. nadpis (při čtení se ignoruje),
2. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
3. hodnota I_{\max} (pouze reálné číslo na tomto řádku),
4. hodnota chyby I_{\max} (pouze reálné číslo, nebo poznámka),
5. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
6. hodnota I_{\min} (pouze reálné číslo),
7. hodnota chyby I_{\min} (pouze reálné číslo, nebo poznámka),
8. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
9. hodnota ψ (pouze reálné číslo),
10. hodnota chyby ψ (pouze reálné číslo, nebo poznámka),
11. případné další řádky se ignorují.

Program na transformaci z eliptické reprezentace do ostatních se jmenuje `TPOL.EXE` (ze zkratky *Transform Polarization State*). Vstupní parametry neboli hodnoty a , b , ψ a $\text{sign}(\chi)$ čili točivost (-1 pro levotočivé světlo, $+1$ pro pravotočivé a 0 pro lineárně polarizované světlo) program načítá ze souboru `tpol.in.txt` s následující pevně danou strukturou řádků:

1. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
2. hodnota a (pouze reálné číslo na tomto řádku),
3. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
4. hodnota b (pouze reálné číslo),
5. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
6. hodnota ψ (pouze reálné číslo),
7. název proměnné na následujícím řádku (při čtení se ignoruje),
8. hodnota $\text{sign}(\chi)$ (pouze jedno z čísel -1 , 0 nebo $+1$),
9. případné další řádky se ignorují.

Veškeré výše uvedené datové soubory splňující dané standardy budou vytvářeny a hledány v pracovním adresáři společně se vstupními datovými soubory `data.txt` a `dataLR.txt`. K nim se překopíruje dávkový soubor `DPOL.BAT`, který se v tomto pracovním adresáři spustí a postupně bude volat jednotlivé programy umístěné v adresáři pevně nastaveném v dávkovém souboru. Užívání standardních názvů programů a souborů současně řeší omezení délky názvu souborů na 8 znaků plus maximálně 3 znaky přípony, což programy vyžadují.

4.3 Program DPOL

Software pro kompletní zpracování naměřených dat se jmenuje DPOL a skládá se z jednoho dávkového souboru `DPOL.BAT`, dále z programů napsaných v programovacím jazyce Turbo Pascal verze 6.0 a nakonec z programu `WGNUPLLOT.EXE`, který se postará o grafické zpracování a fitování a jenž je součástí balíku s manuálem, demonstracemi aj., avšak tyto doplňky nejsou pro software DPOL nezbytné.

Instalace, přemístění

Vlastní programy ani program `gnuplot` není třeba instalovat ve smyslu jakéhokoliv zápisu (zásahu) do operačního systému. Jedinou nutnou přípravou softwaru je nakopírování všech `.EXE` souborů (doporučeno včetně souboru `DPOL.BAT`) do zvoleného adresáře a následné nastavení cesty k nim v dávkovém programu `DPOL.BAT`. Při první instalaci i v případě přesunutí programů do jiného adresáře je k tomuto účelu možné využít funkci textového editoru Úpravy / Nahradit (Edit / Replace), v níž se nechá vyhledat alespoň ta neplatná část cesty a nahradí se správným řešitelem. Toto zachová veškerá ostatní nastavení. Je doporučeno náhradu provádět krok za krokem (nepoužít Nahradit vše) a jednotlivé záměny vizuálně kontrolovat.

Používání

Je-li dávkový soubor `DPOL.BAT` správně nakonfigurován (viz instalace) a v jeho základním nastavení (včetně optimálního nastavení prepínačů a proměnných prostředí, dále mazání dočasných souborů, viz Popis funkce) je uložen nejlépe společně s `.EXE` soubory softwaru DPOL v jednom adresáři, je možné jej z tohoto umístění překopírovat k naměřeným datům. Doporučený postup při zpracování měření je:

1. Vytvořit pracovní adresář s názvem vystihujícím účel měření (omezení na délku a znaky je pouze ze strany operačního systému).
2. Překopírovat do pracovního adresáře dávkový soubor `DPOL.BAT`.
3. Do pracovního adresáře nakopírovat (přesunout) naměřené body závislosti $I(\mu)$ a $I_{LR}(\mu_{LR})$, tj. dva textové soubory splňující standard formátu dat

akceptovaného programu `DP_READ.EXE` a `DPLRREAD.EXE` včetně toho, že tyto soubory musí být přejmenovány na standardní názvy `data.txt` a `dataLR.txt`. (Soubor `dataLR.txt` však není nezbytný.)

4. V případě potřeby v pracovním adresáři editovat dávkový soubor `DPOL.BAT`, nevyhovuje-li jeho implicitní nastavení.
5. Spustit dávkový soubor `DPOL.BAT` v pracovním adresáři a řídit se zobrazenými pokyny a informacemi (je doporučeno zvolit automatické zpracování).

Popis funkce a editace dávkového souboru `DPOL.BAT`

Dávkový soubor po spuštění nejdříve zkontroluje dostupnost všech výkonných programů pro zadané umístění (v případě chyby vypíše chybové hlášení a skončí). Poté se zobrazí hlavní menu softwaru a spustí se program `DPCHOICE.EXE`, jenž čeká na platnou volbu uživatele. Řízení podle volby přeskočí na příslušné návěští a plní se následující sekvence volání programů či příkazů. Spuštění některých programů je podmíněno (ošetřeno) existencí datového nebo dočasného souboru (např. program `DPOL_MAN.EXE` k manuální editaci a potvrzení výsledných hodnot nemůže být spuštěn současně dvakrát; takový pokus vede k okamžitému ukončení dávkového souboru).

Editace dávkového souboru zahrnuje deaktivaci (aktivaci) určitých volání pomocí vložení (vymazání) sekvence znaků `REM` na začátku příslušného řádku (tj. vykomentování a odkomentování). Další potřebou může být změna přepínačů některých programů, např. u programů `DPLRREAD.EXE` a `DP_FIT0.EXE` až `DP_FIT2.EXE` přepínač `DISP_ON` aktivuje zobrazení grafického zpracování, `DISP_OFF` toto vypne. Maximálně osm znaků jakožto platných voleb v menu (kromě mezery, `ESC`, `ENTERu`) může mít v jediném parametru program `DPCHOICE.EXE`. Další významnou možností je čtení, případně změna proměnných prostředí s využitím programu `DPOL_ENV.EXE` s prvním parametrem `SET` nebo `PRINT` (popř. `PRINTSCR` tisk na obrazovku), druhým parametrem je název proměnné prostředí a v případě přepínače `SET` se ve třetím parametru zadá reálné číslo v platném formátu. Jediný parametr `PRINT` vypíše všechny uložené proměnné a jejich hodnoty do souboru `dpol_env.txt`, případně `PRINTSCR` provede totéž na obrazovku.

Automatické zpracování

Doporučená a základní volba v menu je automatické zpracování, které v první verzi softwaru `DPOL` provádí následující úkony, resp. volání programů:

1. `DP_READ.EXE` ... načte datový soubor `data.txt`, zapíše platné body do binárního souboru `dpdata.tmp` (i do textového protějšku `dpdata.txt`), dále zapíše proměnné prostředí `Points` (počet platných bodů) a `ERROR_lines_no` (počet řádků s chybou).

2. `DP_RED0.EXE` ... vykoná základní kontrolu dat zahrnující vyřazení případných záporných hodnot relativní intenzity a seřazení bodů vzestupně podle úhlu μ . Dále nalezne a zapíše do proměnných prostředí úhel a hodnotu globálního maxima a minima a zároveň úhlem globálního maxima (posunutým do intervalu $[0^\circ; 180^\circ)$) odhadne hodnotu ψ ; program uloží data do binárního souboru `dpdata_r.tmp` (i do jeho textového protějšku `dpdata_r.txt` pro program `gnuplot`).
3. `DP_REDA.EXE` ... provádí redukci asymetrie polarizátoru v případě dostatečného počtu bodů v intervalu délky alespoň 360° pro úhel μ ; program vyžaduje přejmenovat vstupní datový soubor `dpdata_r.tmp` na `dpredain.tmp` a data po redukci asymetrie uloží opět do souboru s názvem `dpdata_r.tmp` a přepíše jeho textový protějšek `dpdata_r.txt`, tentokrát v rozsahu hodnot 270° pro úhel μ .
4. `DP_FIT0.EXE` (s přepínačem `DISP_ON`) ... připraví řídicí skript `dp_fit0.gp` pro program `gnuplot`; pokud najde odhad pro ψ , I_{\max} a I_{\min} v proměnných prostředí (nejspíš hrubé odhady z globálních extrémů), přednastaví je pro fitování, jinak `gnuplot` počáteční hodnoty odhadne sám.
5. `WGNUPLOT.EXE` (řízený skriptem `dp_fit0.gp`) ... provede fitování redukováných dat uložených v souboru `dpdata_r.txt`, podle nastavení zobrazí redukováná data s fitovací funkcí a výsledky fitování zapíše do souboru `dp_fit0.txt`.
6. `DP_GETF0.EXE` ... načte výsledky z `dp_fit0.txt`, zkontroluje je, aby splňovaly příslušné relace a obory hodnot, a případně opravené (viz oddíl 3.3) je zapíše do proměnných prostředí `psi`, `Imax` a `Imin` jako přesnější odhad ψ a hrubý odhad I_{\max} a I_{\min} .
7. `DP_FIT1.EXE` (s přepínačem `DISP_ON`) ... pokud načte proměnnou prostředí `psi`, překopíruje body z intervalu $[-\Delta\mu + \psi; +\Delta\mu + \psi]$ (příp. posun o 180°) do souboru `dpdatmax.txt` pro přesné fitování I_{\max} , kde $\Delta\mu$ je pološířka intervalu kolem bodu extrému, implicitně nastavená na 10° nebo načtená z proměnné prostředí `Fit_For_Delta_Mu`; pokud se extrém nachází u kraje měřeného intervalu, posune se o 180° dál. Nakonec program připraví řídicí skript `dp_fit1.gp` pro program `gnuplot` s nastavením hodnoty ψ a případně též I_{\min} , pokud se jí podaří načíst z proměnných prostředí.
8. `WGNUPLOT.EXE` (řízený skriptem `dp_fit1.gp`) ... provede fitování vybraných bodů z okolí maxima uložených v souboru `dpdatmax.txt`, podle nastavení zobrazí vybraná redukováná data s fitovací funkcí a výsledek fitování I_{\max} zapíše do souboru `dp_fit1.txt`.
9. `DP_GETF1.EXE` ... načte výsledek fitování (přesnější hodnotu I_{\max}) ze souboru `dp_fit1.txt`, a pokud splňuje příslušné relace (provádí se např. srov-

nání s hodnotou I_{\min} v proměnných prostředí), přepíše hodnotu proměnné prostředí I_{\max} .

10. `DP_FIT2.EXE` (s přepínačem `DISP_ON`) ... pokud načte proměnnou prostředí `psi`, překopíruje body z intervalu $[-\Delta\mu + \psi \pm 90^\circ; +\Delta\mu + \psi \pm 90^\circ]$ do souboru `dpdatmin.txt` pro přesné fitování I_{\min} , kde $\Delta\mu$ je pološířka intervalu kolem bodu extrému, implicitně nastavená na 10° nebo načtená z proměnné prostředí `Fit_For_Delta_Mu`; vybere se taková oblast z intervalu délky 270° , aby se bod minima nenacházel u kraje měřeného intervalu. Nakonec program připraví řídicí skript `dp_fit2.gp` pro program `gnuplot` s nastavením hodnoty ψ a případně též I_{\max} , pokud se jí podaří načíst z proměnných prostředí.
11. `WGNUPLOT.EXE` (řízený skriptem `dp_fit2.gp`) ... provede fitování vybraných bodů z okolí minima uložených v souboru `dpdatmin.txt`, podle nastavení zobrazí redukovaná data s fitovací funkcí a výsledek fitování I_{\min} zapíše do souboru `dp_fit2.txt`.
12. `DP_GETF2.EXE` ... načte výsledek fitování (přesnější hodnotu I_{\min}) ze souboru `dp_fit2.txt`, a pokud splňuje příslušné relace (provádí se např. srovnání s hodnotou I_{\max} v proměnných prostředí), přepíše hodnotu proměnné prostředí `Imin`.
13. `DP_RED1.EXE` ... načte I_{\max} z proměnných prostředí. V případě úspěchu jednak všechny body v souborech `dpdata_r.tmp`, `dpdatarm.tmp`, jednak kompatibilní proměnné prostředí (např. hodnoty globálních extrémů a odečtenou I_{\min}) pronásobí faktorem $1/I_{\max}$, tedy po redukci bude maximum relativní intenzity I_{\max} odpovídat jedné; nakonec přepíše textové protějšky datových souborů.
14. `DPLRREAD.EXE` (s přepínačem `DISP_ON`) ... načte vstupní datový soubor `dataLR.txt`, pokud existuje, a zapíše platné body do souboru `dpdataLR.txt` pro program `gnuplot`. Nakonec připraví řídicí skript s názvem `dp_LRfit.gp` pro fitování těchto dat programem `gnuplot`.
15. `WGNUPLOT.EXE` (řízený skriptem `dp_LRfit.gp`) ... zobrazí experimentální body z měření s předřazenou čtvrtvlnnou destičkou a fituje je funkcí (2.75), přičemž počáteční hodnoty fitování sám odhadne; výsledky fitování zapíše do souboru `dp_LRfit.txt` ve standardním formátu.
16. `DP_DISP.EXE` ... načítá hodnoty ψ , I_{\max} a I_{\min} z proměnných prostředí a podle jejich úspěšného načtení připraví řídicí skript `dp_man.gp` pro program `gnuplot`.
17. `WGNUPLOT.EXE` (řízený skriptem `dp_man.gp`) ... do jednoho grafu zobrazí redukovaná data (uložená v souboru `dpdata_r.txt`), případné vyřazené body

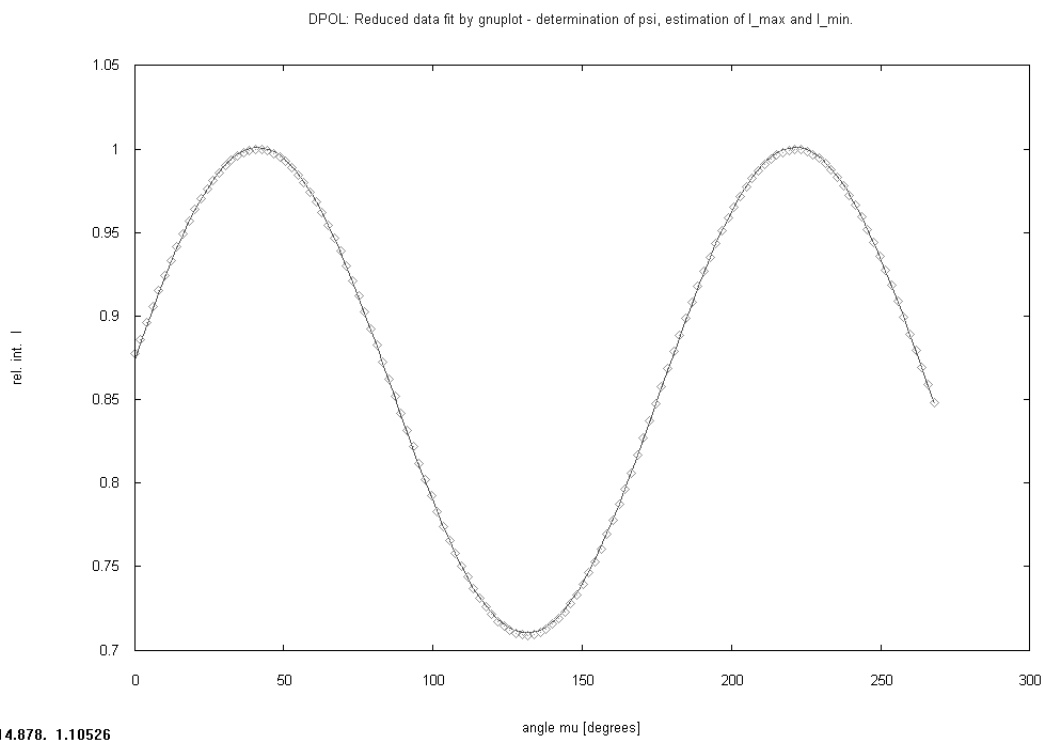
(v souboru `dpdatarm.txt`) a fitovací funkci pro načtené hodnoty ψ , I_{\max} a I_{\min} ; dále pomocí myši umožní vlastnoručně odečíst tyto hodnoty pro případnou následnou opravu.

18. `DPOL_MAN.EXE` ... spustí jednoduché uživatelské rozhraní, které načte a zobrazí nejdůležitější proměnné prostředí a umožní editovat hodnoty ψ , I_{\max} , I_{\min} (automaticky odečtené) a zadat točivost; potvrzené hodnoty zapíše do standardního vstupního souboru `tpol_in.txt` pro program `TPOL.EXE`.
19. `TPOL.EXE` ... načte vstupní hodnoty v eliptické reprezentaci ze souboru `tpol_in.txt` a transformuje je do ostatních základních reprezentací; výsledky zapíše do souboru `tresults.txt`.

Všechny programy s výjimkou `gnuplotu` a `TPOL.EXE` zapisují veškeré případné chyby, varování a nejdůležitější informace do textového souboru `dpol_log.txt`, který je zakládán prázdný programem `DP_READ.EXE` při každém jeho spuštění (čímž se přepíše předchozí soubor). V tomto souboru lze např. dohledat chybné řádky ve vstupních datech, záznam o přepsání hodnoty ψ , I_{\max} , I_{\min} v proměnných prostředí a další z hlediska uživatele významné informace. S pomocí tohoto výpisu bylo možné takto komplexní software ladit.

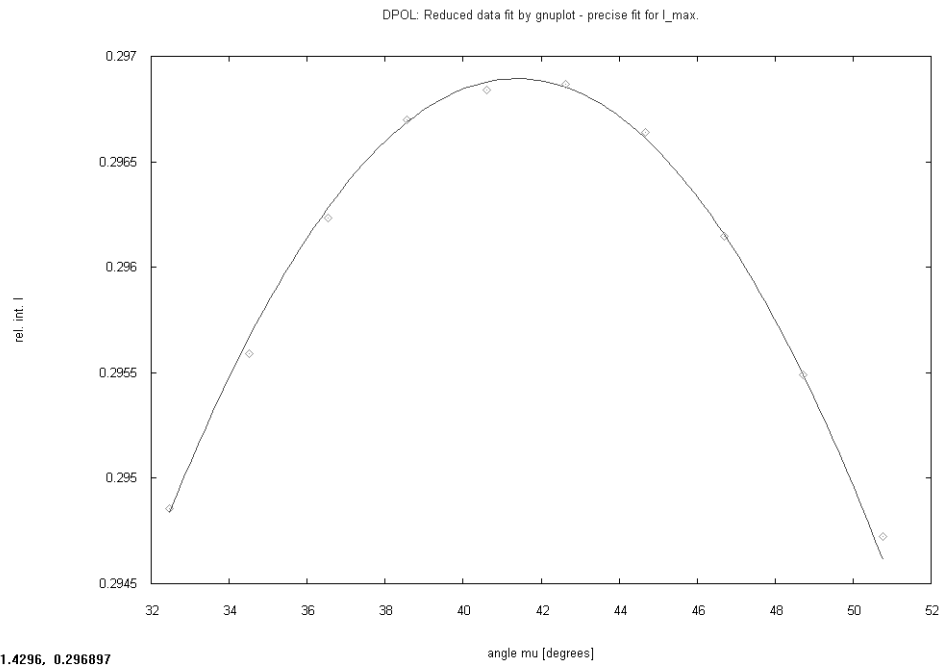
4.4 Ukázka naměřené závislosti $I(\mu)$ a jejího zpracování

Jestliže je při volání programů DP_FIT0.EXE, DP_FIT1.EXE a DP_FIT2.EXE použit přepínač DISP_ON, bude uživatel moci zhlédnout grafický výsledek předběžného fitu (viz obr. 4.1, normován na $I_{\max} \equiv 1$ pro možnost srovnání) a dvou zpřesňujících fitů pro I_{\max} a I_{\min} (viz obr. 4.2 a 4.3), pokud se podaří najít alespoň jeden naměřený bod v okolí zkoumaného extrému.

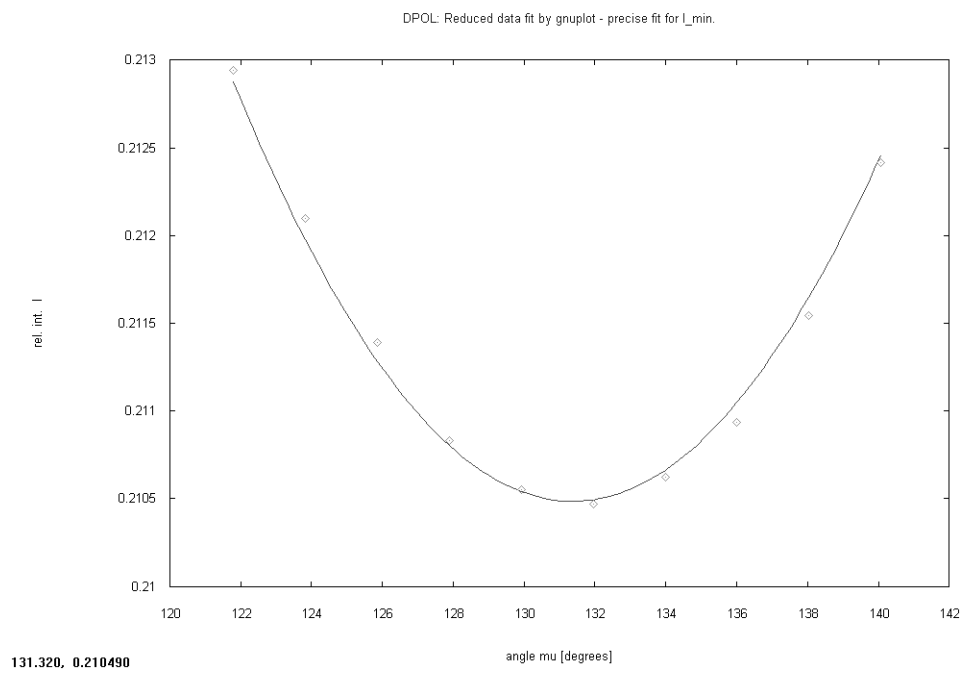


Obrázek 4.1: Výsledek předběžného fitování programem gnuplot

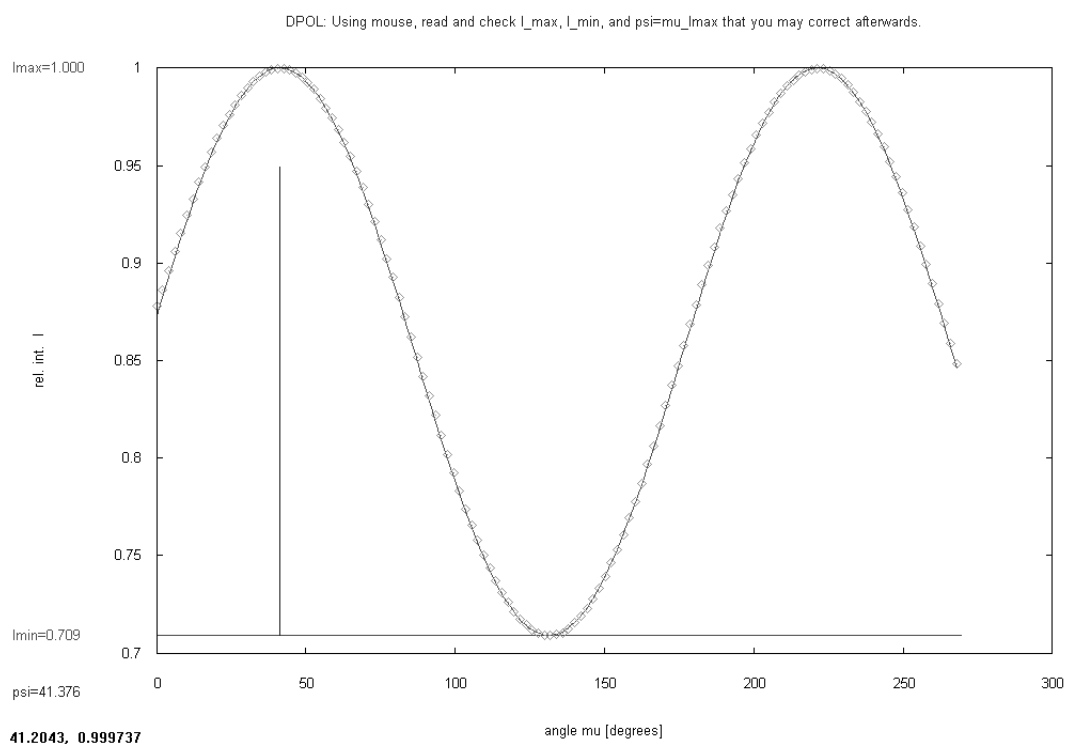
Při kontrole výsledků automatického zpracování a možnosti případného ručního odečtení hodnot ψ , I_{\max} a I_{\min} se nám zobrazí graf jako na obrázku 4.4; automaticky určené hodnoty následně budeme moci potvrdit, eventuelně předtím opravit. Je možné porovnat předběžný a konečný fit (obrázky 4.1 a 4.4; odchylka v okolí extrémů bývá velmi malá) a dále posoudit nutnost redukce asymetrie polarizátoru – viz obr. 4.5 (hodnoty extrémů vůči ideální závislosti vykazují periodu 360° namísto 180°).



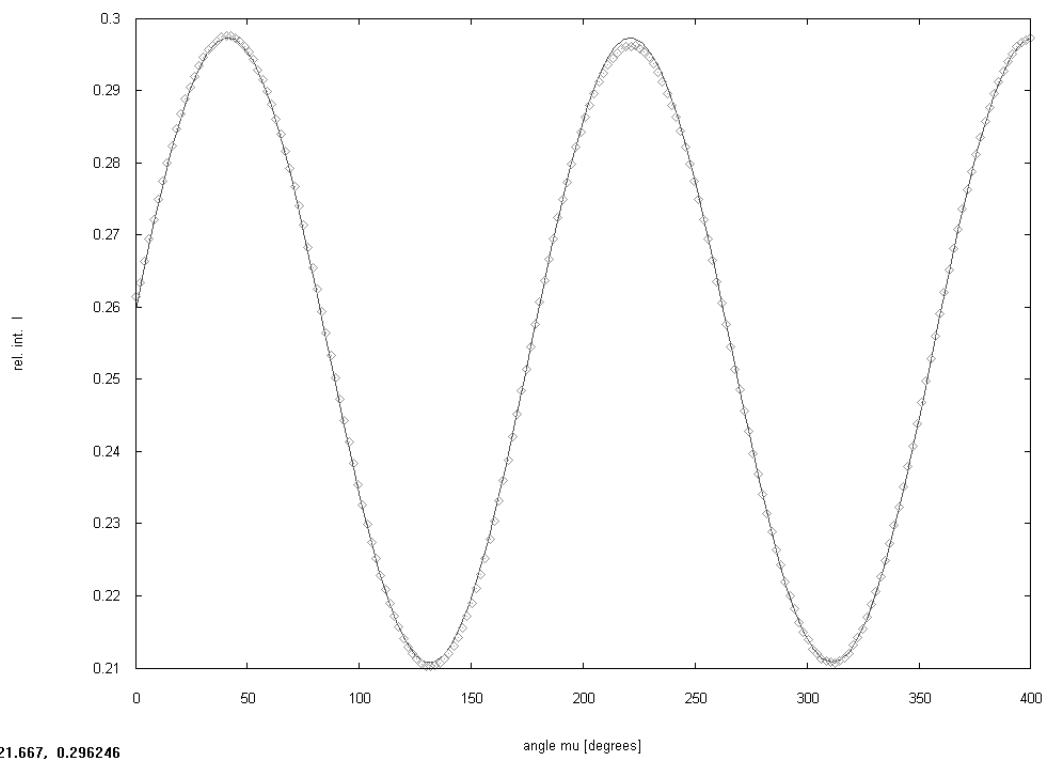
Obrázek 4.2: Výsledek přesného fitování okolí maxima



Obrázek 4.3: Výsledek přesného fitování okolí minima



Obrázek 4.4: Zobrazení výsledků z automatického zpracování a možnost vlastnoručního odečtu z grafu



Obrázek 4.5: Zobrazení původních neredukovaných dat s patrnou asymetrií polarizátoru

Kapitola 5

Diskuse výsledků reálných experimentů

5.1 Výsledky zpracování dat

Pro uvedený příklad naměřených dat (obr. 4.1–4.4) dává fitování programem gnuplot výsledky shrnuté v tabulce 5.1. Hodnoty jsou uvedeny s chybou fitu určenou rovněž programem gnuplot a normovány na $I_{\max} \equiv 1$ pro možnost srovnání. Relativní chyba se vztahuje vždy k přesnějšímu výsledku.

Tabulka 5.1: Srovnání výsledků fitování dat na obrázcích 4.1–4.4

Parametr	ψ [°]	I_{\max}	I_{\min}
Předběžný fit	$41,38 \pm 0,03$	$1,00101 \pm 0,00014$	$0,71016 \pm 0,00018$
Fit extrémů		$1,00000 \pm 0,00006$	$0,70895 \pm 0,00009$
Rel. chyba	0,06 %	0,006 %	0,012 %

Při testování program DPOL zpracoval přes 20 měření, jejichž výsledky byly zatíženy srovnatelnou absolutní chybou. Proto můžeme výsledky uvedené v tabulce 5.1 považovat za typické. Předběžný fit většinou dává vyšší hodnoty I_{\max} a I_{\min} , než jsou výsledky přesného fitování extrémů.

5.2 Diskuse

Podařilo se vytvořit software, který zajišťuje z velké části automatizovaný proces zpracování měření, jehož cílem je stanovit polarizační stav světla. Člověk může správnost výsledků snadno vizuálně zkontrolovat a má mnoho možností, jak odhalit zdroj případných chyb (sleduje jednotlivé fáze zpracování, tj. zejména výsledky předběžného a zpřesňujících fitů, může prostudovat logování jednotlivých programů).

Chyba výsledků je téměř zanedbatelná, pokud měření neovlivnil silný zdroj hrubé nebo systematické chyby. K velkému snížení chyby přispělo zejména užití fitování naměřených hodnot známou teoretickou závislostí (2.75). Srovnání experimentálně změřené a teoretické závislosti současně dává člověku jistotu v otázce správnosti a spolehlivosti výsledků.

Při zpracování v případě dostatečné hustoty experimentálních bodů je možné eliminovat možný zdroj systematické chyby, kterým je asymetrie použitého polarizátoru. Pokud je tato redukce dat nemožná, je nutné deaktivovat zpřesňující fitování extrémů (nebo alespoň načítání jejich výsledků) a lze se spoléhat pouze na předběžný fit přes celý rozsah experimentálních bodů.

Kapitola 6

Závěr

Podařilo se navrhnout a realizovat jednoduchou a nenáročnou metodu pro experimentální zjištění úplné informace o polarizačním stavu světla. Algoritmus zpracování měření byl implementován ve formě softwaru, který je téměř plně automatizovaný a který umožňuje člověku kontrolovat a podle potřeby ovlivňovat průběh zpracování naměřených dat.

Literatura

- [1] Born M., Wolf E.: *Principles of optics*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 7th ed., 1999.
- [2] Hecht E.: *Optics*, Addison Wesley, San Francisco, CA, United States of America, 4th ed., 2002.
- [3] Saleh B., Teich M.: *Základy fotoniky sv. 2*, MATFYZPRESS, Praha, 1994.
- [4] *Polarization tutorial*, katalog CVI Laser Optics, LLC.,
<http://www.cvilaser.com>.
- [5] Saleh B., Teich M.: *Základy fotoniky sv. 1*, MATFYZPRESS, Praha, 1994.
- [6] Williams T., Kelley C.: *Program gnuplot verze 4.0*,
<http://www.gnuplot.info>.