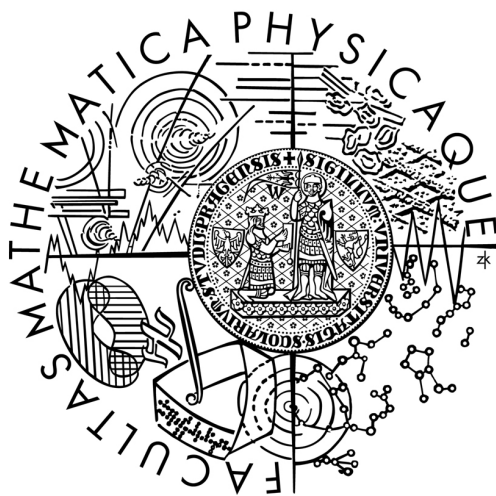


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Lenka Šilarová

**Komplexní čísla ve výuce matematiky na střední škole
s využitím internetu**

Katedra didaktiky matematiky
Vedoucí diplomové práce: RNDr. Jarmila Robová, CSc.
Studijní program: Matematika, Učitelství pro střední školy M-I

Poděkování:

Děkuji všem, kteří mi jakkoli pomohli, aby mohla tato práce vzniknout. Zvláště děkuji RNDr. Jarmile Robové, CSc. za cenné rady a vedení při tvorbě práce. Děkuji také svým rodičům za podporu při studiu.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 21.4.2006

Lenka Šilarová

Obsah

Obsah.....	2
Úvod.....	4
1. Hodnocení existujících webových stránek.....	5
1.1 České stránky	5
1.2 Cizojazyčné stránky	10
1.3 Shrnující tabulka	18
2. Vlastní webové stránky	22
3. Závěr.....	23
4. Seznam použité literatury.....	24
Příloha: Vlastní webové stránky	25

Název práce: Komplexní čísla ve výuce matematiky na střední škole s využitím internetu

Autor: Lenka Šilarová

Katedra (ústav): Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Jarmila Robová, CSc.

e-mail vedoucího: jarmila.robova@mff.cuni.cz

Abstrakt:

Práce je zaměřena na téma komplexních čísel ve výuce matematiky na střední škole. Je rozdělena do dvou částí – hodnocení existujících a vytvoření nových webových stránek, které zpracovávají dané téma.

V první části jsou popsány dostupné webové stránky zabývající se komplexními čísly. Ty jsou zhodnoceny podle několika zvolených kritérií. Na základě provedeného rozboru jsou vytipovány ty stránky, které mohou zpestřit výuku daného tématu na střední škole a které jsou nějakým způsobem zajímavé či prospěšné. Současně je poukázáno na stránky, před kterými je třeba studenty i jejich vyučující varovat.

Druhou část práce tvoří vlastní internetové stránky, kde je zpracováno zmíněné téma. Definice a věty s důkazy jsou doplněny úlohami včetně řešení. Vzniklé stránky jsou dynamické a využívají alespoň z části možnosti Internetu. Obsahují interaktivní prvky ve formě Java-scriptů a Java-appletů, které slouží k dokreslení dané problematiky.

Klíčová slova: komplexní čísla, výuka, matematika pro střední školy, internet

Title: Complex numbers in mathematics education at high school with the help of internet

Author: Lenka Šilarová

Department: Department of Didactics of Mathematics

Supervisor: RNDr. Jarmila Robová, CSc.

Supervisor's e-mail address: jarmila.robova@mff.cuni.cz

Abstract:

The thesis deals with the topic of complex numbers in mathematics education at high schools. It is divided into two parts – rating of already existing web sites concerning complex numbers and creating new ones.

In the first part, available sites attended to the topic are described. They are classified according to several chosen criteria. Sites which are interesting or which can enrich education of given problematics at high school are emphasized. Simultaneously, sites which are unsatisfactory are pointed out as well.

The second part of the thesis consists of own internet sites regarding complex numbers. Definitions and theorems with proofs are complemented by solved exercises. The sites are dynamic and partially use the possibilities of internet. They contain interactive components in the form of Java-scripts and Java-applets which makes the problematics more accessible.

Keywords: complex number, teaching, mathematics at high-schools, internet

Úvod

V dnešní době je již na všech středních školách zaveden internet. Studenti ho tak mají možnost využívat ke svému studiu, mohou díky němu vyhledávat řadu doplňujících informací. Dosud však existuje pouze málo webových stránek, které by kompletně a bezchybně zpracovávaly téma komplexních čísel tak, aby z nich žáci mohli čerpat a používat je jako vyhovující studijní materiál. Tato myšlenka mě zaujala a rozhodla jsem se, že se v rámci své diplomové práce takové stránky pokusím vytvořit.

Diplomová práce má dvě části: hodnocení existujících webových stránek a tvorbu vlastních internetových stránek.

Cílem první části bylo vyhledat dosavadní existující webové stránky zpracovávající téma komplexních čísel a upozornit na ty, které by mohly zpestřit výuku daného tématu na střední škole, které jsou nějakým způsobem zajímavé či prospěšné, nebo naopak před kterými je třeba studenty i jejich vyučující varovat. Níže jsou tyto stránky zhodnoceny podle několika zvolených kritérií a pro větší přehlednost a lepší možnost porovnání jsou výsledky shrnuty do srovnávací tabulky.

Druhou část práce představují internetové stránky, které jsem vytvořila a zpracovala na nich zmíněné téma. Při jejich tvorbě jsem se inspirovala některými existujícími stránkami, a to v tom smyslu, že jsem měla možnost uvědomit si již předem, co by měly moje stránky mít navíc oproti těm dříve vytvořeným, co by se na nich naopak nemělo vyskytnout, protože to na čtenáře nepůsobí dobře, či co by měly zachovat, protože je to nějakým způsobem přínosné. Podstatným faktorem, se kterým jsem se doposud ve výukových stránkách na webu setkala jen zřídka, je interaktivnost. Většina dosavadních stránek je totiž pouze statická. Protože právě dynamičnost může probíranou látku studentům velice přiblížit, obohatila jsem svoje stránky o applety vytvořené v programovacím jazyce Java a určené k dokreslení dané problematiky. Na mnoha prohledávaných stránkách jsem postrádala úlohy určené k procvičení probírané látky, většinou obsahovaly pouze teorii. Při studiu však pouhá teorie nestačí, je nutné ji kombinovat s praxí, a proto jsem zařadila svoje stránky kromě veškeré teorie i příklady. Ty jsou řešené, ale jejich řešení je na počátku skryto, aby studenti měli možnost si příklad nejprve sami vyřešit. Stejně tak jsou na první pohled skryty důkazy vět a takzvaná vysvětlení definic.

Stránky, které jsem vytvořila, jsou určeny hlavně pro studenty, kteří si chtějí komplexní čísla nastudovat sami, bez pomoci učitele, případně pro ty, kterým nestačil výklad ve škole a chtějí si látku zopakovat či utříbit. Prospěšné mohou být i učitelům, kteří se nimi mohou inspirovat nebo z nich čerpat.

Text, jenž bude následovat, obsahuje obě části mé diplomové práce. Druhá část však v tištěné podobě ztrácí své kouzlo dynamičnosti, a proto bude ještě přiložena v elektronické podobě na CD.

Svojí koncepcí navazuje tato práce na diplomovou práci Mgr. Lucie Šibravové a řadí se k souboru prací, které vznikají na naší fakultě s cílem poskytnout žákům středních škol kvalitní a zajímavý učební materiál.

1. Hodnocení existujících webových stránek

Při hledání stránek na internetu byly použity vyhledávací servery Google, Centrum a Seznam. Počet nalezených odkazů poukazujících na stránky zpracovávající dané téma byl poměrně vysoký. Po jejich pečlivém prostudování a zhodnocení jsem však zjistila, že kvalitních stránek, které bych opravdu studentům doporučila, není více než deset, a to je velmi málo. Ostatní stránky jsou buď průměrné, ucházející, nebo podprůměrné, ne příliš vydařené, některé bych dokonce označila za odstrašující příklad a touto cestou bych ráda zabránila tomu, aby se dostaly do rukou studentů. Záměrně ve své práci uvádím příklady vynikajících, průměrných, ale i nevyhovujících stránek.

Rozhodla jsem, že tuto kapitolu rozdělím na tři části. V první jsem se soustředila na stručné slovní hodnocení českých stránek, ve druhé na hodnocení cizojazyčných stránek a ve třetí části jsem zvolila několik kritérií, podle kterých jsem stránky zhodnotila a výsledky pro větší přehlednost shrnula do tabulky. Myslím si, že toto rozdělení stránek na české a cizí může být příjemné pro studenty, kteří neovládají nebo ovládají jen částečně cizí jazyk, ve kterém jsou konkrétní stránky psány. Nemusí tak ztrácet čas hledáním českých stránek v celé kapitole, stačí nalistovat příslušnou část a tam je naleznou všechny pohromadě.

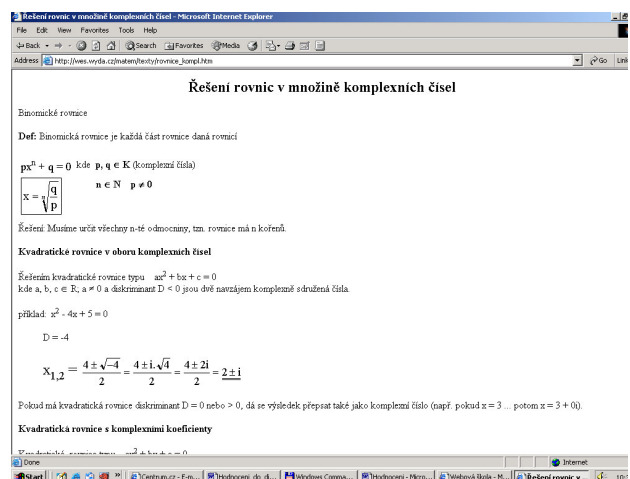
Vzhledem k tomu, že internet se velmi rychle vyvíjí, může se stát, že některé níže uvedené odkazy již nefungují, protože dané stránky již byly odstraněny, případně přesunuty na jinou adresu.

1.1 České stránky

Pomocí vyhledávačů jsem našla osm stránek v českém jazyce. Jejich stručné hodnocení je uvedeno v následující části této kapitoly.

Řešení rovnic v množině komplexních čísel (http://wes.wyda.cz/matem/texty/rovnice_kompl.htm)

Tento dokument rozhodně nepatří do seznamu povedených stránek týkajících se tématu komplexních čísel. Nezmiňuji se o nich proto, abych je studentům doporučila, spíše naopak, abych před nimi varovala.



Na stránkách najdeme pouze stručný černobílý text, který je velmi nepřehledně členěný. Nejsou zde k dispozici žádné příklady na procvičení, pouze samá teorie, pomocí níž se mají studenti naučit řešit základní typy rovnic v množině komplexních čísel. V uvedené teorii jsou ale chyby a některé formulace nejsou příliš srozumitelné, například definice: „Binomická rovnice je každá část rovnice daná rovnicí...“.

Stránky mají podle mého názoru pouze dvě výhody. Tou první je, že jsou psány v českém jazyce. Nalézt stránky zpracovávající téma komplexních čísel v češtině totiž není vůbec snadné. Druhou výhodou je, že jejich uživatel si může dokonce vybrat, zda si je bude prohlížet pomocí výše uvedené adresy či pomocí následující adresy <http://skriptum.wz.cz/matika/Kmprv.htm>. Oba odkazy fungují stejně dobře. Navíc na adrese <http://skriptum.wz.cz/matika/Kmplx.htm> najdeme úvod k tématu komplexních čísel. Ráz těchto stránek je však stejný jako těch předcházejících, nelze je tedy považovat za kvalitní studijní materiál pro středoškolského studenta.

Ostravská univerzita – komplexní čísla (<http://artemis.osu.cz/mmmat/>)

Stránky, které vytvořili členové katedry fyziky Přírodovědecké fakulty Ostravské univerzity, zpracovávají velmi poutavě, kromě jiných, i téma komplexních čísel. Určitě se řadí mezi materiál, který bych studentům zajímavějším se o tuto látku při jejich studiu doporučila.

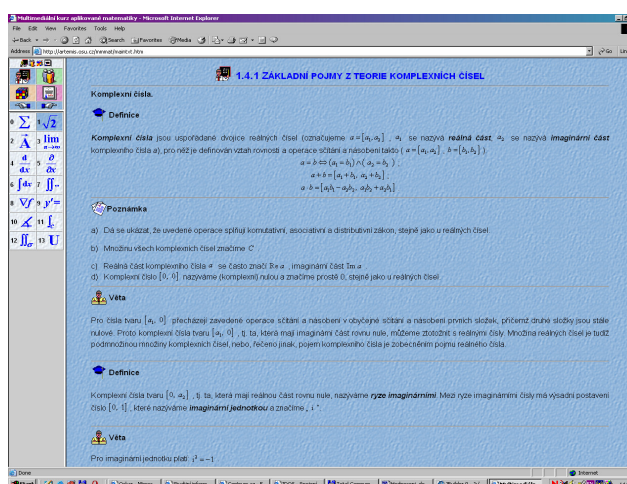
Úvodní stránka obsahuje rozcestí, na kterém si lze zvolit, zda chceme přejít do oddílu teorie, úloh či testů.

Teoretická část obsahuje text objasňující základní pojmy z teorie komplexních čísel, algebraický, goniometrický a exponenciální tvar komplexního čísla, komplexní odmocninu a logaritmus a postupy řešení kvadratické a binomické rovnice v komplexním oboru. Nalezneme zde množství vět, některé včetně důkazů, a také několik vzorových řešení příkladů vztahujících se k aktuální problematice. Celý text je přehledně členěn, takže se v něm čtenář může dobře orientovat.

V části úloh si můžeme vybrat, zda se budeme zabývat teoretickými otázkami a elementárními úlohami či náročnějšími početními úlohami. Pokud se chceme přesvědčit, že náš výsledek je správný, můžeme zvolit možnost zobrazit řešení. Poté se nám však zobrazí pouze výsledek výpočtu, nikoli správný postup.

Část obsahující testy umožňuje studentům, aby zadali počet otázek, na které budou odpovídat, a stiskli tlačítko „vytvoř test“. Kdykoli během něho lze zobrazit řešení úloh a na konec požádat o vyhodnocení testu.

Tato zpětná vazba je při studiu velmi důležitá a zvyšuje využití těchto stránek. Navíc jsou zpracovány v češtině, což na první pohled upoutá pozornost řady studentů. Pokud by je autoři doplnili o nějaké grafické prostředky, které by nám usnadnily představit si natolik abstraktní pojem, jakým je komplexní číslo, obliba stránek by ještě vzrostla.

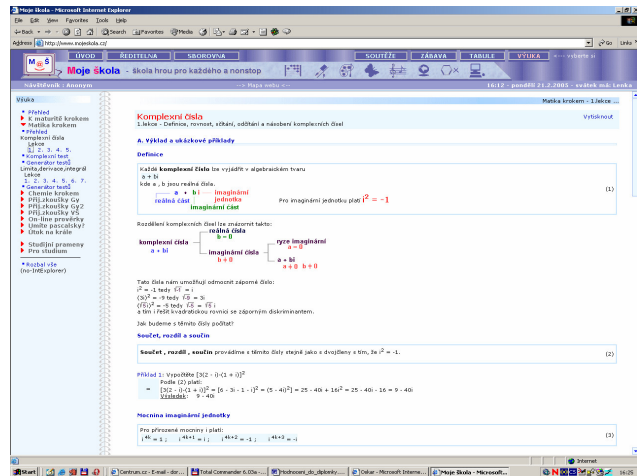


Moje škola - komplexní čísla (<http://www.mojeskola.cz/>)

Mezi všemi internetovými stránkami, které zpracovávají téma komplexních čísel, hodnotím tyto české za nejvíce vydařené.

Úvodní stránka nabízí svým návštěvníkům možnost zvolit si lekci, která se týká právě jimi požadované problematiky. Teorie komplexních čísel je zde zpracována kompletně a velice srozumitelně, takže student nemusí mít strach, že by zde některou z důležitých partií hledal zbytečně. Text je barevný, což pomáhá udržet čtenářovu pozornost i po delší dobu studia, a je doplněn pěknými názornými obrázky, i když pouze statickými.

Studenti, kteří jsou zvyklí na výuku matematiky stylem „definice, věta, důkaz“, budou po shlédnutí těchto stránek možná zklamáni. Výuka zde totiž probíhá formou jakýchsi pouček bez důkazů. Najdeme zde také řešené příklady a velké množství úloh na procvičení na konci každé lekce. Pokud máme při jejich řešení problémy, můžeme požádat o nápovědu a správný výsledek. Dále jsou nám k dispozici kontrolní testy. Každý návštěvník těchto stránek se může zdarma zaregistrovat a potom své řešení odeslat ke kontrole.

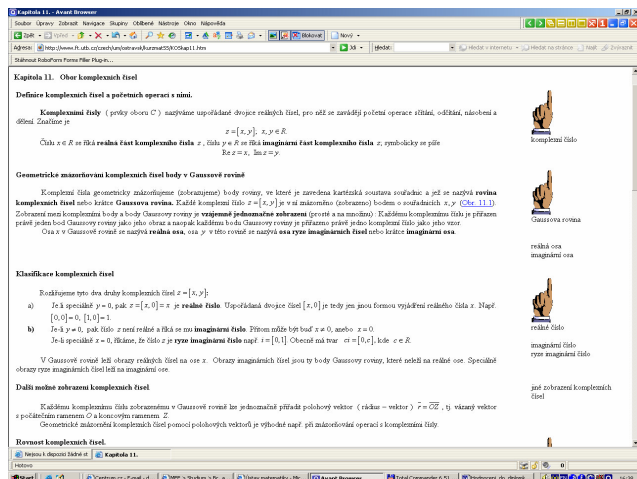


Kurz matematiky – komplexní čísla (<http://www.ft.utb.cz/czech/um/ostravsk/kurzmatSS/KOSkap11.htm>)

Pokud už o komplexních číslech něco víme a nyní si tuto problematiku potřebujeme pouze připomenout, jsme správně na těchto českých internetových stránkách. Zde totiž probíhá kurz opakování vybraných kapitol středoškolské matematiky a jednou z nich jsou právě komplexní čísla.

Nalezneme zde velice přehledný, srozumitelný i když poměrně stručný text pojednávající o daném tématu. Při jeho čtení narazíme na několik odkazů, pomocí nichž si lze zobrazit obrázky, které nám pomohou dokreslit situaci.

I přesto, že stránky obsahují pouze černobílý text, působí na čtenáře díky svému členění celkem příjemně. Jejich nedostatkem je ale fakt, že jsou pouze teoretické. I při opakování, ke kterému jsou určeny, jsou důležité příklady, které zde však nenajdeme.



Wikipedia – Komplexní čísla (http://wikipedia.infostar.cz/c/co/complex_number.html)

Pokud věnujeme více času vyhledávání dalších stránek zabývajících se tématem komplexních čísel, možná nás zaujme vedle adresy uvedené výše ještě odkaz http://en.wikipedia.org/wiki/Complex_number. Tyto dvojce stránky jsou si totiž nápadně podobné. Při podrobnějším prostudování zjistíme, že jsou téměř totožné, pouze jedny jsou psány v češtině, zatímco druhé v angličtině. Je také vidět, že ty české vznikly překladem anglických, a to překladem ne příliš kvalitním. Některé věty nedávají smysl, v jiných jsou nepřeložená slova.

Oboje stránky se zabývají běžnými problémy týkající se komplexních čísel, jako například absolutní hodnota nebo sčítání, navíc si všimají i témat poměrně neobvyklých, jako například maticová reprezentace a aplikace komplexních čísel či „komplexní rozbor“. Všechna témata jsou však zpracována velmi stručně, nesrozumitelně, nic není vysvětleno do detailu. V textu je sice použito množství odkazů, které nám pomohou dostat se na místo v dokumentu, které právě potřebujeme, ale jinak je text pouze černobílý, nezáživý, bez obrázků, jeho přínos pro čtenáře je proto velmi malý.

Tyto stránky nepovažuji za příliš vydařené a rozhodně bych je studentům k jejich přípravě nedoporučila.

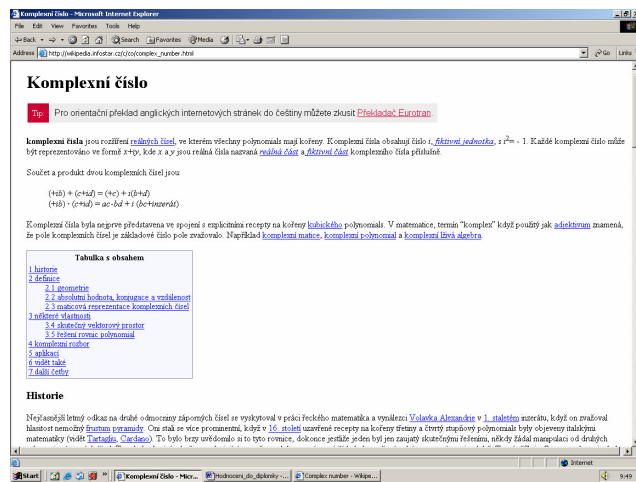
SOOM – Komplexní čísla (<http://soom.cz/index.php?name=articles/show&aid=229>)

Tyto české internetové stránky jsou určeny pro žáky základní školy nebo pro studenty prvního a druhého ročníku středení školy.

Je na nich totiž zpracován úplný úvod do problematiky komplexních čísel. Žáci se zde mohou seznámit s tím, jak se komplexní čísla zavádějí a jak se s nimi provádějí základní aritmetické operace.

Kvůli svému netradičnímu černému pozadí působí stránky poměrně zvláště na první pohled. Avšak díky tomu, že jsou psány srozumitelným „laickým“ jazykem, že neobsahují žádné „učené“ a pro začátečníky nepochopitelné formule, může být jejich čtení pro všechny studenty velmi příjemné a zároveň přínosné.

Pokud opravdu autor dodrží svůj slib a napíše další články, kde bude pokračovat ve výkladu daného tématu, případně je navíc obohatí o obrázky či alespoň cvičné úlohy, budou tyto stránky určitě často navštěvovány a stanou se oblíbeným studijním materiálem.



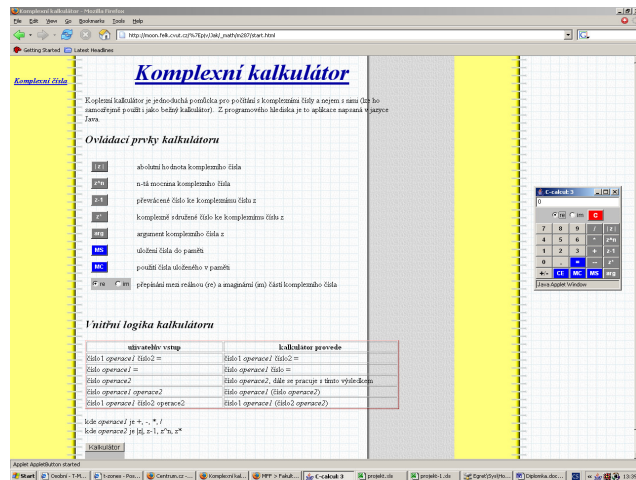
Komplexní kalkulátor (http://moon.felk.cvut.cz/%7Epjv/Jak/_math/m287/start.html)

Na mnoha stránkách, které se týkají komplexních čísel, najdeme pouze zpracovanou teorii, případně jsou nám k dispozici příklady či nějaké testy. Tato stránka je však výjimečná, nabízí nám totiž možnost využít k počítání s komplexními čísly komplexní kalkulátor.

Ten je vytvořen jediným java-appletem. V dokumentu nechybí ani jeho stručný srozumitelný český návod k použití.

Můžeme pomocí něho počítat součet, rozdíl, součin a podíl komplexních čísel, absolutní hodnotu, převrácené a komplexně sdružené číslo ke komplexnímu číslu a jeho n -tou mocninu.

Kalkulátor je funkční, vypadá velmi pěkně na pohled a jeho ovládání je poměrně jednoduché. Mohl by být tedy užitečnou pomůckou pro řadu studentů.



Seminárky – komplexní čísla (<http://www.seminarky.cz/detauly.phtml?id=72>)

Z této adresy si zájemci mohou stáhnout program psaný v programovacím jazyce Pascal, který jim po zadání dvou komplexních čísel spočítá jejich součet, součin, podíl, rozdíl a absolutní hodnoty.

Program sice dobře funguje, ale nechová se příliš “přátelsky” k uživatelům. Po jeho spuštění se na obrazovce objeví nápis: „Zadejte první číslo“, ale není nikde napsáno, v jakém tvaru. To si musí uživatel vyzkoumat sám. Když se mu konečně podaří zadat obě čísla, o která je žádán, ve správném tvaru, program proběhne a skončí, aniž by vypsál jakýkoli výsledek. Ten si musí žadatel buď domyslet, nebo musí vědět, jak ho zobrazit.

Student, který chce tento program využívat, musí mít přístup ke kompilátoru Pascalu a znát jeho ovládání, aby mohl zdrojový kód přeložit a program spustit.

1.2 Cizojazyčné stránky

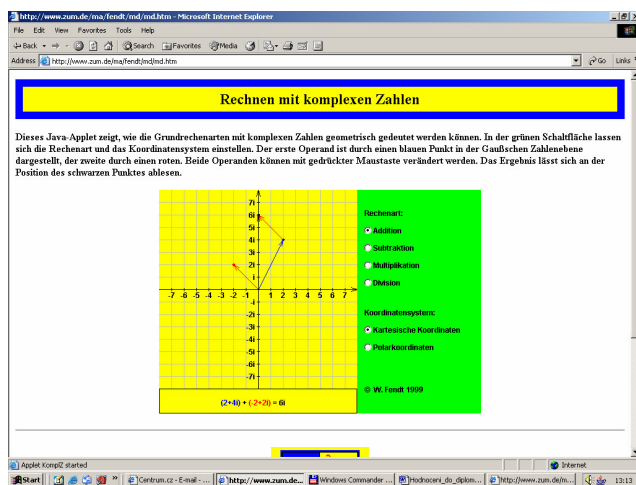
Ve druhé části této kapitoly jsem se zabývala hodnocením stránek psaných v cizím jazyce, konkrétně v jazyce anglickém a německém. Celkový počet všech nalezených cizojazyčných stránek je poměrně vysoký, proto jsem se zde nezmínila o všech vyhledaných stránkách, pouze o několika z nich vybraných.

Rechnen mit komplexen Zahlen (<http://www.zum.de/ma/fendt/md/md.htm>)

Komplexní číslo představuje pro řadu studentů příliš abstraktní pojem, nedovedou si pod ním nic představit, a proto je pro ně obtížné problematiku komplexních čísel pochopit a osvojit si ji. A právě pro takovéto studenty jsou určeny tyto německé matematické stránky.

Najdeme na nich jediný Java-applet, který nám pomůže představit si, jak jsou komplexní čísla znázorňována v Gaussově rovině, jak se sčítají, odčítají, násobí a dělí. Dokonce si můžeme vybírat mezi kartézskými či polárními souřadnicemi.

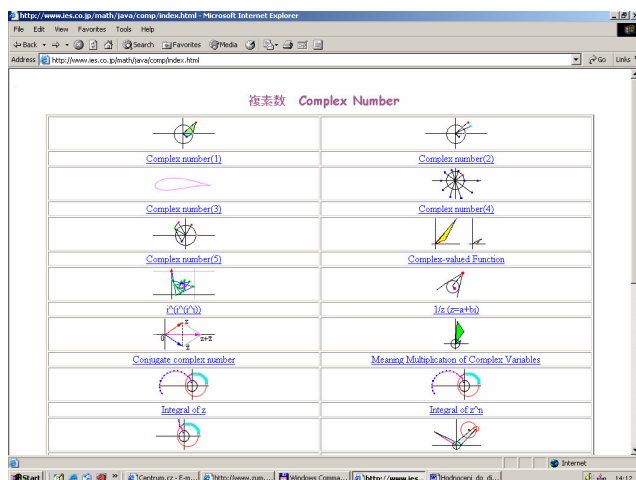
Používání tohoto appletu může příjemně zpestřit výuku daného tématu.



IES - Complex number (<http://www.ies.co.jp/math/java/comp/index.html>)

Pod tímto odkazem se neskrývá text, který by sloužil jako výklad tématu komplexních čísel, přesto mohou být tyto stránky při výuce zmiňované látky velmi prospěšné.

Obsahují množství Java-appletů, které nám mohou díky své názornosti pomoci vyjasnit si dosavadní nesrovnalosti. Stránky jsou sice psané anglicky, což může mnohé studenty na první pohled odradit, ale ovládání appletů je poměrně intuitivní, takže si s nimi lze „hrát“ i bez znalosti angličtiny.

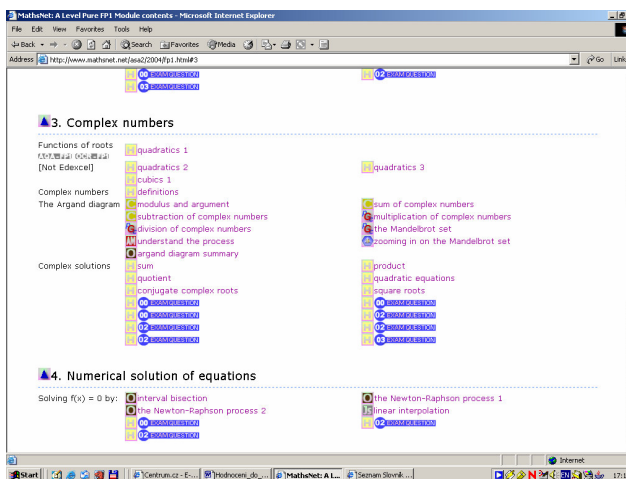


Každý applet se týká jedné konkrétní problematiky z oblasti komplexních čísel a je u něho několik otázek, nad kterými se může student zamyslet a ověřit si tak, zda danému problému opravdu porozuměl. Nechybí zde ani správné odpovědi pro případnou kontrolu.

MathsNet - Complex numbers (<http://www.mathsnet.net/asa2/2004/fp1.html#3>)

Na stránce s výše uvedenou adresou najdeme seznam odkazů, na které lze kliknout a tím se dostat na jiné stránky zpracovávající jednotlivá témata z oblasti komplexních čísel.

Studenti se zde mohou dozvědět, jak jsou komplexní čísla definována, jak se sčítají, odčítají, násobí, dělí a umocňují, co je to absolutní hodnota komplexního čísla, jak vypadá goniometrický a algebraický tvar, jak se hledají kořeny kvadratické rovnice s reálnými či komplexními koeficienty a co nazýváme Mandelbrotovou množinou.



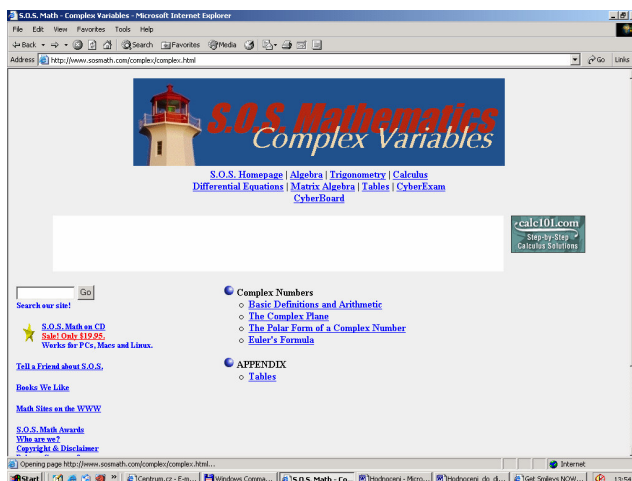
Stránky obsahují řadu Java-appletů, díky kterým se probírané učivo stává pro studenty mnohem názornější a mohou ho tak lépe pochopit. Kromě toho zde nalezneme velké množství příkladů na procvičení včetně možnosti postupně si odkrývat jednotlivé kroky řešení.

Stránky jsou velice kvalitní, dobře propracované a přehledné, proto je lze doporučit jako studijní materiál. Jejich nevýhodou však je anglický jazyk, kterým jsou psané.

S.O.S. Mathematics – Complex Variables (<http://www.sosmath.com/complex/complex.html>)

Tyto anglické matematické stránky jsou určeny pro studenty, kteří se chtějí seznámit s tématem komplexních čísel. Jsou velmi srozumitelné, i když pouze textové bez nějakých dynamických prostředků.

Úvodní stránka obsahuje odkazy na stránky týkající se zavedení, definice a absolutní hodnoty komplexních čísel, pravidel pro počítání s nimi, komplexní roviny, goniometrického tvaru komplexního čísla, Moivreovy a Eulerovy věty.

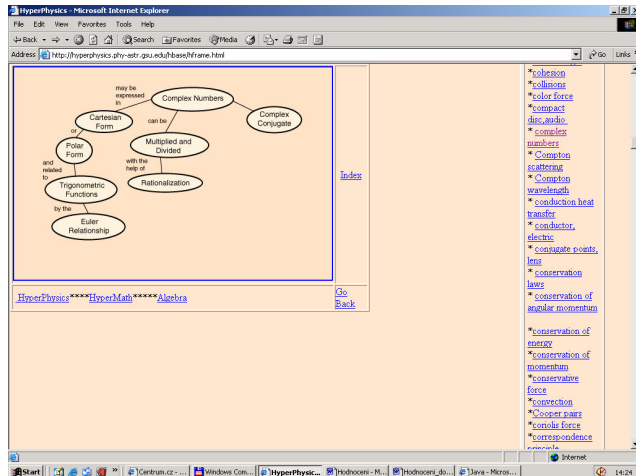


Kromě definic a formulací vět jsou zde také důkazy vět a příklady určené k procvičení probíraného tématu včetně řešení. Řešení příkladů a důkazy vět však nejsou zobrazeny na téže stránce jako zadání příkladů a formulace vět, ale jsou umístěny o úroveň níž. Pokud tedy potřebujeme nápovědu, jak příklad řešit, nebo si chceme zkontrolovat, zda je náš postup a výsledek správný, je možné se na ně podívat po kliknutí na odkaz.

Toto členění stránek do několika úrovní je velmi příjemné. Pokud se čtenář nechce zabývat důkazy a stačí mu pouze znát znění věty, lépe se mu takto v textu orientuje, protože nemusí některé části přeskakovat. Pokud naopak důkaz potřebuje, velmi snadno se k němu dostane.

HyperPhysics - Complex numbers (<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/cplxcon.html#c1>)

Při zobrazení této stránky ve vyhledávači se objeví mapa, která nás informuje, na které všechny oblasti týkající se komplexních čísel je zde možné nalézt odkaz. Po kliknutí na některém z nich se dostaneme do příslušného oddílu, kde je zpracována daná problematika a kde jsou uvedeny další odkazy, pomocí nichž se lze dostat k příbuzným tématům.



Stránky jsou tedy mezi sebou provázány a jsou velice přehledné, protože neobsahují text, který by zbytečně odváděl čtenářovu pozornost (jeden oddíl se vždy zabývá jedním tématem a pokud je například potřeba vysvětlit nějaký pojem, je zde na něho uveden pouze odkaz).

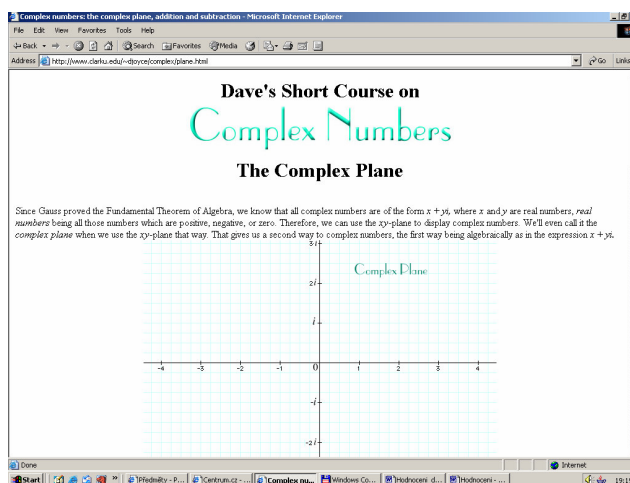
Protože stránky obsahují pouze teorii, nejsou zde k dispozici žádné příklady na procvičení či testy, jsou určeny především pro učitele. Konkrétně pro učitele ovládající anglický jazyk, protože v něm jsou stránky psány. Pro větší názornost by mohly být například obohaceny o prostředky pro zobrazování čísel v Gaussově rovině.

Dave's Short Course on Complex Numbers (<http://www.clarku.edu/~djoyce/complex/>)

Stránky, které se zobrazí ve vyhledávači po zadání výše uvedené adresy, patří k těm, které bych studentům zajímavým se o téma komplexních čísel určitě doporučila.

Probíraná látka je zde srozumitelně zpracována a dobře uspořádána, autor začíná od úplných základů, nepředpokládá žádné předchozí znalosti. Po čtenáři tohoto textu je ale vyžadována znalost anglického jazyka, protože stránky jsou psány v angličtině.

Úvodní stránka obsahuje odkazy na šest samostatných oddílů, které jsou navzájem provázány pomocí dalších odkazů. Každý oddíl pojednává o jedné konkrétní problematice z oblasti komplexních čísel.



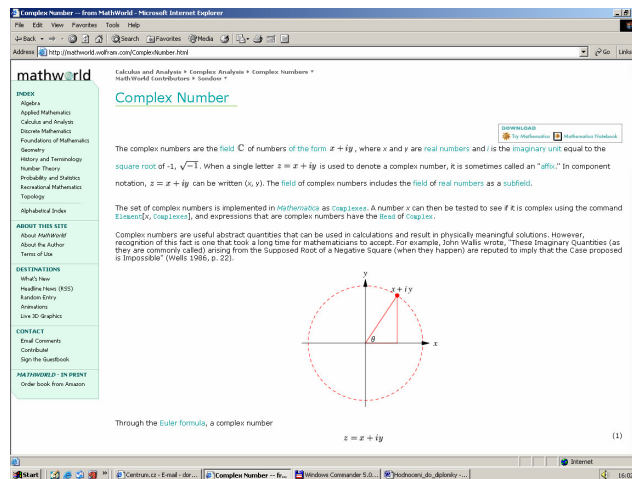
Stránky jsou barevné, proto působí na první pohled velmi příjemně a čtenáře určitě zaujmou. Text je doplněn obrázky, které pomáhají dokreslit situaci. Jsou však pouze statické, nelze s nimi „hýbat“. Obohacení stránek o dynamické prvky by jistě zvýšilo jejich popularitu. Dalším vylepšením by mohlo být doplnění teorie o příklady určené k procvičení.

MathWorld – Complex Number (<http://mathworld.wolfram.com/ComplexNumber.html>)

Další stránky, které bych studentům při jejich vzdělávání v oboru komplexních čísel doporučila, se nám ve vyhledávači zobrazí po zadání výše uvedené adresy. Jejich návštěva ale vyžaduje znalost angličtiny.

Stránky kompletně a bezchybně zpracovávají dané téma, jsou psány srozumitelně, neobsahují žádné složité formulace. Jsou rozděleny do několika oddílů, kde každý z nich se zabývá nějakou problematikou (například dělením v oboru komplexních čísel), a navzájem jsou provázány odkazy. Návštěvník si tedy může nalistovat kapitolu, která ho zrovna zajímá, a nemusí se ztrácet v dlouhém, pro něho v danou chvíli nedůležitém, textu. Tato možnost velmi usnadňuje orientaci v daném materiálu a zpřjemňuje tak práci s ním.

Text je proložen množstvím názorných obrázků a grafů. Marně zde ale budeme hledat příklady určené k procvičování či testy prověřující získané znalosti.

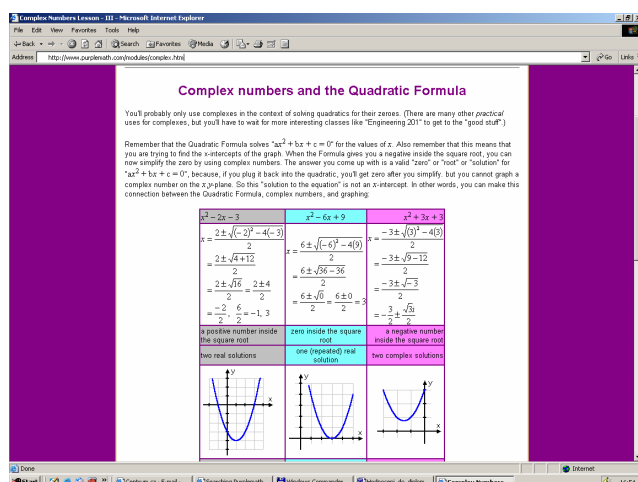


Purplemath – Complex numbers (<http://www.purplemath.com/modules/complex.htm>)

Jestliže předchozí stránky jsem studentům jednoznačně doporučovala, u těchto anglicky psaných tomu tak není, protože jejich kvalita není příliš vysoká.

Jsou rozděleny do tří částí. První se zabývá imaginární jednotkou „i“, jejím významem a vlastnostmi. Druhá část velmi stručně pojednává o tom, jak se komplexní čísla sčítají, odčítají, násobí a dělí. Poslední část popisuje, jaký je vztah mezi konkrétními koeficienty kvadratické rovnice a jejími kořeny (kdy má rovnice komplexní kořeny) a jak lze komplexní číslo graficky znázornit v Gaussově rovině.

Stránky obsahují pouze černobílý ne příliš přehledně členěný text, jehož jediným oživením je zobrazená tabulka. Zpracovávají jenom část teorie komplexních čísel, takže studenti si své znalosti musí doplnit i z jiných zdrojů. Dokument tedy není dostačujícím



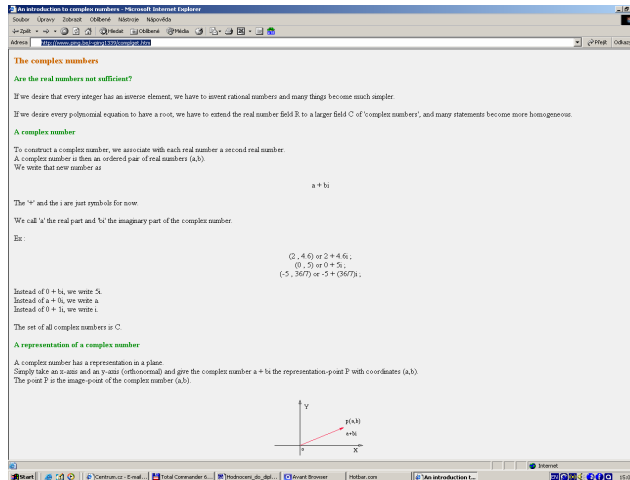
studijním materiálem a navíc nepůsobí vůbec poutavě, rozhodně své návštěvníky nepřesvědčí o tom, že by se k němu měli opakovaně vracet.

MATH – abundance – The complex numbers (<http://www.ping.be/~ping1339/complget.htm>)

Pod tímto odkazem se skrývají anglické internetové stránky, na kterých najdeme veškerou teorii, na níž si z oblasti komplexních čísel z pohledu středoškolského učiva vzpomeneme.

Pokud patříme mezi studenty, kteří mají rádi, když je studijní materiál zaujme při prvním shlédnutí svojí pestrostí, pak pro nás tyto stránky určeny nejsou. Najdeme na nich totiž pouze strohý, i když přehledně členěný, nebarevný text obohacený několika málo obrázky. Na pohled tedy nejsou nijak zajímavé a lákavé. Pokud jsme ale studenty, kteří kladou důraz na obsah, pak jsme na správné adrese. Tyto stránky jsou velmi kvalitní, protože zpracovávají dané téma kompletně, uspořádaně a srozumitelně. Látka zde obsažená dokonce přesahuje rozsah učiva daný středoškolskými osnovami.

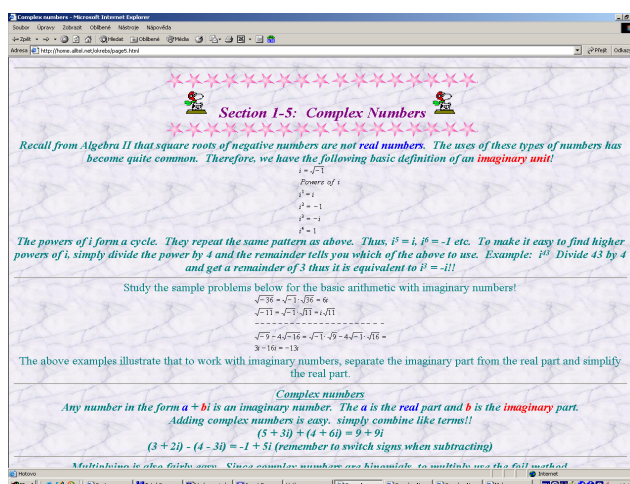
Na stránkách je také umístěn odkaz, pomocí něhož se lze dostat do části dokumentu, ve které si můžeme dostatečně prověřit své získané znalosti. Je zde totiž pro nás připraveno velké množství úloh týkajících se daného tématu určených k zamyšlení. Kromě zadání je zde také jejich řešení, které nám může posloužit jako kontrola našeho vlastního řešení či jako nápověda v případě potřeby.



OJK – Complex Numbers (<http://home.alltel.net/okrebs/page5.html>)

Tyto stránky jsou přesným opakem těch bezprostředně jim předcházejících. Jestliže ty předchozí byly „nudné“, na pohled nezajímavé, tyto stránky mají velmi pěkný vzhled, jímž si přilákají pozornost řady studentů. Jestliže ty předchozí byly kvalitní a zpracovávaly detailně téma komplexních čísel, tyto ho zpracovávají velmi stručně. Dokonce tak stručně, že si nejsem ani jistá, zda vůbec stojí zato se o těchto stránkách zmiňovat.

Nejprve se zde autor pokouší definovat imaginární jednotku „i“. Poté zavede komplexní číslo jako číslo tvaru $a+bi$ a zmíní se o tom, jak se taková čísla sčítají, odčítají, násobí a dělí. Toto celé je záležitostí několika málo řádek. Zmíněné téma je tím uzavřeno a dále pokračuje výklad řešení kvadratických rovnic.



Tento dokument je jasným příkladem toho, že kvalitu studijního materiálu nelze posuzovat pouze podle jeho vzhledu. Mnohem důležitější je, co je jeho obsahem. A protože tento materiál obsahuje jen velmi málo informací, rozhodně bych studentům nedoporučila, aby z něho čerpali.

College algebra – Complex Numbers

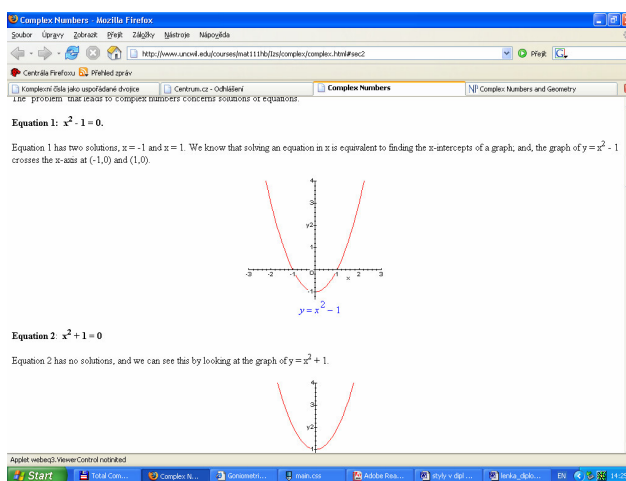
(<http://www.uncwil.edu/courses/mat111hb/lzs/complex/complex.html>)

Anglicky psané internetové stránky, jež můžeme navštívit na této adrese, jsou určeny pro studenty, kterým už problematika komplexních čísel není cizí, kteří si ji chtějí už pouze zopakovat.

Dané téma je zde totiž zpracováno poměrně stručně. Čtenáři se mohou dovědět, co je to imaginární jednotka „i“, proč vlastně jsou komplexní čísla zaváděna, jak se zobrazují v Gaussově rovině a jakým způsobem se s nimi provádějí základní aritmetické operace.

Součástí dokumentu je několik příkladů, u nichž si žák může kliknutím na odkaz zobrazit správný výsledek, avšak bez postupu řešení.

Podle dosavadního popisu nejsou tyto stránky nijak výjimečné. Co je však dělá zajímavými a poměrně neobvyklými, je Java-applet, který zde má každý návštěvník k dispozici. V rámci něho se nám zobrazí část komplexní roviny, do níž můžeme umisťovat vždy dvě libovolná komplexní čísla. Poté, co si ještě zvolíme, kterou operaci s nimi chceme provádět, se její výsledek rovněž zobrazí v rovině. Díky tomuto grafickému prostředí mohou studenti získat lepší představu, jak se vlastně s komplexními čísly pracuje, a toto učivo se jim tak může stát mnohem bližší a také pochopitelnější.



Northpark – Complex Numbers and Geometry

(<http://campus.northpark.edu/math/PreCalculus/Transcendental/Trigonometric/Complex/>)

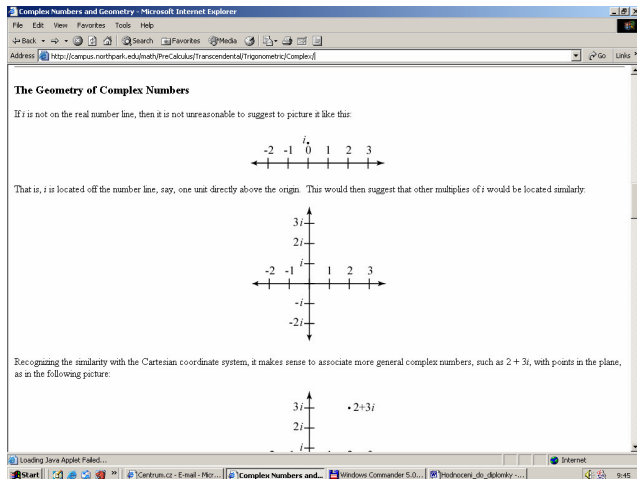
Tyto stránky mají velmi dobře propracovaný systém hladin. To znamená, že v textu je mnoho odkazů, pomocí kterých se čtenář může dostat do jiných částí dokumentu, kde se dočte více o pojmu, na něhož byl odkaz připraven.

Text obsahuje i řadu obrázků a grafů, takže je na pohled poměrně příjemný. Pokud se do něho ale začteme, zjistíme, že není příliš přehledný. Student se v něm po chvíli začne ztrácet, nebude vědět, o čem vlastně čte.

Tyto anglické stránky nelze považovat za studijní materiál použitelný při výuce komplexních čísel na střední škole. Z velké části se totiž zabývají komplexními čísly z historického hlediska, což je určitě zajímavé, ale pro středoškoláka ne příliš důležité, a jen velmi málo se pak zmiňují o ostatních problematikách spojených s tímto tématem. Seznámí nás v podstatě pouze s tím, jak se komplexní čísla a aritmetické operace s nimi prováděné znázorňují v Gaussově rovině.

Stránky však obsahují ještě přílohu, která je naopak pro studenty velmi užitečná. Najdeme v ní totiž velké množství příkladů a nejrůznějších úloh určených k procvičení dané tematiky. Velkou výhodou je také možnost zobrazení si správného řešení včetně postupu.

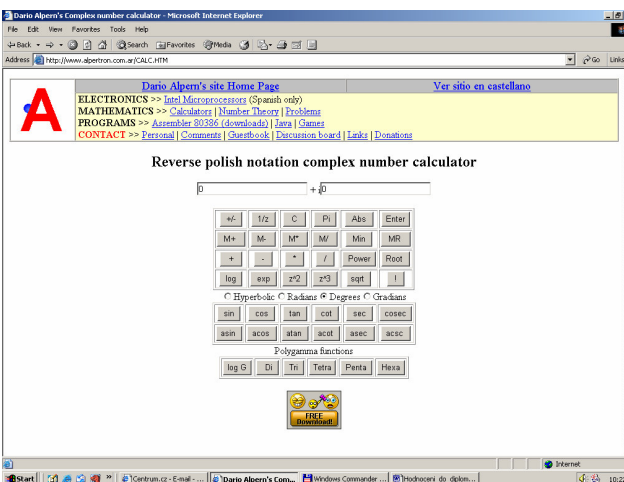
Nevýhodou těchto stránek naopak je, že ne v každém prohlížeči se zobrazí úplně korektně. Místo obrázků můžeme často vidět pouze šedé obdélníky, jejichž původní obsah si musíme jenom domýšlet.



Complex number calculator (<http://www.alpertron.com.ar/CALC.HTM>)

Na výše uvedené adrese najdeme prostředek, který nám může usnadnit práci při počítání s komplexními čísly. Skrývá se tu totiž komplexní kalkulátor.

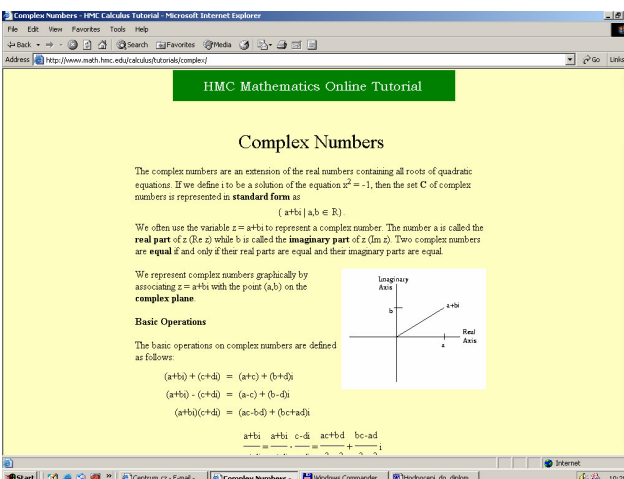
Pokud se uživateli podaří nainstalovat si ho, práce s ním je pak velmi příjemná. Při jeho instalaci však může nastat řada problémů, takže tato činnost vyžaduje notnou dávku trpělivosti. Z vlastní zkušenosti mohu říci, že není vyloučené, že naše pokusy budou marné a instalace se vůbec nepodaří.



HMC – Complex Numbers (<http://www.math.hmc.edu/calculus/tutorials/complex/>)

Stránky, které vznikly na univerzitě Harvey Mudd College, svým vzhledem příliš nezaujmu. Po jejich vyhledání totiž objevíme pouze černý anglický text na žlutém pozadí se třemi obrázky, jinak nic zajímavého nenajdeme.

Pokud mám hodnotit jejich obsah, musím říci, že se dotýkají všech základních témat z oblasti komplexních čísel, i když poměrně stručně. Čtenář, který očekává, že konkrétní problémy zde budou podrobně vysvětlovány, bude pravděpodobně zklamán. Tyto stránky



představují spíše přehled toho, co bychom měli ohledně komplexních čísel znát, takže studentům mohou výborně posloužit jako pomocný materiál při opakování zmíněného tématu.

Zaregistrovaným uživatelům poskytují také možnost udělat si kontrolní test. Kromě toho už ale neobsahují žádné procvičovací úlohy, což považuji za jejich další nedostatek.

1.3 Shrnující tabulka

Ve třetí části této kapitoly jsem shrnula hodnocení jednotlivých matematických stránek do tabulky, při čemž byla použita následující kritéria:

Odborná správnost:

Na internetu existuje množství stránek, které na první pohled upoutají pozornost svým zajímavým designem a přitom obsahují věcné chyby. Zejména před takovými je potřeba studenty varovat.

Didaktická stránka:

Základem kvalitní výukové stránky je bezchybně a srozumitelně zpracované dané téma. Avšak pouze teorie nestačí. Při hodnocení stránky z didaktického hlediska je přihlíženo i k tomu, zda obsahuje řešené příklady, úlohy určené k procvičení a případně možnost kontroly jejich řešení, testy či libovolné prostředky zvyšující názornost probírané látky.

Přístup:

Studenti by měli mít možnost vyhledat si stránku pomocí vyhledávačů nebo k ní přistoupit prostřednictvím odkazů na webových stránkách některé školy. Stránku, na kterou není možno žádným způsobem získat adresu, nelze ke studiu doporučit.

Vzhled:

Pro to, aby mohla být stránka doporučena jako studijní materiál, musí příjemně působit na pohled. Nesmí být příliš výrazná, aby vzhled neodváděl pozornost od obsahu, zároveň však musí zaujmout, aby si ji student vůbec všiml.

Funkčnost:

Po zadání správného tvaru adresy do vyhledávače by se měla stránka, pokud je funkční, vždy zobrazit a nesmí jí to trvat příliš dlouho. Obsahuje-li odkazy, které mají studentům usnadňovat orientaci v textu a práci s ním, měly by fungovat a práci žadateli tak opravdu usnadnit, ne ji naopak zkomplikovat.

Jednoduchost ovládní:

Má-li být stránka kvalitně ohodnocena, její ovládní musí být intuitivní a přirozené. Pokud je složitější nebo vyžaduje-li nějaké speciální postupy, musí být přiložen stručný srozumitelný návod k použití, aby se předešlo tomu, že žák stráví mnoho času zkoumáním, jak vlastně daná stránka funguje, a už mu nezbyly síly na studium samotného obsahu.

Každá stránka je ohodnocena podle všech uvedených kritérií. Zvolena byla tříступňová stupnice od 1 do 3. Ohodnocení číslem 1 znamená, že stránka dané kritérium opravdu výborně splňuje. Číslo 2 signalizuje, že toto kritérium stránka sice do určité míry splňuje, ale mohlo by to být lepší. Hodnocení číslem 3 vypovídá o tom, že z tohoto hlediska stránka nevyhovuje. Znak „-“ říká, že dané kritérium nebylo u této stránky posuzováno, protože tato stránka neobsahuje žádné prvky, které by u ní z tohoto hlediska mohly být hodnoceny.

V hodnotící tabulce najdeme ještě kromě těchto jednotlivých kritérií sloupek označený symbolem Σ , který vypovídá o kvalitě stránky celkově. Pokud v tomto sloupečku vidíme číslo 1, můžeme si být jistí, že jsme právě „narazili“ na stránku, kterou se vyplatí si prostudovat. Pokud nalezneme číslo 2, znamená to, že tato stránka nám sice může být v něčem užitečná, ale jsou zde určité nedostatky. A objevíme-li číslo 3, pak od takové stránky raději „ruce pryč“, ta nám při studiu nepomůže, naopak spíš může ublížit.

Je třeba ještě dodat, že všechna kritéria nemají stejnou váhu (za nejdůležitější považují odbornou správnost a didaktickou stránku) a že hodnocení bývá často subjektivní. Každý uživatel může mít jiný názor na to, zda stránka pěkně vypadá či zda se jednoduše ovládá. Také každý učitel může mít jinou představu o kvalitě stránek z didaktického hlediska.

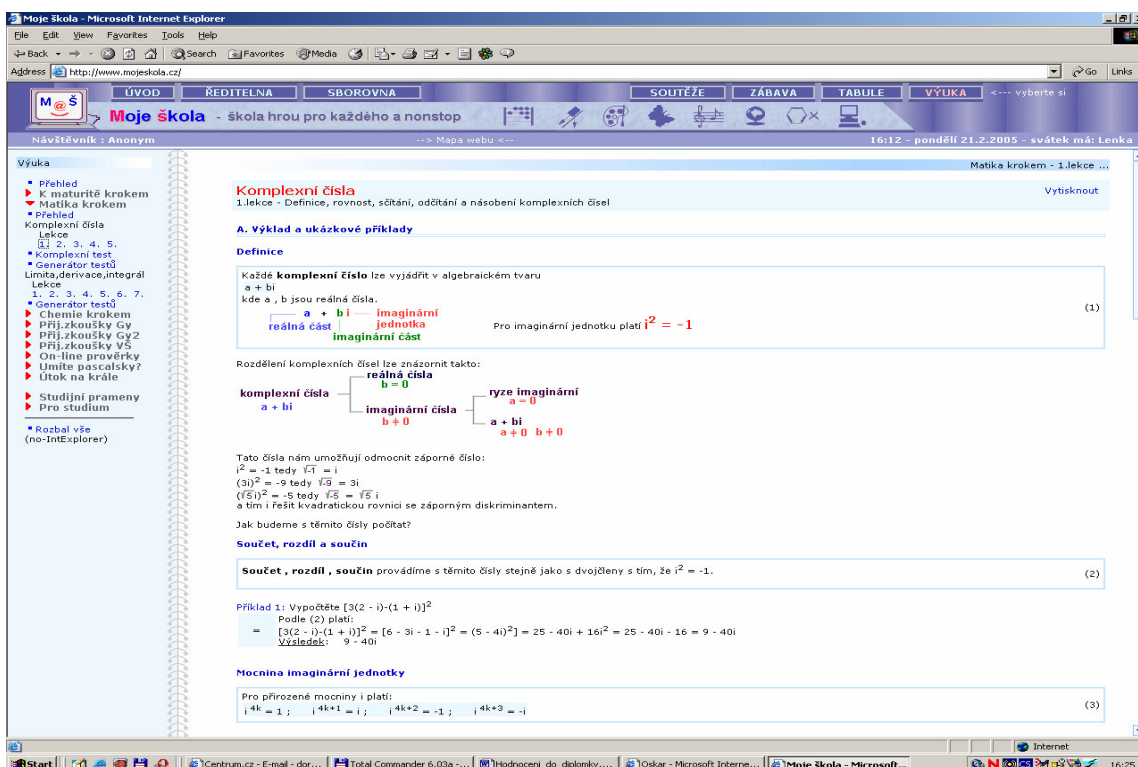
Stránka	Σ	Odborná správnost	Didaktická stránka	Přístup	Vzhled	Funkčnost	Jednoduchost ovládání
Řešení rovnic	3	2	3	1	3	-	-
Ostravská univerzita	1	1	1	1	1	2	1
Moje škola	1	1	1	2	1	1	1
Kurz matematiky	2	1	2	1	2	1	-
Wikipedia	3	2	3	1	3	1	1
SOOM	2	1	2	1	2	-	-
Komplexní kalkulátor	1	-	1	1	1	1	1
Seminárky	3	-	2	2	-	2	3
Rechnen mit komplex.	1	-	1	1	1	1	1
IES	1	-	1	1	1	1	1
MathsNet	1	1	1	1	1	1	1
S.O.S. Mathematics	1	1	1	1	2	1	1
HyperPhysics	2	1	2	1	2	1	1
Dave's Course	2	1	2	1	1	1	-
MathWorld	2	1	2	1	2	1	1
Purplemath	3	1	3	1	3	1	-
Math abundance	1	1	1	1	2	1	1
OJK	3	1	3	1	1	-	-
College algebra	1	1	1	1	2	1	-
Northpark	2	1	2	1	2	2	1
Complex Calculator	2	-	1	2	2	2	2
HMC	2	1	2	1	2	-	-

Tab.1: Shrnující tabulka

Následující dva obrázky jsou ukázkou nejhorší a naopak nejlepší stránky:



Nejhorší stránka - Wikipedia



Nejlepší stránka – Moje škola

2. Vlastní webové stránky

Vzniklé stránky zpracovávají téma komplexních čísel. Nejprve jsou na nich komplexní čísla zavedena jako uspořádané dvojice, poté se stránky zabývají algebraickým tvarem a nakonec goniometrickým tvarem komplexního čísla. Nechybí zde také řešení rovnic v oboru komplexních čísel. Definice a věty s důkazy jsou doplněny řešenými příklady a úlohami určenými k opakování. Statický text je doprovázen Java-applety, které mohou sloužit k dokreslení probírané látky.

Vytištěné webové stránky jsou umístěny v příloze, která začíná na straně 25. Stránky v elektronické podobě jsou k dispozici na příloženém CD.

3. Závěr

Při prohledávání internetu jsem našla velké množství stránek, jež se zabývají mnou zvoleným tématem středoškolské matematiky, a sice komplexními čísly. Na některé z nich jsem ve své práci uvedla odkaz a zhodnotila je. Nemohla jsem však zmínit všechny dostupné stránky, musela jsem vybrat pouze některé. Nalezené stránky mají různou kvalitu. Některé jsou velmi srozumitelné, uspořádané, čtenáři přínosné. Jiné jsou průměrné, lze jim řadu věcí vytknout, ale na druhé straně řada věcí je na nich velmi vydařených. Do poslední skupiny spadají stránky, které jsou jednoznačně nepovedené. Při výběru dokumentů, které zařadím do své práce, jsem se snažila upozornit na ty, které jsou nějakým způsobem zajímavé či výjimečné. Zmínila jsem zde tedy jednak stránky, které rozhodně doporučuji studentům k prohlédnutí, jednak stránky, před nimiž naopak varuji a uvedla jsem odkaz i na několik průměrných. Podstatná část z dostupných stránek je psána v anglickém jazyce, některé v německém a jen několik málo textů je psáno v češtině.

Pokud některý z odkazů uvedených v práci nefunguje, je to pravděpodobně způsobeno tím, že daná stránka byla z Internetu odstraněna a odkaz je již neplatný. Naopak, od doby, kdy jsem prohledávání prováděla, možná vznikly některé další stránky, které by si zasloužily, abych se zde o nich zmínila. Takže rozhodně nemohu říci, že je Internet z hlediska komplexních čísel zcela zmapován.

Podstatnější část mé diplomové práce však tvoří moje vlastní webové stránky zpracovávající téma komplexních čísel. Během prohlížení existujících stránek jsem si všimla, že většina z nich jsou pouze statické učební texty. A protože Internet umožňuje dynamičnost dokumentů, byla by škoda tuto možnost nevyužít, a proto jsem vytvořila stránky interaktivní.

Tyto nově vzniklé stránky mohou být užitečné studentům, kteří dané téma ve škole nezvládají a hledají učební text vhodný k samostudiu, případně studentům, jenž si chtějí komplexní čísla pouze zopakovat a procvičit. Inspirovat se nimi mohou i učitelé.

Text je na těchto stránkách rozčleněn do dvou úrovní, což obstarávají Java-scripty. V první z nich si lze nastudovat základní text – definice, věty, poznámky a zadání příkladů. Ve druhé úrovni pak najdeme takzvané vysvětlení definic, důkazy k větám a řešení všech příkladů. Kromě toho je zde také možné pohrát si s applety vytvořenými v programovacím jazyce Java. Jejich obsluha je velmi jednoduchá a mohou pomoci studentům při představování si natolik abstraktních pojmů, jako jsou komplexní čísla.

Stránky jsou optimalizovány pro nejpoužívanější webové prohlížeče. Může se však stát, že se přesto v některých z nich některá stránka nezobrazí se všemi aktivními prvky.

Komplexní čísla jsou již několikátým tématem zpracovaným v rámci projektu, jenž vznikl na Matematicko-fyzikální fakultě UK a jehož náplní je zpracovat postupně všechna témata středoškolské matematiky v podobě internetových stránek. Snad budou tyto stránky středoškolským studentům při jejich práci prospěšné.

4. Seznam použité literatury

- [1] Calda, E.: Matematika pro gymnázia. Komplexní čísla. Prometheus, Praha 1999
- [2] Davis, S.: Visual J++. Grada Publishing, Praha 1998
- [3] Niederst, J.: HTML. Helion, Gliwice Posko 2004
- [4] Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky. Prometheus, Praha 1997
- [5] Riečan, B.: Matematika pro IV. ročník gymnázií. SPN, Praha 1987
- [6] Rybička, J.: Latex pro začátečníky. Konvoj, Brno 1999
- [7] Sýkora, V., Odvárko, O., Smida J.: Matematika pro gymnázia. SPN, Praha 1980

Příloha: Vlastní webové stránky