

Posudek vedoucího diplomové práce

J. Kynčl:

Crossings in topological graphs

Předložená práce se zabývá průsečíky hran v topologických grafech, tj. v nakreslených grafech do roviny (přesná definice je uvedena na začátku práce). Autor se nejdříve zaměřuje na taková nakreslení úplného grafu, v nichž se každé dvě hrany protínají nejvýše jednou. Není těžké ukázat, že v libovolném nakreslení úplného grafu průměrná hrana protíná řádově $\Theta(n^2)$ dalších hran, kde n značí počet vrcholů. V předložené práci se ukazuje, že v libovolném nakreslení úplného grafu (při výše uvedené podmínce) existuje hrana "chudá" na průsečíky (protínající nejvýše $O(n^2/\log^{1/4} n)$ hran). Řeší se tak otázka z nedávno vyšlé knihy "P. Brass, W. Moser, and J. Pach, Research Problems in Discrete Geometry, Springer 2005" (strana 398). Otázka byla motivována dolními odhady, z nichž první byly publikovány již před více než 30 lety. Uvedený horní odhad $O(n^2/\log^{1/4} n)$ je dále vylepšen na $O(n^{3/2} \log n)$ pro třídu zahrnující mj. tzv. rozšířitelné (extendable) grafy.

Překvapivě přesné odhady na počet neizomorfních nakreslení úplného grafu jsou dokázány v kapitole 3 (pro dvě různé definice izomorfismu). Zajímavé výsledky jsou obsaženy též v kapitolách 4 a 5, zabývajících se nakresleními grafů za předepsaných podmínek, které dvojice hran se protínají či smějí protínat.

Práce je velmi kvalitní, obsahuje řadu zajímavých a netriviálních výsledků, z nichž některé jsou řešeními dříve publikovaných problémů. Důkazy jsou sepsány srozumitelně, pečlivě a elegantně.

Druhá kapitola obsahuje výsledky obsažené též ve společném článku [22], jehož jsem spoluautorem. Autor do ní však vybral pouze jím dokazané a zároveň sepsané výsledky. Zbývající tři kapitoly jsou zcela nové. Jsem přesvědčen, že autor je může rozdělit do dvou článků publikovatelných v kvalitních zahraničních časopisech.

Jednoznačně doporučuji uznání předložené práce za diplomovou.

Doporučuji 1.

Pavel Valtr
Katedra aplikované matematiky
MFF UK Praha