

Název práce: Řetízkové pravidlo

Autor: Jan Březina

Katedra: Katedra matematické analýzy

Vedoucí bakalářské práce: Prof. RNDr. Jan Malý, DrSc.

e-mail vedoucího: Jan.Maly@mff.cuni.cz

Abstrakt: Necht' zobrazení  $u : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  a funkce  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  jsou třídy  $C^1$ , potom složená funkce je třídy  $C^1$  a platí řetízkové pravidlo pro derivování

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(f \circ u)(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial y_i}(u(x)) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(x), \quad j = 1, \dots, m.$$

Je známo, že řetízkové pravidlo může selhat, pokud  $u$  a  $f$  nejsou spojitě diferencovatelné. V současnosti se problematika řetízkového pravidla těší značné pozornosti vzhledem k jejím aplikacím na jemné problémy v teorii parciálních diferenciálních rovnic a variačním počtu. V naší práci se zaměříme na řetízkové pravidlo pro vnější funkci  $f$  konvexní a vnitřní zobrazení  $u$  lokálně sobolevovské. Klasickou derivaci vnější funkce nahradíme postupně dvěma druhy symetrických derivací a budeme zkoumat platnost řetízkového pravidla v závislosti na dimenzi  $n$ .

Klíčová slova: řetízkové pravidlo, derivování konvexních funkcí, subgradient

Title: Chain rule

Author: Jan Březina

Department: Department of mathematical analysis

Supervisor: Prof. RNDr. Jan Malý, DrSc.

Supervisor's e-mail address: Jan.Maly@mff.cuni.cz

Abstract: Let  $u : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  and  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  be  $C^1$  class functions. Then the composite function is a  $C^1$  class function and the following chain rule holds

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(f \circ u)(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial y_i}(u(x)) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}(x), \quad j = 1, \dots, m.$$

It is well known that the chain rule can fail if  $u$  and  $f$  are not continuously differentiable. Recently the topic of chain rule has attracted a great deal of attention due its applications to fine problems in the theory of partial differential equations and in the calculus of variations. In this paper we focus on the chain rule for a convex function  $f$  and a locally Sobolev function  $u$ . We replace the classical derivative of  $f$  by two types of symmetric derivatives and we investigate the validity of the chain rule with respect to dimension  $n$ .

Keywords: chain rule, differentiation of convex functions, subgradient