

## Posudek vedoucího na diplomovou práci Evy Ondráčkové

Předložená práce se zabývá výpočetní složitostí některých otázek souvisejících s grafovou operací nazývanou Seidelovo přepnutí (Seidel's switching). Jedná se tedy o práci z teoretické informatiky, studující výpočetní složitost konkrétních problémů z teorie grafů.

Seidelovo přepnutí je operace, kterou v sedmdesátých letech zavedl holandský matematik J. J. Seidel pro souvislosti s equiangulárními systémy přímek a paritními systémy zvanými 2-grafy. Seidelovo přepnutí bylo studováno zpočátku především lineárně algebraickými metodami a z hlediska existence pravidelných kombinatorických struktur. Až později byly studovány související otázky z hlediska výpočetní složitosti. V tomto směru bylo publikováno několik článků v mezinárodních časopisech, ale poznatky jsou stále dosti roztržité.

Obečná otázka je následující. Pro danou grafovou vlastnost  $P$  nás zajímá, jak těžké je rozhodnout, zda graf na vstupu lze Seidelovsky přepnout na graf mající vlastnost  $P$ . Všechny známé netriviální polynomiální případy (grafy bez trojúhelníků, grafy bez  $K_{1,2}$ , bipartitní grafy a Eulerovské grafy) jsou založeny na 2-splnitelnosti. Jeden z výsledků předložené práce (Věta 5.3) je polynomiální algoritmus pro přepnutí na spáruprostý graf (tj. na graf neobsahující indukovanou kopii grafu  $K_{1,3}$ ). Překvapivě elegantní algoritmus je založen na metodách lineární algebry, konkrétně řešení systému lineárních rovnic nad dvouprvkovým tělesem  $GF(2)$ . V této souvislosti ještě poznamenejme, že polynomiální algoritmus pro přepnutí na graf bez trojúhelníků je základem Haywardova algoritmu pro rozpoznávání tzv.  $P_3$ -struktur grafů (studovaných pro souvislosti s perfektními grafy, tento algoritmus byl ve své době překvapivý, neboť většinou se očekávala NP-úplnost tohoto problému).

V kapitole 4.5 se autorka věnuje naopak novému výsledku NP-úplnostního charakteru. Ukazuje, že rozhodnout, zda vstupní graf lze přepnout na graf obsahující velkou kliku, je těžká (NP-úplná) úloha (Věta 4.13). Konstrukce použitá v této redukci je nápaditá a elegantní a vyžadovala i přípravu v podobě lemmat z teorie čísel. Význam tohoto výsledku tkví mimo jiné v tom, že dosud byla známa jen jediná netriviální vlastnost  $P$  (konkrétně být regulárním grafem), pro kterou přepnutí na graf vlastnosti  $P$  je NP-úplné.

Šestá kapitola je věnována otázce, kdy lze třídu grafů připouštějících přepnutí na graf vlastnosti  $P$  charakterizovat pomocí konečného počtu zakázaných podgrafů. To bylo dříve známo pro několik ojedinělých případů (perfektní grafy, grafy bez perfektního kódu). Autorka přidává v tomto směru jeden nový poznatek, a to popis pomocí konečného počtu zakázaných indukovaných podgrafů pro přepnutí na grafy bez  $K_{1,2}$  (Věta 6.5). Tento výsledek je zajímavý tím, že z něj vyplývá nezávislý polynomiální algoritmus. V případě dalších několika polynomiálních případů charakterizace pomocí konečného počtu zakázaných podgrafů není známa.

Předložená práce obsahuje originální a netriviální výsledky autorky, které jsou publikovatelné v mezinárodním časopise a měly by být zaslány na některou výběrovou konferenci v oblasti teoretické informatiky. Práce je napsána pečlivě a velmi pěkným matematickým jazykem. Plně doporučuji uznat jako diplomovou a hodnotím známkou 1

