

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## DIPLOMOVÁ PRÁCE



Mária Jancurová

### Risk management pro penzijní fondy

Katedra (ústav): *Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky*

Studijní program: *Matematika*

Vedoucí diplomové práce: *Mgr. Petr Jaroš, Dr.*

Studijní obor: *Finanční a pojistná matematika*

Ďakujem môjmu vedúcemu diplomovej práce pánovi Mgr. Jarošovi za podporu a cenné rady poskytnuté pri konzultáciach. Veľmi si vážim miery voľnosti, ktorá mi bola umožnená pri spracovávaní diplomovej práce. Tak tiež chcem poďakovať pánom Mgr. Stanislavovi Sabolovi, RNDr. Pavlovi Bourkovi, Ing. Pavlovi Březinovi, Dr. Jiřímu Krtičkovi a Ing. Petrovi Pohankovi za poznatky týkajúce sa praxe a za poskytnuté data.

Prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu napísala samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov. Súhlasím so zapožičaním práce.

V Prahe dňa

Mária Jancurová



# Obsah

<b>1</b>	<b>Predhovor</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Penzijné systémy</b>	<b>7</b>
2.1	Penzijné systémy podľa prevádzkovateľov . . . . .	7
2.2	Penzijné systémy podľa spôsobu financovania . . . . .	7
2.3	Dávково definované a príspevkovo definované penzijné plány . . . . .	8
2.4	Dôchodkový systém v ČR . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Penzijné fondy a penzijné pripoistenie v ČR</b>	<b>10</b>
3.1	Penzijné pripoistenie . . . . .	11
3.1.1	Vznik a zánik penzijného pripoistenia . . . . .	11
3.1.2	Nároky z penzijného pripoistenia . . . . .	12
3.1.3	Príspevky účastníkov a štátne príspevky . . . . .	13
3.2	Penzijný fond . . . . .	14
3.2.1	Hospodárenie penzijného fondu . . . . .	15
3.2.2	Rozdelenie zisku penzijného fondu . . . . .	17
3.3	Opcie a garancie plynúce z penzijných plánov . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Chovanie fondu z hľadiska klienta a akcionára</b>	<b>20</b>
<b>5</b>	<b>Riadenie aktív a pasív</b>	<b>22</b>
5.1	Modely a ciele ALM . . . . .	22
5.2	ALM model pre penzijné fondy . . . . .	23
5.3	Modely úrokovej miery . . . . .	26
5.3.1	Ho-Lee model . . . . .	29
5.3.2	Hull-Whiteov model . . . . .	30
5.4	Stromy úrokovej miery . . . . .	31
5.4.1	Vybudovanie trinomického stromu pomocou Hull-Whiteovho modelu . . . . .	31

<b>6</b>	<b>Modely ALM pre penzijné fondy v ČR</b>	<b>35</b>
6.1	Konštrukcia modelu . . . . .	36
6.2	1.model-Pasívny prístup ALM . . . . .	40
6.3	2.model-Polopasívny prístup ALM . . . . .	44
6.4	3.model-Modely časovej štruktúry úrokových mier . . . . .	47
6.5	Zrovnanie modelov a prístupov . . . . .	50
<b>7</b>	<b>Dôchodkový systém na Slovensku</b>	<b>55</b>
<b>8</b>	<b>Záver</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Účtovanie podľa IAS a IFRS</b>	<b>61</b>
<b>B</b>	<b>Slovník</b>	<b>64</b>



Název práce: *Risk management pro penzijní fondy*

Autor: *Mária Jancurová*

Katedra (ústav): *Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky*

Vedoucí diplomové práce: *Mgr. Petr Jaroš, Dr.*

e-mail vedoucího: *pjaros@csob.cz*

Abstrakt: *Autorka se venuje modelom penzijných fondov a posudzuje ich adekvátnosť pre české prostredie. V úvodnej časti práce približuje základnú legislatívnu úpravu pôsobenia penzijných fondov v ČR a obmedzenia, ktorými sú penzijné fondy viazané. Zaoberá sa opciami a garanciami penzijného fondu a rozoberá chovanie fondu z hľadiska klienta a akcionára. V ďalšej časti popisuje model riadenia aktív a pasív v penzijných fondoch. Ťažiskom práce je konštrukcia optimálneho modelu ALM pre české penzijné fondy. Vzhľadom k množstvu parametrov a obmedzení je daná úloha vo svojej komplexnosti neriešiteľná. Autorka sa teda zameriava na dva možné prístupy riadenia aktív a pasív. Rozoberá model replikácie záväzkov a pasívny prístup riadenia aktív a pasív. Na základe spoločných charakteristík daných modelov porovnáva tieto modely a posudzuje, ktorý z nich je najlepší pre české penzijné fondy. V závere práce je načrtnutá situácia na Slovensku týkajúca sa penzijných fondov.*

Klíčová slova: *risk management, penzijný fond, ALM*

Title: *Risk management for pension funds*

Author: *Mária Jancurová*

Department: *Department of Probability and Mathematical Statistics*

Supervisor: *Mgr. Petr Jaroš, Dr.*

Supervisor's e-mail address: *pjaros@csob.cz*

Abstract: *The author deals with the models of pension funds and valorizes their adequacy for the Czech environment. In the introductory part of her work the author presents the main legislative adjustment of the function of pension funds in the Czech Republic and their limitations. The author considers the options and guarantees of pension fund and analyses the performance of fund from client's and shareholder's perspective. In the ensuing part the author describes the model of assets and liabilities management in pension funds. The core of the work is the construction of an optimal ALM model for the Czech pension funds. Due to a number of parameters and limitations it is impossible to find a solution to this task in its complexity. The author therefore focuses her attention on two potential approaches in assets and liabilities management, analysing the model of obligation replication and passive approach in assets and liabilities management. She compares common characteristics of these models and resolves on the best model for the Czech pension funds. The conclusion delineates the situation concerning pension funds in Slovakia.*

Keywords: *Risk management, a pension fund, ALM*

# Kapitola 1

## Predhovor

Penzijné fondy, ale aj iné finančné inštitúcie (banky, leasingové spoločnosti) sú z princípu svojich aktivít vystavené tržnému riziku (úrokovému, FX riziku, atd.). Toto riziko musí byť vyhodnocované a aktívne riadené, aby neboli ohrozené pohľadávky veriteľov voči týmto finančným inštitúciám. Penzijné fondy sú do značnej miery vystavené aj akciovému riziku. Vo svete patria medzi najväčších držiteľov akcií, spolu so životnými poisťovňami. Cieľom tejto diplomovej práce bolo vysvetliť a popísať modely penzijných fondov a na základe tunajšej legislatívy navrhnúť optimálny model merania a riadenia rizík.

K pochopeniu penzijného systému v ČR sme do tejto práce zahrnuli druhú kapitolu, ktorá nám priblíži penzijné systémy a ich delenie na základe niektorých kritérií a pripomenie nám dôchodkový systém v ČR.

V nasledujúcej kapitole sa zoznámime so základnou legislatívnou úpravou pôsobenia penzijných fondov v Českej republike a obmedzeniami ktorými sú penzijné fondy viazané. Poukážeme na opcie<sup>1</sup> a garancie vyplývajúce z penzijných plánov a rozoberieme chovanie fondu z hľadiska klienta a akcionára. Ťažiskom tejto práce je konštrukcia optimálneho modelu rozdelenia aktív a pasív v penzijnom fonde. Zoznámime sa s modelmi riadenia aktív a pasív. Oboznámime sa s metódou stochastického programovania a taktiež metódou simulácie. Pri týchto metódach sa často stretávajú so stromami scáarov a konštrukciou binomických a trinomických stromov. Tejto problematike sa budeme venovať v nasledujúcej kapitole, kde popíšeme časovú štruktúru úrokových mier a rozoberieme model konštrukcie trinomického stromu pomocou Hulla-Whitea. Túto metódu použijeme v šiestej kapitole na predpovedanie vývoja term structure. Na základe štúdií mnohých autorov [7],

---

<sup>1</sup>vložený derivát viz príloha

[3], [9] usudzujeme, že problém ALM v penzijných fondoch je v celej svojej komplexnosti analyticky neriešiteľný. Pomocou určitých obmedzení sa dostávame k dvom prístupom ALM.

Šiesta kapitola podrobne rozoberá tieto dva prístupy k riadeniu aktív a pasív. Postupne pasívnu stratégiu, ktorá spočíva v tom, že všetky prostriedky získané od klientov investujeme do zvoleného benchmarku ( napr. do 10-ročných dlhopisov ) a druhým prístupom je tzv. replikácia záväzkov. Tieto dva prístupy porovnáme a na základe výnosov, resp. P/L fondu a volatility rozhodneme ktorý zo spomenutých prístupov je najlepší. V tejto kapitole posúdime aj použiteľnosť opčných stratégií v praxi.

V závere tejto práce venujeme pozornosť situácií na Slovensku týkajúcej sa dôchodkových systémov a dôchodkovej reformy. Klient tu kupuje iný finančný kontrakt a iné deriváty.

Na koniec práce sme pripojili zoznam pojmov využívaných v tejto práci a tiež účtovníctvo IAS a IFRS.

# Kapitola 2

## Penzijné systémy

V literatúre sa stretávame s rôznymi kritériami delenia penzijných systémov. My sa zameriame na tie najzákladnejšie a najfrekvencovanejšie. V tejto kapitole diskutujeme rozdelenie penzijných systémov podľa ich prevádzkovateľov (verejný alebo súkromný sektor) a podľa spôsobu financovania (Pay-As-You-Go (PAYG), čiastočne fondový prístup, plne fondový prístup a tzv. zdánlivý fondový prístup (notional funding)). Oboznámime sa s tzv. príspevkovo definovanými (defined-contribution) a dávkovo definovanými (defined-benefit) systémami.

### 2.1 Penzijné systémy podľa prevádzkovateľov

Vo väčšine krajín je prevádzkovanie penzijného systému rozdelené medzi verejný a súkromný sektor. Verejným prevádzkovateľom býva najčastejšie štát a takto je to aj v Českej republike. V tomto prípade je vláda zodpovedná za výber príspevkov a výplatu dôchodkov. V prípade súkromných penzijných systémov je zodpovednosť na strane súkromného sektoru.

### 2.2 Penzijné systémy podľa spôsobu financovania

Existuje päť základných spôsobov financovania penzijných systémov, ktoré si postupne priblížime.

#### 1. PAYG

Tento spôsob je charakteristický tým, že príspevky plynúce od aktívnych účastníkov sa okamžite rozdelia a vyplatia oprávneným používateľom dávok podľa ich okamžitých nárokov. Jedná sa o prerozdelenie,

bez toho aby sa vytváral nejaký fond. To má niektoré závažné dôsledky: priebežné financovanie spolieha na solidaritu medzi generáciami takého plánu (dnešní aktívni účastníci financujú dnešných penzistov s tým, že spoliehajú na podobnú podporu od budúcej generácie aktívnych účastníkov), priebežné financovanie je preto veľmi citlivé na demografický vývoj a vývoj produktívnych schopností aktívnej populácie.

#### 2. PAYG s nárazníkovým fondom

Jedná sa o normálny PAYG systém, ktorý však v minulosti dosahoval (alebo teraz dosahuje) finančných prebytkov, ktoré sú investované na kapitálovom trhu a prinášajú do systému dodatečný úrokový výnos. Tieto zdroje pomáhajú financovať penzijné dávky.

#### 3. Plne fondový systém

Tento systém sa nespolieha na mezigeneračnú solidaritu. Závisí na výkone ekonomiky (v zhodnotení aktív) počas doby sporenia a doby poberania penzie. Výška penzie jedinca závisí iba na príspevkoch, ktoré si jedinec nasporil a dlhodobej miere výnosu z aktív penzijného fondu.

#### 4. Čiastočne fondový systém

Ide o hybrid medzi PAYG a plne fondovým mechanizmom. V praxi takýto systém často obsahuje dva povinné piliere, jeden s PAYG financovaním a druhý pilier je založený na plne fondovom prístupe.

#### 5. Notional funding

Tento prístup je novou metódou, ktorá sa snaží skombinovať výhody PAYG a plne fondového prístupu k financovaniu. Z hľadiska skutočného toku prostriedkov zostáva notional funding systémom s PAYG financovaním. Z hľadiska určenia výšky penzie sa systém snaží napodobiť plne fondový prístup. Každý účastník má v rámci notional funding systému svoj (zdanlivo) individuálny účet, na ktorý sa mu pripisujú ním odvodené príspevky a ich zhodnocovanie v čase.

## 2.3 Dávково definované a príspevkovo definované penzijné plány

**Dávково definované systémy** garantujú určitú výšku penzijných dávok, väčšinou v závislosti na kombinácii faktorov ako počet rokov, počas ktorých jedinec odvádza príspevky do systému, výške príjmov jedinca za určité obdobie a výške tzv. aktuálneho parametru, ktorý býva stanovený zákonom. Tento systém teda umožňuje, aby si každý občan mohol pomerne presne

spočítat výšku svojej penzie mnoho rokov pred vlastným odchodom do dôchodku, pokiaľ štát nezmení pravidlá.

**Príspevkovo definované penzijné systémy** neposkytujú svojim účastníkom takú mieru istoty ohľadne výšky ich budúcich penzií. Účastníci platia stanovenú príspevkovú sadzbu, ale výška ich budúcich penzií závisí mimo veľkosti odvedených príspevkov tiež na miere výnosu z investovania týchto úspor na kapitálovom trhu. Príspevkovo definované penzijné plány sú z hľadiska financovania založené buď na plne fondovom prístupe, alebo na metóde notional funding.

## 2.4 Dôchodkový systém v ČR

Pri zmienkach o dôchodkových systémoch, súčasných alebo i budúcich, sa hovorí o tzv. pilieroch na ktorých je každý systém postavený. Dôchodkové systémy obvykle spočívajú na týchto troch pilieroch:

- sociálnom poistení
- penzijnom pripoistení
- individuálnom poistení a sporení

Český dôchodkový systém tvoria v súčasnej dobe v podstate dva piliere. Základný povinný dávkovo definovaný, priebežne financovaný pilier a doplnkový dobrovoľný, príspevkovo definovaný, kapitálovo financovaný pilier penzijného pripoistenia so štátnym príspevkom. Súčasťou doplnkového dobrovoľného piliera je tiež súkromné životné poistenie.

Súčasný štátny dôchodkový systém je v princípu rovnaký, ako bol pred rokom 1989. Dominantnú rolu stále zohráva štátom riadené priebežné financovanie. Došlo síce k niekoľkým zmenám (k predĺženiu veku odchodu do dôchodku, bola uzákonené pravidlá pre valorizáciu penzií a bolo zavedené štátom podporované súkromné sporenie na dôchodok), ale radikálne zmeny ešte len prídu.

O nutnosti reformy penzijného systému v Českej republike nemožno pochybovať. Dopady starnutia populácie na ekonomiku sú zrejmé. Je jasné, že súkromné sporenie na dôchodok bude hrať dôležitú úlohu, nech už reforma dopadne akokoľvek. Penzijné pripoistenie je dobrým a bezpečným nástrojom ako si našporiť na dôchodok.

## Kapitola 3

# Penzijné fondy a penzijné pripoistenie v ČR

Penzijné pripoistenie je stále populárnejším finančným produktom. Vo všetkých 11 penzijných fondoch si v súčasnosti na dôchodok sporí viac než 3,1 miliónov občanov, čo predstavuje asi 63 percent ekonomicky aktívnych obyvateľov Českej republiky.

Penzijné pripoistenie oslavuje v roku 2006 dvanásty rok svojej existencie v Českej republike. Behom rokov 1994 a 1995 pôsobilo na trhu 44 penzijných fondov a ich počet sa behom roku 1997 zvýšil na 46. Postupný pokles počtu penzijných fondov bol dôsledkom cielavedomých fúzií. V súčasnosti je trh penzijného pripoistenia so štátnym príspevkom konsolidovaný. Penzijné fondy spravujú cez 100 miliard korún.

Príčinami zvýšeneho záujmu ľudí o penzijné pripoistenie sú výhody, ktoré táto forma poistenia prináša. Prvou a snáď najdôležitejšou príčinou je výnosné a bezpečné sporenie na vlastný dôchodok. K posíleniu dôveryhodnosti a stability systému prispela novela zákona o penzijnom pripoistení z roku 1999. Ďalšou výhodou je štátna podpora vo forme mesačného príspevku. Konkrétne čiastka ktorou štát prispieva na konto účastníka závisí na výške účastníkovho príspevku. Maximálny štátny príspevok obdrží účastník, ktorého mesačný príspevok je 500 Kč. Na konto účastníka však môže prispievať okrem štátu aj zamestnávateľ a tretia osoba. Motiváciou k penzijnému pripoisteniu sú aj daňové úľavy, ktoré pripoistenie poskytuje. Pre nárok na maximálny možný odpočet je nutné vložiť v príslušnom roku celkovú čiastku 18000 korún. Pri mesačnom príspevku účastníka penzijného pripoistenia 1500 korún, si tento účastník môže odpočítať z daní 12000 korún a získa aj maximálny štátny príspevok.

Penzijné fondy podliehajú dozoru Ministerstva financií ČR a Komisii pro cenné papiere. Komisia pre cenné papiere vykonáva dozor v oblasti investičnej



činnosti penzijných fondov. Ostatné činnosti už náležia pod dohľad ministerstva. Počínajúc 1.4.2006 vstúpil v platnosť zákon, ktorý umožní integrovať dohľad nad finančným trhom do Českej národnej banky.

## 3.1 Penzijné pripoistenie

Penzijné pripoistenie so štátnym príspevkom je veľmi výhodná forma sporenia, podporovaná štátom, ktorá účastníkovi umožní zaistiť si zaujímavý objem prostriedkov pre zabezpečenie v starobe. Proti starobe sa nemôžeme poistiť, môžeme sa na ňu dostatočne dobre pripraviť.

Penzijné pripoistenie je upravené zákonom č.42/1994 Sb. v platnom znení. Samotné penzijné pripoistenie je zákonom definované ako: " zhromažďovanie peňažných prostriedkov od účastníkov penzijného pripoistenia a štátu poskytnutých v prospech účastníkov, nakladanie s týmito prostriedkami a vyplácanie dávok penzijného pripoistenia ". Penzijné pripoistenie nesmú vykonávať iné osoby než penzijné fondy. Účasť na penzijnom pripoistení je dobrovoľná. Účastníkom môže byť fyzická osoba staršia než 18 rokov s trvalým pobytom na území Českej republiky, ktorá uzavrie s penzijným fondom zmluvu o penzijnom pripoistení alebo fyzická osoba staršia než 18 rokov s bydliskom na území iného členského štátu Európskej únie, pokiaľ má účasť na dôchodkovom poistení alebo verejnom zdravotnom poistení v Českej republike, ktorá uzavrie s penzijným fondom zmluvu.

### 3.1.1 Vznik a zánik penzijného pripoistenia

Penzijné pripoistenie vzniká na základe zmluvy medzi fyzickou osobou a penzijným fondom. Pred uzatvorením tejto zmluvy musí byť budúci účastník zoznamovaný so štatútom a penzijným plánom. Zmluvou sa penzijný fond zaväzuje poskytovať účastníkovi dávky, vo výške a spôsobom stanoveným **penzijným plánom** a touto zmluvou sa účastník zavazuje platiť penzijnému fondu príspevky. V zmluve môže účastník pre prípad úmrtia určiť osobu, ktorej vznikne nárok na odbytné.

Účastník penzijného pripoistenia môže kedykoľvek písomne zmluvu vypovedať. Penzijný plán pritom môže stanoviť výpovednú dobu, ktorá začína prvým dňom kalendárneho mesiaca po doručení výpovede. Výpovedná doba stanovená fondom nesmie byť dlhšia než dva kalendárne mesiace. Penzijný fond je potom povinný najneskôr do 30 dní odo dňa doručenia výpovede písomne potvrdiť prijatie výpovede a zdeliť klientovi dátum zániku penzijného



pripoistenia.

Penzijné poistenie zaniká dňom:

- ukončenia výplaty poslednej penzie
- výplaty jednorázového vyrovnania miesto poslednej penzie
- na ktorom sa účastník a penzijný fond písomne dohodli
- ke ktorému bolo účastníkovi penzijné pripoistenie vypovedané, pri porušení zmluvných podmienok
- výplaty odbytného pri zániku penzijného fondu
- ukončenia trvalého pobytu účastníka na území ČR
- straty bydliska na území členského štátu EU
- úmrtia účastníka

### 3.1.2 Nároky z penzijného pripoistenia

Z penzijného pripoistenia sa poskytujú tieto dávky:

- penzia
- jednorázové vyrovnanie
- odbytné, tj. v prípade smrti

**Penziou** chápeme doživotnú pravidelnú výplatu peňažnej čiastky a v prípade, že ide o pozostalostnú penziu, výplatu peňažnej čiastky po dobu stanovenú penzijným plánom. Dávky penzijného pripoistenia sa vyplácajú na základe žiadosti oprávneného a penzijný fond je povinný vyplácať ich v dobách a spôsobom stanoveným penzijným plánom alebo dohodnutým s príjemcom penzie.

Rozoznávame tieto druhy penzií:

1. starobná penzia, ak je podmienkou nároku dosiahnutie veku stanoveného penzijným plánom
2. invalidná penzia, ak je podmienkou nároku priznanie plného invalidného dôchodku z dôchodového poistenia

3. výsluhová penzia, ak je podmienkou nároku dosiahnutie doby penzijného pripoistenia stanovenej penzijným plánom
4. pozostalostná penzia, ak je podmienkou nároku úmrtie účastníka

Podmienkou nároku na penziu je platenie príspevkov po určitú dobu stanovenú penzijným plánom, ktorá musí činiť minimálne 36 kalendárnych mesiacov a nesmie byť dlhšia než 60 kalendárnych mesiacov. Podmienkou nárokov na starobnú penziu však je, aby poistná doba činila najmenej 60 kalendárnych mesiacov, pričom túto dobu nemožno v penzijnom pláne znížiť. V prípade výsluhovej penzie stanovenej podľa dávkového penzijného plánu musí poistná doba činiť minimálne 180 kalendárnych mesiacov, pre prípad invalidnej penzie je to 60 kalendárnych mesiacov. Doby pobytu v penzijnom systéme sa sčítavajú cez rôzne fondy.

**Odbytné** náleží účastníkovi, ktorý zaplatil príspevky aspoň na 12 kalendárnych mesiacov a jeho penzijné pripoistenie zaniklo výpoveďou alebo dohodou, pokiaľ mu nie je vyplácaná penzia, penzijné pripoistenie trvalo minimálne 12 kalendárnych mesiacov a nedošlo k prevodu prostriedkov do penzijného pripoistenia u iného penzijného fondu. Odbytné náleží taktiež fyzickým osobám určeným v zmluve, pokiaľ účastník zomrel a nebola mu vyplatená penzia alebo vyplatené jednorázové vyrovnanie a pokiaľ nevznikol nárok na pozostalostnú penziu alebo pokiaľ sa nároku na pozostalostnú penziu všetky fyzické osoby určené v zmluve vzdali. Výška odbytného sa stanoví ako úhrn príspevkov zaplatených účastníkom a podielu na výnosoch hospodárenia penzijného fondu odpovedajúceho výške ním zaplateným príspevkov.

### 3.1.3 Príspevky účastníkov a štátne príspevky

Finančné prostriedky na výplatu dávok môžu pochádzať z dvoch zložiek. V podstate sa jedná o zhodnotené príspevky účastníka a príspevky tretích osôb.

Tretou osobou môže byť:

- zamestnávateľ účastníka
- štát
- rodičia, príbuzní
- a ďalší

Všetky prostriedky smerujú na individuálny účet účastníka, na ktorom sa po celou dobu spoločne s výnosmi z hospodárenia penzijného fondu akumuluje, aby sa pri vzniku nároku na dávky sa účet v celom objeme použil k ich

výplate.

Výška príspevku účastníka na penzijné pripoistenie sa stanovuje za kalendárny mesiac. Účastník má právo výšku svojho príspevku zmeniť podľa aktuálnej finančnej situácie. Je však potrebné zmenu oznámiť písomne penzijnému fondu. Aby klient maximálne využil všetkých výhod, ktoré penzijné fondy ponúkajú, je optimálne prispievať 1.500 Kč mesačne. Dostane tak maximálny štátny príspevok a navyše si zo základu dane z príjmu môže odčítať 12.000 Kč za rok.

### Zníženie základu dane z príjmu

Mesačná úložka	Ročný odpočet z ZD
100–500	žiadny
501–1500	až 12000
1501 a viac	12000

Zo štátneho rozpočtu sa poskytujú v prospech účastníkov penzijného pripoistenia štátne príspevky. Tie sú na konto účastníka pripisované automaticky za každý riadne a včas zaplatený mesačný príspevok. Výška štátneho príspevku na kalendárny mesiac závisí na výške príspevku účastníka takto:

Mesačný príspevok	Štátny príspevok
100 až 199	50 + 40% z čiastky nad 100 Kč
200 až 299	90 + 30% z čiastky nad 200 Kč
300 až 399	120 + 20% z čiastky nad 300 Kč
400 až 499	140 + 10% z čiastky nad 400 Kč
500 a viac	150 Kč.

Pokiaľ účastník platí príspevok za dlhšie obdobie než kalendárny mesiac, stanoví sa výška štátneho príspevku podľa priemernej mesačnej výšky pripadajúcej na toto obdobie.

## 3.2 Penzijný fond

Penzijný fond je finančná inštitúcia so sídlom na území ČR, ktorá sa špecializuje na poskytovanie služieb penzijného pripoistenia. Penzijné pripoistenie nesmie poskytovať nikto iný, než penzijné fondy.

Zákon o penzijnom pripoistení povoľuje činnosť penzijného fondu iba v právnej forme akciovej spoločnosti, pre ktorú platí ustanovenie obchodného zákonníka, pokiaľ sa v tomto zákone nestanoví inak. Špecifické podmienky, ktorým musí fond ako akciová spoločnosť vyhovieť sú:

- penzijný fond nemožno založiť na základe verejnej ponuky akcií
- penzijný fond môže vydávať iba akcie rovnakej menovitej hodnoty znejúce na meno
- akcie penzijného fondu nesmie nadobúdať zdravotná poisťovňa, depozitár, ani právnická osoba, na ktorej základnom kapitále má depozitár viac než desaťpercentný podiel (zamedzuje konfliktu záujmov )
- základný kapitál musí činiť aspoň 50 000 000 a musia ho tvoriť iba peňažné vklady
- predstavenstvo penzijného fondu musí mať minimálne 5 členov, dozorná rada penzijného fondu musí mať najmenej troch členov, pričom počet ich členov musí byť deliteľný tromi.

Penzijný fond vzniká zápisom do obchodného rejstriku, ktorému predchádza proces založenia fondu. Najprv je nutné vytvoriť orgány penzijného fondu, vypracovať návrh penzijného plánu a splatiť základné imanie. Následne na to musí penzijný fond požiadať Ministerstvo financií o povolenie činnosti. O tejto žiadosti musí Ministerstvo rozhodnúť najeskôr do 60 dní odo dňa podania žiadosti.

### 3.2.1 Hospodárenie penzijného fondu

Penzijný fond musí s majetkom hospodáriť s odbornou starostlivosťou a s cieľom zabezpečiť spoľahlivý výnos. Akonáhle penzijný fond zistí, že nie je schopný kryť nároky na dávky z penzijného pripoistenia, je povinný prijať opatrenia k náprave a informovať ministerstvo.

Peňažné prostriedky zhromaždené penzijným fondom musia byť umiestňované s odbornou starostlivosťou tak, aby bola zaručená bezpečnosť, kvalita, likvidita a rentabilita skladby finančného umiestnenia ako celku.

Tieto prostriedky môžu byť umiestnené do:

- dlhopisov, ktorých emitentom je členský štát Organizácie pre ekonomickú spoluprácu a rozvoj(OECD) alebo centrálna banka tohto štátu, a dlhopisov, za ktoré prevzal záruku členský štát OECD
- dlhopisov vydaných Európskou investičnou bankou, Európskou bankou pre obnovu a rozvoj alebo Medzinárodnou bankou pre obnovu a rozvoj alebo inou medzinárodnou finančnou inštitúciou, ktorej je ČR členom
- podielových listov otvorených podielových fondov

- cenných papierov s ktorými sa obchoduje na regulovanom trhu zeme OECD, ktorý je povolený príslušným úradom členského štátu
- hnutelných vecí predstavujúcich záruku bezpečného uloženia peňažných prostriedkov, okrem cenných papierov
- nehnuteľností poskytujúcich záruku spoľahlivého uloženia peňažných prostriedkov a slúžiacich zcela alebo prevažne k podnikaniu alebo bývaniu

Peňažné prostriedky zhromaždené fondom môžu byť uložené aj na vkladových účtoch, vkladných knižkách a na vkladoch potvrdených vkladovým certifikátom alebo vkladným listom, a to v banke alebo pobočke zahraničnej banky na území ČR alebo v banke so sídlom na území členských štátov OECD.

Zákonom je ďalej stanovené:

- hodnota cenných papierov vydaných jedným emitentom nesmie tvoriť viac než 10 % majetku fondu
- celková hodnota hnutelných a nehnuteľných vecí nesmie presiahnúť viac než 10 % majetku penzijného fondu
- v majetku penzijného fondu nesmie byť viac než 20 % z celkovej hodnoty cenných papierov vydaných jedným emitentom, toto obmedzenie neplatí v prípade, ak emitentom je štát alebo Európska investičná banka, Európska banka pre obnovu a rozvoj, Medzinárodná banka pre obnovu a rozvoj alebo iná medzinárodná finančná inštitúcia, ktorej je ČR členom
- najmenej 70 % majetku fondu musí byť umiestneného alebo uloženého do aktív znejúcich na menu, v ktorej sú vyjadrené záväzky fondu voči účastníkom.

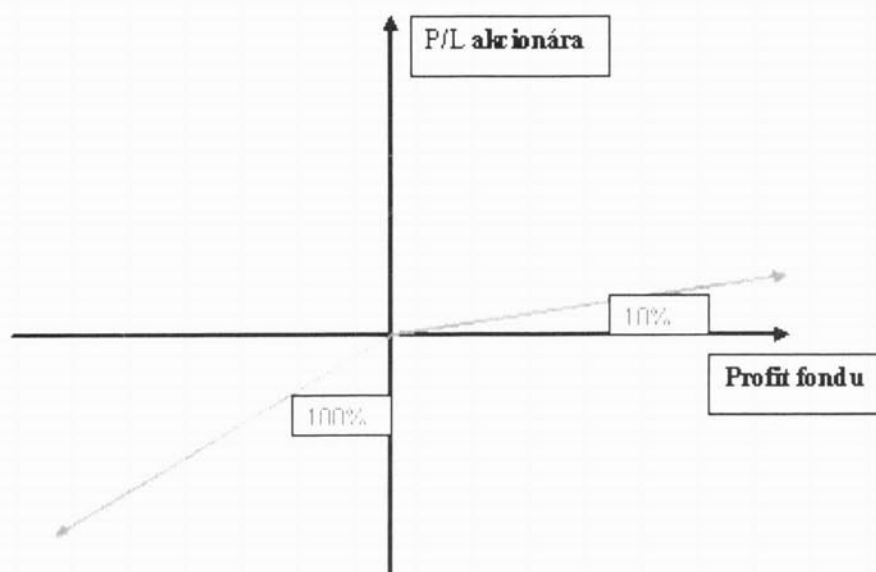
Penzijný fond má povinnosť kúpiť cenný papier iba za najnižšiu cenu, za ktorú by ho bolo možné pri vynaložení odbornej starostlivosti kúpiť, a predať za najvyššiu cenu, za ktorú by ho bolo možné pri vynaložení odbornej starostlivosti predať.

Zaisťovacie obchody (derivátové vrátane opčných) môže penzijný fond uzatvárať iba za predpokladu, že slúžia k znižovaniu rizík plynúcich z kurzov cenných papierov, úrokových mier a devízových kurzov aktív nachádzajúcich sa v portfóliu penzijného fondu.

Musíme si uvedomiť dôležitosť účtníctva v oblasti penzijných fondov. Túto problematiku sme načrtli v prílohe tejto práce, kde sme sa zmienili o účtých štandardoch IFRS a IAS.

### 3.2.2 Rozdelenie zisku penzijného fondu

Penzijný fond rozdeľuje zisk tak, že najmenej 5% pripadá do rezervného fondu a najviac 10% sa rozdeľuje na dividendách akcionárom podľa rozhodnutia valnej hromady, pokiaľ sa ďalej nestanoví inak. Zostávajúca časť sa použije v prospech účastníkov a osôb, ktorým penzijné pripoistenie zaniklo v roku v ktorom sa zisk rozdeľuje.



Obrázok 3.1: P L akcionára

V prípade, že hospodárenie penzijného fondu končí stratou, použije sa ku krytiu straty nerozdelený zisk z minulých rokov, rezervný fond a ďalšie fondy tvorené zo zisku. Ak tieto zdroje nestačia, musí byť strata krytá znížením základného kapitálu.

Penzijný fond je povinný najdlhšie do troch mesiacov po skončení polroku a kalendárneho roku zverejňovať správy o svojom hospodárení a prehľad o umiestnení prostriedkov penzijného fondu.

Je nutné pripomenúť, že klient má právo na prevod príspevkov včetně štátneho príspevku a výnosoch hospodárenia penzijného fondu do penzijného pripoistenia iného fondu. Ide o tzv. likviditnú opciu pre klienta.

### 3.3 Opcie a garancie plynúce z penzijných plánov

V penzijných plánoch nájdeme niekoľko opcí a garancií. V predošlej kapitole sme sa stručne zmienili o likviditnej opcii pre klienta, teda o práve klienta kedykoľvek zmeniť penzijný fond. Z penzijných plánov však vyplývajú aj iné opcie a garancie o ktorých sa stručne zmienime a ktoré spôsobujú rôzne riziká, ktoré je nutné určitým spôsobom eliminovať.

- *Zaručená výška priznanej penzie*  
Výška penzie, ktorá je uvedená v potvrdení o priznanej penzii zostáva po celú dobu jej poberania nemenná. Znamená to, že nemôže byť znížená jednostranným rozhodnutím penzijného fondu.
- *Volba penzie*  
Výška penzie sa počíta zo súčtu prostriedkov evidovaných v prospech účastníka na jednotlivých podúčtoch v okamžiku priznania penzie. V súčasnosti si penziu volí nepatrná časť účastníkov. Vo väčšine prípadov si penzisti volia cash. Dôležité je predovšetkým chovanie klientov - preskoky k iným penzijným fondom, ich preferencie.
- *Možnosť zvýšenia príspevkov*  
V penzijných plánoch nie je obmedzenie na výšku príspevkov. Klient môže krátke obdobie pred zahájením penzie platiť dosť vysoké príspevky a tým zvýšiť riziko pre penzijný fond.
- *Garancia odbytného a možnosť prevodu účtu penzijného pripoistenia*  
Účastník penzijného pripoistenia má behom fázy sporenia nárok na výplatu odbytného, za predpokladu, že splnil základné podmienky. Odbytné sa v tom prípade rovná úhrnu príspevkov zaplatených účastníkom a podielu na výnosoch hospodárenia penzijného fondu odpovedajúceho výške ním zaplatených príspevkov.  
Účastníkom je taktiež umožnené prerušenie platenia príspevkov.
- *Garantované úmrtnostné tabuľky*  
V plánoch sa väčšinou nachádza ustanovenie o použití aktuálnych populačných popřípade iných úmrtnostných tabuliek pripravených v dobe tvorby plánu. Riziko úmrtnostných tabuliek sa týka predovšetkým doživotnej starobnej penzie, no nachádza sa aj pri výsluhovej a invalidnej penzii.



- *Garancia krytia nákladov*

Účastníci penzijného pripoistenia sa nepodieľajú na krytí nákladov na rozdiel od produktov životného poistenia.



## Kapitola 4

# Chovanie fondu z hľadiska klienta a akcionára

Zaradenie tretej kapitoly do tejto práce nebolo náhodné. Zo zákona o penzijných fondoch vyplývajú súvislosti, ktoré významným spôsobom ovplyvňujú chovanie fondu z hľadiska klienta a akcionára.

Zo zákona č. 42/1994 Sb. vyplýva povinnosť penzijného fondu každoročne zaistiť nezáporný výnos pre klientov. Táto povinnosť má zásadný význam nielen pre výber optimálnej investičnej stratégie, ale taktiež pre ziskovosť penzijných fondov z hľadiska ich správcov. Z §35 vyplýva právo akcionárov pripísať si maximálne 10% zo zisku. Minimálne 5% zo zisku pripadá do rezervného fondu a zostávajúca časť sa použije v prospech účastníkov a osôb, ktorým penzijné pripoistenie zaniklo v roku v ktorom sa zisk rozdeľuje.

Tieto práva a povinnosti vyplývajúce zo zákona sú príčinou odlišného správania sa klienta a akcionára a práve týmito vlastnosťami sa penzijné pripoistenie v ČR líši od penzijných pripoistení v iných krajinách.

- **Akcionár**

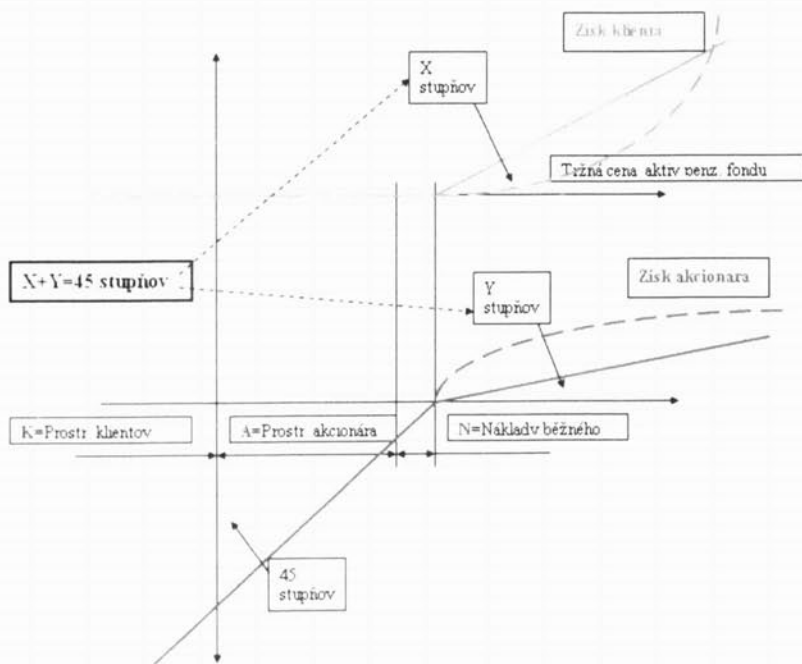
Akcionár penzijného fondu získa v prípade prosperity fondu maximálne 10% zo zisku, avšak nesie plné riziko. Znamená to, že v prípade straty hradí celú čiastku. Vedľajším príjmom akcionára je ešte poplatok za správu penzijného fondu. (fee za správu fondu približne 0,2%). Na základe týchto skutočností sa snaží nepodstupovať veľké riziká. Z pohľadu akcionára by teda penzijný fond mal investovať získané prostriedky do O.N. depozít, resp. do pokladičných poukázok.

- **Klient**

Klient v prípade straty penzijného fondu neprichádza o nič. Najhoršou

variantou teda je, že klientovi bude na výnosoch pripísaná nula. Z hľadiska klienta by mal teda penzijný fond investovať do inštrumentov s maximálnym zhodnotením (nehľadiac na riziko, pretože to preberá akcionár).

V skutočnosti je bežné, že akcionári ženú fond do rizika. Príčinou takéhoto správania sa akcionárov, je snaha nestratiť klientov a prilákať nových. Značnú rolu tu zohráva aj konkurencia. Fondy súťažia o klientov (lákaajú klientov) na základe dosahovaných výnosov. Nie je celkom jasná citlivosť klientov na výnosy. Otázkou je aké výnosy klienti očakávajú a s čím výnos fondu zrovnávajú (s termínovanými vkladmi alebo s akciovým indexom alebo s maximom týchto dvoch alebo s vývojom dlhopisových fondov). Fondy sú povinné každý štvrtrok zverejňovať údaje o svojom hosposárení a na základe týchto údajov dochádza k zrovnaniu fondov z hľadiska ich výnosnosti.



Obrázok 4.1: Zisk a strata klienta a akcionára

# Kapitola 5

## Riadenie aktív a pasív

V ekonomickom a finančnom prostredí patrí medzi najčastejšie riešené problémy otázka optimálneho investovania. Investor, ktorý má k dispozícii voľné finančné prostriedky sa rozhoduje ako s tými prostriedkami naloží a do čoho ich investuje. Rozhoduje sa na základe rôznych kritérií. Medzi tie najdôležitejšie patrí výnosnosť, bezpečnosť a stupeň likvidity danej operácie. Každý skúsenný investor vie, že najzákladnejším cieľom investovania nie je maximalizácia výnosu, ale dosiahnutie optimálneho pomeru medzi výnosom a rizikom. Finančné inštitúcie sú vystavené rôznym rizikám. Medzi tie najznámejšie riziká patri riziko úverové, tržné, operačné a riziko likvidity. Tieto riziká musia byť riadené, aby neboli ohrozené pohľadávky veriteľov voči týmto finančným inštitúciám. Hlavným cieľom finančných inštitúcií je teda maximalizácia zisku za podmienky, že finančné inštitúcie sú schopné dostať svojím záväzkom. To je doménou riadenia aktív a pasív (ALM).

### 5.1 Modely a ciele ALM

Banky, leasingové spoločnosti, penzijné fondy sú vystavené rôznym druhom rizík. Finančné riziko je definované ako potenciálna finančná strata subjektu, tj. strata v budúcnosti vyplývajúca z daného finančného či komoditného nástroja. V predošlej kapitole sme spomenuli najzákladnejšie druhy rizík a to riziko úverové, tržné (úrokové, kurzové, akciové), likviditné a operačné. Z hľadiska významu je druhým v poradí tržné riziko. Ide o riziko straty zo zmien tržných cien, alebo zmien hodnôt finančných nástrojov v dôsledku nepriaznivých zmien tržných podmienok (nepriaznivého vývoja úrokových mier, cien akcií, či menového kurzu).

My sa zameriame predovšetkým na úrokové riziko. Úrokové riziko, tj. riziko

zníženia čistého úrokového príjmu vplyvom zmeny úrokových sadzieb na finančných trhoch, patrí v súčasnej dobe medzi najvýznamnejšie riziká. Dopadom úrokového rizika je tiež pokles ceny dlhopisu (vo Fair Value), v prípade že sadzby stúpajú. Pokiaľ sú záväzky konštantné (vo fair value capital guaranteed) a kúpime napríklad 10Y dlhopis a sadzby stúpajú tak vo Fair Value máme stratu. Vzhľadom k tomu, že finančné inštitúcie sa snažia z dlhodobého hľadiska maximalizovať svoj zisk, musia určité riziká podstupovať. V opačnom prípade by mohlo dôjsť k nedostatočnej ziskovosti danej inštitúcie. Úlohou managementu je nájsť optimálnu kombináciu zisku a rizika. Proces riadenia aktív a pasív značným spôsobom ovplyvňuje volatilita úrokových mier ale predovšetkým očakávané zmeny, teda drift. Taktiež konkurencia tu zohráva významnú úlohu.

Je dôležité si uvedomiť, aké sú pasíva a aká je ich hodnota. Či ide o nominálnu hodnotu alebo sa preceňujú podľa trhu.

Problém ALM je v súčasnosti oveľa zložitejší ako pred niekoľkými desiatkami rokov. Prvé modely riadenia aktív a pasív, s ktorými sa stretávame v literatúre, boli deterministické modely a techniky založené na vyrovnávaní durácie pomocou ktorých sa konštruovalo najlepšie portfólio. Predpokladalo sa, že toky budúcich platieb boli dopredu známe. Tieto modely, v ktorých bola možnosť investovať iba do dlhopisov boli užívané do polovice roku 1980. Neskôr boli používané dlhopisové modely, v ktorých toky budúcich platieb boli stochastického charakteru. V súčasnosti sú používané dve techniky ALM: simulácia a stochastické programovanie. Stručne sa s týmito technikami zoznámime:

Výhodou simulácie je, že pri jej použití sa konštruuje veľký počet scénarov a tým pádom je finančná situácia fondu vypočítaná pre veľké množstvo možných budúcich okolností. Stochastické programovanie je oveľa zložitejšie než simulácia. Tá je založená na vývoji, kým stochastické programovanie má základ v optimalizácii. Metóda stochastického programovania pátra po najlepšom riešení, dáva hranice pre premenné, obmedzenia problému a účelovú funkciu. Táto metóda berie v úvahu nasledujúce charakteristiky: neistotu, dynamiku a lineárne obmedzenia. Hlavným nedostatkom tejto metódy je relatívne časovo dlhý výpočet. To je príčinou toho, že v praxi sa častejšie využíva metóda založená na simulácii.

## 5.2 ALM model pre penzijné fondy

ALM pre penzijné fondy je risk management, ktorý berie v úvahu aktíva, pasíva a taktiež vzťah medzi odlišnými stratégiami, ktoré vedenie penzijného fondu môže zvoliť. Penzijný fond má za úlohu periodicky rozhodovať ako

distribúovať investície do rôznych tried aktív a pri akej príspevkovej miere aby boli splnené všetky záväzky. ALM je teda chápané ako rozhodovací problém. Penzijný fond má dlhodobé záväzky presahujúce niekoľko desiatok rokov a vzhľadom k tomu je aj plánovací horizont dlhý. Hlavným cieľom fondu je nájsť akceptovateľnú investičnú a príspevkovú taktiku, ktorá garantuje s veľkou pravdepodobnosťou, že solventnosť (schopnosť dostať svojim záväzkom) penzijného fondu bude dodržaná počas celého plánovacieho obdobia a že penzijný fond bude schopný v akomkoľvek časovom okamihu splniť všetky požadované záväzky. Solventnosť v čase  $t$  je charakterizovaná "funding ratio"  $F_t$  v čase  $t$ , definovaným nasledujúcim vzťahom:

$$F_t = A_t/L_t$$

$A_t$  predstavuje hodnotu aktív a  $L_t$  hodnotu záväzkov (pasív). Tieto veličiny sú vyjadrené pomocou fair value. Hodnota aktív môže poklesnúť v prípade, že:

- emitent dlhopisu nemôže dlhopis plne splatiť alebo si trh myslí, že je riziko, že dlhopis nebude splatený (kreditné riziko - nezaoberáme sa ním)
- úrokové sadzby vzrástli (úrokové riziko pri Fair Value pohľadu)
- cena akcií poklesla (tržné riziko akcií)

Je zrejmé, že ak hodnota  $F_t$  je menšia než jedna penzijný fond bude mať problémy splniť svoje záväzky. Je to spôsobené tým, že hodnota aktív je nižšia než hodnota na druhej strane bilancie. Solventnosť môžeme merať aj pomocou veličiny  $S_t$ , kde

$$S_t = A_t - L_t.$$

Funding ratio sa mení v čase. Je to spôsobené neistým vývojom záväzkov a výnosom aktív. Fond príbežne rebalancuje portfólio aktív a snaží sa kontrolovať funding ratio najlepšie ako to je možné. Základom eliminácie úrokového rizika je súlad aktív a pasív.

Aktíva	Pasíva
CP	Záväzky
Depozitá	Kapitál
Akcie	

Metódy riadenia úrokového rizika sú rozdelené do dvoch skupín. Prvú predstavujú metódy riadenia pomocou zmeny štruktúry položiek aktív a pasív. Chápeme to ako zmenu váh inštrumentov zastúpených v portfóliu. Do druhej patria metódy využívajúce úrokové finančné deriváty. Medzi najznámejšie deriváty patria swapy, forwardy a opcie. Deriváty úrokovej miery majú za úlohu hedgovanie úrokových rizík. Je nutné pripomenúť dôležitú úlohu účtovníctva. Niektoré aktíva, deriváty sa účtujú akruálne a niektoré pomocou fair value. Z tohto dôvodu sme do tejto práce zaradili aj stručný prehľad medzinárodných účtovných štandardov a to IAS a IFRS . Medzi najdôležitejšie účtovné štandardy pre PF patria IAS 39 a aj standard IFRS 4, z dôvodu súvislostí a spoločných vlastností penzijných fondov a životných poisťovní. Hlavnou úlohou pri modelovaní vývoja úrokovej miery je nájsť solídny model na predpovedanie budúcich hodnôt úrokovej miery. S touto problematikou sa oboznámime v ďalšej kapitole, v ktorej sa budeme zaoberať modelmi úrokovej miery a stromami, ktoré sú akýmsi grafickým znázornením pravdepodobnostného modelu vývoja úrokovej miery.

Zo zákona vyplýva, že penzijné fondy musia pripísať každý rok aspoň *NULU* (nesmú prerobiť). Táto povinnosť penzijných fondov nám dáva možnosť pozerať sa na fondy z hľadiska kapitálovej garancie. Ak chceme nájsť vhodnú kombináciu aktív, na základe capital guaranteed funds postupujeme nasledovne:

Predpokladajme, že máme možnosť investovať buď do:

- 1Y dlhopis – bezriziková úroková sadzba približne 5%
- akcie – očakávaný nárast +10%, ale možnosť, že skončí v intervale -2% až +22%

Časť peňazí investujeme do dlhopisu a časť do akcií, v zmysle, že ak akcia skončí na -2% , potom výsledok bude na nule. Dostávame:

$$A * 0.98 + (1 - A) * 1.05 = 1.0$$

Jednoduchou úpravou dostávame  $A = \frac{0.05}{0.07} = 71\%$  do akcií a  $B = 29\%$  do dlhopisov. Najpravdepodobnejším výnosom je 8.6%. Ukázali sme si ďalší spôsob, ktorým môžeme riadiť aktíva v penzijnom fonde.

Za predpokladu, že máme aktíva i pasíva vo fair value a že pasíva nemenia fair value (majú nominálnu hodnotu, pretože si ich môže klient kedykoľvek vybrať ) hrozí účtovná strata, pokiaľ stúpnu úrokové sadzby. Potom hodnota

dlhopisu klesne o  $P \times D \times dv$  kde  $P$  je cena dlhopisu,  $D$  je durácia a  $dv$  je zmena výnosu dlhopisu na trhu.

Súčasne cena aktív stúpne o zisk, teda o  $P \times (v + dv)$ , kde  $v$  je výnos.

Dostávame teda nerovnicu  $dv < v / D$ . Pokiaľ je nerovnica splnená, nárast úrokových sadzieb nespôsobí účetnú stratu.

Napr. pokiaľ máme aktíva zainvestované do cyklicky 10Y dlhopisov, bude  $D =$  cca 5Y. Nech je priemerný výnos cca 4,0%. Potom z tohto plynie, že sadzby môžu vzrásť o maximálne 1,0%, než sa prejaví negatívny účetný dopad.

Ak uvažujeme investície iba do dlhopisov, jediným rizikom je riziko úrokové. V nasledujúcej kapitole sa budeme venovať práve tomuto riziku, modelom vývoja úrokovej miery a ich grafickým znázornením.

### 5.3 Modely úrokovej miery

Modely, ktoré popisujú pravdepodobnostné správanie sa úrokových mier a sú spojené s pohybom celej výnosovej krivky, nazývame term structure modely (modely časovej štruktúry úrokových mier). Tieto modely zachytávajú stochastické správanie sa úrokových mier a cien dlhopisov. V tejto kapitole sa zameriame na modely, ktoré sú založené na popísaní správania sa short rate,  $r$ .

Pripomeňme si definície základných pojmov, s ktorými budeme v tejto kapitole pracovať.

#### Časová štruktúra úrokových mier (výnosová krivka)

Jedným z kľúčových pojmov úrokových mier je časová štruktúra úrokových mier (term structure of interest rates). Je to funkcia znázorňujúca závislosť súčasnej úrokovej miery na maturite  $T$  (tiež yield curve)

Krivka  $P(t, T)$  hovorí o cene celej škály dlhopisov s rôznymi maturitami, ale priamo z nej nezistíme, čo sa na trhu deje. Údajom poskytujúcim viac informácií je implikovaná priemerná úroková miera ponúkaná dlhopisom na časový interval  $\langle t, T \rangle$  (označme ako  $R(t, T)$ ). Pri spojitom úročení vypočítame cenu dlhopisu s maturitou  $T$  v čase  $t$

$$P(t, T) = \exp(-R(t, T)(T - t))$$

a z toho dostávame

$$R(t, T) = -\frac{\ln(P(t, T))}{T - t}$$

pre  $\forall t \in \langle 0, T \rangle$ .

Časová štruktúra úrokových mier je vlastne graf závislosti  $R(\theta, T)$  na matu-



rite  $T$ . Ak poznáme term structure v určitom čase, môžeme oceňovať dlhopisy a ďalšie kontrakty fixnými platbami. Časová štruktúra je zvyčajne rastúca, z dôvodu vyššej neistoty na trhu pri vzdialenejších úrokových mierach. V prípade, že je inverzná, očakávame pokles úrokových sadziieb.

## Short rate

Začiatok term structure označujeme ako short rate (prípadne overnight rate). Je to úrok na veľmi krátku dobu definovaný ako

$$r(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} R(t, t + \Delta t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} -\frac{\ln P(t, t + \Delta t)}{\Delta t}$$

Rozoznávame dva základné typy modelov časovej štruktúry úrokových mier: rovnovážne a bezarbitrážne modely.

## Rovnovážne modely

Rovnovážne modely vychádzajú z určitých predpokladov o premenných v ekonomike a z nich odvodzujú proces, ktorý sleduje rizikovo neutrálna short rate,  $r$ . Následne na to zisťujú, čo tento proces implikuje ohľadne cien dlhopisov a opcí. Ceny však nie sú konzistentné so súčasnou term structure a ich odhad nemusí byť úplne presný. Aj malá chyba v odhade ceny dlhopisu sa stane veľkou pri odhade ceny opcie na daný dlhopis. Zvyčajne rizikovo neutrálny proces pre short rate je popísaný Itóovou formulou v tvare

$$dr = m(r)dt + \sigma(r)dz$$

Predpokladáme, že drift  $m$  a smerodatná odchýlka sú funkciou  $r$ , avšak nezávisia na čase.

Medzi najznámejšie rovnovážne modely patria Rendlemanov a Bartterov model, Vašíčekov model a Cox, Ingersoll a Rossovo model.

	$m(r)$	$\sigma(r)$
Rendleman and Bartter	$\mu r$	$\sigma r$
Vašíček	$a(b-r)$	$\sigma$
Cox, Ingersoll, a Ross	$a(b-r)$	$\sigma\sqrt{r}$

- **Rendleman – Bartterov model**

V tomto modeli, rizikovo neutrálny proces pre  $r$  je tvaru:

$$dr = \mu r dt + \sigma r dz.$$



kde  $\mu$  a  $\sigma$  sú konštanty. To znamená, že  $r$  nasleduje geometický Brownov pohyb.

- **Vašíčkov model**

Rizikovo neutrálny proces pre  $r$  je v tvare

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz,$$

kde  $a$ ,  $b$  a  $\sigma$  sú konštanty. Tento model zahŕňa aj mean-reversion. Ide o vlastnosť priťahovania úrokovej miery k akejsi dlhodobej rovnovážnej hodnote. Zapríčiňuje to fakt, že vysoké hodnoty úrokových mier majú za následok záporný drift, tzn. častejšie sú nasledované poklesom než ďalším rastom. Opak platí pre nízke hodnoty úroku.

- **Cox, Ingersoll a Ross model**

Vo Vašíčkovom modeli môže krátkodobá úroková sadzba,  $r$  nadobudnúť aj záporné hodnoty. CIR model je alternatívnym modelom, v ktorom sadzby sú vždy nezáporné. Rizikovo neutrálny proces pre  $r$  v tomto modeli má tvar

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz.$$

Vidíme, že mean-reverting drift je rovnaký ako vo Vašíčkovom modeli, avšak štandardná odchýlka zmeny úrokovej sadzby počas krátkojej periódy je proporciou  $\sqrt{r}$ . To znamená, že ak krátkodobá úroková sadzba porastie, štandardná odchýlka porastie tiež.

Zoznámili sme sa s jednofaktorovými modelmi časovej štruktúry úrokových mier. V literatúre sa často stretávame aj s dvojfaktorovými modelmi úrokovej miery. Týmto modelom sa však v tejto práci venovať nebudeme. Svoju pozornosť zameriame na bezarbitrážne modely a pomocou jedného z nich si namodelujeme časovú štruktúru úrokových mier vo výpočetnej časti.

## Bezarbitrážne modely

Bezarbitrážne modely sú na rozdiel od rovnovážnych konzistentné so súčasnou výnosovou krivkou. Rozdiel medzi týmito dvoma modelmi je nasledujúci: V rovnovážnych modeloch je počiatočná term structure výstupom modelu, v prípade bezarbitrážnych modelov je počiatočná term structure vstupom. Drift short rate je závislý na čase. Tvar výnosovej krivky ovplyvňuje budúci vývoj short rate ak je krivka rastúca,  $r$  bude v priemere tiež rásť, a ak je krivka klesajúca,  $r$  bude v priemere klesať.

Medzi bezarbitrážne modely patria: Ho Lee model, Hull–White model a Black–Karasinski model. V nasledujúcom texte si priblížime prvé dva modely.

### 5.3.1 Ho–Lee model

Prvý bezarbitrážny model navrhli Ho a Lee v roku 1986. Uviedli ho vo forme binomického stromu cien dlhopisov.

Limitne sa model v spojitom čase dá vyjadriť rovnicou

$$dr = \theta(t)dt + \sigma dW$$

kde  $W$  je štandardný, jednorozmerný Brownov pohyb,  $\theta(t)$  je drift (priemerný smer, ktorým sa uberá  $r$  v čase  $t$ ) a  $\sigma$  je priemerná smerodatná odchýlka, ktorá je konštantná. Premenná  $\theta(t)$  je funkcia času vystihujúca počiatočnú term structure a je nezávislá na  $r$ . Je možné ju vypočítať analyticky

$$\theta(t) = F_t(0, t) + \sigma^2 t$$

kde  $F(0, t)$  je okamžitá forwardová miera pre maturitu  $t$  vnímaná v čase nula. V Ho–Lee modeli sa bezkupónové dlhopisy a európske opcie na bezkupónové dlhopisy dajú oceniť analyticky. Výraz pre cenu bezkupónového dlhopisu v čase  $t$  ako funkcia short rate je:

$$P(t, T) = A(t, T) \exp(-r(t)(T - t))$$

kde

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} + (T - t)F(0, t) - \frac{1}{2} \sigma^2 t (T - t)^2$$

V uvedených rovnicach rozumieme pod časom nula súčasnosť. Pre časy v budúcnosti  $t$  a  $T$  platí, že  $T \geq t$ . Tieto rovnice definujú cenu bezkupónového dlhopisu v budúcom čase  $t$  ako funkciu short rate v čase  $t$  a cien bezkupónových dlhopisov v súčasnosti.

Cena európskej call opcie s maturitou v čase  $T$  na bezkupónový dlhopis matujúci v čase  $s$  je

$$LP(0, s)N(h) - KP(0, T)N(h - \sigma_p)$$

kde  $L$  je hodnota dlhopisu v maturite,  $K$  je realizačná cena a

$$h = \frac{1}{\sigma_p} \ln \frac{LP(0, s)}{P(0, T)K} + \frac{\sigma_p}{2}$$

Cena put opcie na dlhopis je

$$KP(0, T)N(-h + \sigma_p) - LP(0, s)N(-h)$$

Ho–Lee model presne vystihuje súčasnú časovú štruktúru úrokových mier a umožňuje nám analyticky vypočítať ceny dlhopisov a opcií. Nevýhodou je, že štruktúra volatilit je ombedzená (všetky úrokové miery majú rovnakú hodnotu smerodatnej odchýlky).

### 5.3.2 Hull–Whiteov model

Hull a White v roku 1990 prezentovali model, ktorý zdokonaľoval Ho–Leeho model a aj Vašíčkov model:

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dW$$

V tomto modeli sú rovnaké premenné ako v modeli Ho–Lee, avšak pribudla nová premenná  $a$  (mean reversion). Ho–Leeov model je teda špeciálnym prípadom Hull Whiteovho modelu, kde  $a=0$ . Môžeme sa stretnúť aj s označením "rozšírený Vašíčkov model", keďže sa od Vašíčkovho modelu líši iba tým, že hodnota ku ktorej je short rate "tlačená" je závislá na čase.

Funkcia  $\theta(t)$  sa dá vypočítať z počiatocnej term structure:

$$\theta(t) = F_t(0, t) + aF(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - \exp(-2at))$$

Cena dlhopisu v čase  $t$  je daná vzorcom:

$$P(t, T) = A(t, T)\exp(-B(t, T)r(t))$$

kde

$$B(t, T) = \frac{1 - \exp(-a(T - t))}{a} \quad (5.1)$$

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} + B(t, T)F(0, t) - \frac{1}{4a_3}\sigma^2 \quad (5.2)$$

Analytické vzorce na výpočet ceny call a put opcie sú rovnaké ako v Ho–Lee modeli, jediný rozdiel je v

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{a}[1 - \exp(-a(s - T))]\sqrt{\frac{1 - \exp(-2aT)}{2a}}$$

Štruktúra volatilit v Hull Whiteovom modeli závisí od  $\sigma$  a  $a$ .

## 5.4 Stromy úrokovej miery

Stromy vývoja úrokovej miery reprezentujú stochastický vývoj short rate v diskretnom čase. Ak je časový krok v strome  $\Delta t$  a my sa nachádzame v čase  $t$ , hodnoty miery  $R$  v jednotlivých uzloch stromu predstavujú úrok, ktorým sa spojitou úročí pôžička na veľmi krátku dobu  $\langle t, t + \Delta t \rangle$ . Pri konštrukcii stromu predpokladáme, že miera  $R$  sleduje rovnaký stochastický proces ako úroková miera  $r$  v príslušnom spojitom modeli. Hlavným rozdielom medzi stromom úrokových sadziieb a stromom cien akcií je spôsob diskontovania. V strome cien akcií je zvyčajne diskontná miera rovnaká v každom uzle, zatiaľ čo v strome úrokových mier sa diskontná miera mení od uzla k uzlu. Na popísanie vývoja úrokovej miery používame väčšinou binomické alebo trinomické stromy. Binomické stromy sú jednoduchšie na zostrojenie, avšak trinomické poskytujú extra stupeň voľnosti a zachycujú ďalšie vlastnosti úrokovej miery ako napríklad mean-reversion.

Všetky deriváty budeme oceňovať za predpokladu, že svet a investori sú rizikovo neutrálni. Predpokladáme teda, že očakávaný výnos zo všetkých obchodovaných cenných papierov je bezriziková úroková miera a budúce toky hotovosti (cash flow) sa oceňujú diskontovaním ich očakávaných hodnôt bezrizikovou úrokovou mierou.

Pri oceňovaní opcií začíname na konci stromu v dobe splatnosti opcie (čas  $T$ ) a postupujeme k predchádzajúcemu uzlu. V čase  $T$  je cena opcie známa. V prípade call opcie je to hodnota  $\max(P_T - X, 0)$ , pre put opciu je to  $\max(X - P_T, 0)$ , kde  $P_T$  je cena dlhopisu s maturitou  $S \geq T$  v čase  $T$  a  $X$  je strike price. Z predpokladu rizikovo neutrálného sveta, cena opcie v každom uzle v čase  $T - \Delta t$  sa vypočíta ako očakávaná hodnota v čase  $T$  diskontovaná príslušnou úrokovou mierou, ktorou sa úročí počas periódy  $\langle T - \Delta t, T \rangle$ . Cena opcie v každom uzle v čase  $T - 2\Delta t$  sa dá vypočítať ako očakávaná hodnota v čase  $T - \Delta t$  diskontovaná príslušnou úrokovou mierou, ktorou sa úročí počas periódy  $\langle T - 2\Delta t, T - \Delta t \rangle$  atd. Po prejdení všetkými uzlami dostaneme cenu opcie v čase nula.

### 5.4.1 Vybudovanie trinomického stromu pomocou Hull-Whiteovho modelu

Hull-Whiteov model pre okamžitú úrokovú mieru  $r$  vychádza z rovnice

$$dr = [\theta(t) - ar]dt + \sigma dW.$$

Predpokladáme, že časový krok v strome bude konštantný a rovný  $\Delta t$ . Tak-

tiež predpokladáme, že úroková miera na periódu  $\Delta t$ ,  $R$ , je riadená rovnakým procesom ako  $r$

$$dR = [\theta(t) - aR]dt + \sigma dW.$$

Konštrukciu trinomického stromu si rozdelíme na dve časti.

### Prvá časť

Začneme tým, že najprv skonštruujeme strom pre novú premennú  $R^*$ , ktorá je na začiatku nulová a sleduje proces :

$$dR^* = -aR^*dt + \sigma dW.$$

Proces  $R^*$  je symetrický okolo nuly a premenná  $R^*(t + \Delta t) - R^*(t)$  má normálne rozdelenie (z Brownovho pohybu). Ak zanedbávame členy  $\Delta t$  vyššieho rádu, dostaneme, že stredná hodnota tejto premennej je  $-aR^*(t)\Delta t$  a rozptyl  $\sigma^2\Delta t$ . Ako vhodné nastavenie z minimalizácie chyby sa odporúča :

$$\Delta R = \sigma\sqrt{3\Delta t}$$

Pre uzol  $(i, j)$  v strome dostávame  $R^* = j \Delta R$  a  $t = i \Delta t$  ( $i \in \mathbb{N}$ ,  $j \in \mathbb{Z}$ ), kde  $t$  je časová premenná. V každom uzle trinomického stromu máme tri možnosti prechodu do ďalšieho uzla. Definujeme si pravdepodobnosti prechodu hornou, strednou a dolnou vetvou v každom uzle stromu ako  $p_u, p_m, p_d$ . Tieto pravdepodobnosti nastavíme tak, aby boli splnené podmienky strednej hodnoty a variancie pre  $R^*$  v každom intervale  $\Delta t$ . Spolu s podmienkou, že súčet pravdepodobností sa musí rovnať 1, dostaneme tri rovnosti pre štandardný strom:

$$p_u \Delta R - p_d \Delta R = -aj \Delta R \Delta t \quad (5.3)$$

$$p_u \Delta R^2 + p_d \Delta R^2 = \sigma^2 \Delta t + a^2 j^2 \Delta R^2 \Delta t^2 \quad (5.4)$$

$$p_u + p_m + p_d = 1 \quad (5.5)$$

Dosadením za  $\Delta R = \sigma\sqrt{3\Delta t}$  dostávame rovnice:

$$p_u = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2 j^2 \Delta t^2 - aj \Delta t) \quad (5.6)$$

$$p_m = \frac{2}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 \quad (5.7)$$

$$p_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2 j^2 \Delta t^2 + aj \Delta t) \quad (5.8)$$

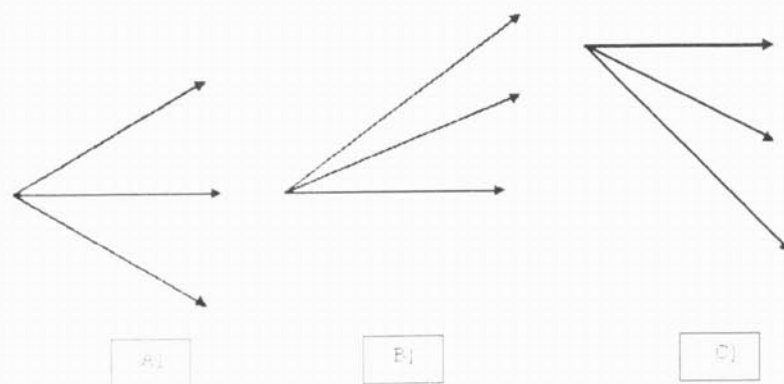
Pravdepodobnosti v uzloch závisia iba od  $j$ , nie od  $i$ , teda nezávisia na časovom okamihu, ale iba na polohe uzla v strome a dané pravdepodobnosti sú symetricky rozdelené.

V strome musíme zvoliť vhodné vetvenie, aby pravdepodobnosti nenadobudli záporné hodnoty. Pre väčšinu prípadov je štandardné vetvenie postačujúce. V prípade, že parameter  $a > 0$ , odporúča sa nastaviť maximálnu šírku stromu ( $j_{max}$ ) na najmenšie celé číslo väčšie ako  $\frac{0,184}{a\Delta t}$ . Vo všetkých uzloch sa mení vetvenie na typ (c). Príslušné pravdepodobnosti sa stanovujú nasledovne:

$$p_u = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}(a^2 j^2 \Delta t^2 - 3aj\Delta t)$$

$$p_m = -\frac{1}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 - 2aj\Delta t$$

$$p_d = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2 j^2 \Delta t^2 + 3aj\Delta t)$$



Obrázok 5.1: Možnosti vetvenia v trinomickej strome

Taktiež definujeme  $j_{min}$  -  $j_{max}$  a v uzloch ( $i, j_{min}$ ) sa mení vetvenie na typ (b) a pravdepodobnosti nastavíme takto:

$$p_u = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}(a^2 j^2 \Delta t^2 + aj\Delta t)$$

$$p_m = -\frac{1}{3} - a^2 j^2 \Delta t^2 - 2aj\Delta t$$

$$p_d = \frac{7}{6} + \frac{1}{2}(a^2 j^2 \Delta t^2 + 3aj\Delta t)$$

Takto sme dostali strom, ktorý reprezentuje proces  $R^*$  a v ktorom máme správne nastavené rizikovo neutrálne pravdepodobnosti v každom uzle.

## Druhá časť

V tejto časti ide o zmenu stromu pre proces  $R^*$  na proces  $R$ . Štruktúra stromu zostane zachovaná, akurát hodnoty v uzloch sa zmenia tak, aby odpovedali súčasnej term structure. Definujme:

$$\alpha(t) = R(t) - R^*(t).$$

Postup pri ktorom strom  $R$  konštruujeme tak, že k stromu  $R^*$  prirátame hodnotu  $\alpha$  nie je dostatočne presný a tak prejdeme k iteračnej metóde.

Definujme  $\alpha_i$  ako  $\alpha(i\Delta t) = R(i\Delta t) - R^*(i\Delta t)$ . Definujme  $Q_{ij}$  ako súčasnú hodnotu (v čase  $t = 0$ ) ceného papiera, ktorý vypláca 1 korunu ak je dosiahnutý uzol  $(i, j)$ , inak nič. Hodnota  $Q_{00} = 1$  a úrok  $\alpha_0$  na obdobie  $\Delta t$  je známy z počiatočnej term structure. Výrazy  $\alpha_i$  a  $Q_{ij}$  sa dajú vypočítať pomocou indukcie vpred, tak že je presne vystihnutá súčasná term structure. Potom už poznáme všetky premenné potrebné k výpočtu  $R$  v každom uzle. Predpokladajme teraz, že poznáme všetky  $Q_{ij}$  do času  $i \leq m$  ( $m \geq 0$ ). Nasledujúcim krokom je určenie hodnoty  $\alpha_m$ , tak že strom úrokových mier správne ocení bezkupónový dlhopis s maturitou v čase  $(m+1)\Delta t$ . Úroková miera v uzle  $(m, j)$  je  $\alpha_m + j\Delta R$ , takže cena tohto dlhopisu je:

$$P_{m+1} = \sum_{j=-n_m}^{n_m} Q_{mj} \exp[-(\alpha_m + j\Delta R)\Delta t],$$

kde  $n_m$  je počet uzlov na každej strane od stredového uzla v čase  $m\Delta t$ . Úpravou dostaneme:

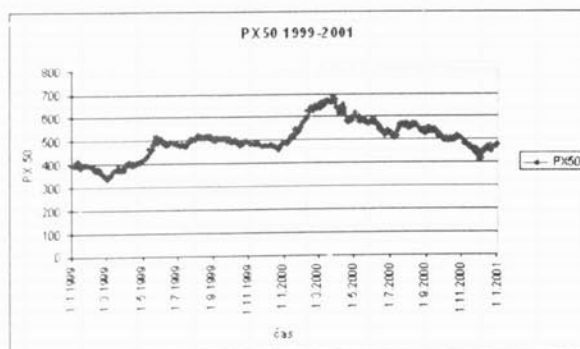
$$\alpha_m = (\ln \sum_{j=-n_m}^{n_m} Q_{mj} \exp[-(j\Delta R)\Delta t] - \ln P_{m+1}) / \Delta t$$

$$Q_{m+1,j} = \sum_k Q_{mk} q(k, j) \exp[-(\alpha_m + k\Delta R)\Delta t]$$

# Kapitola 6

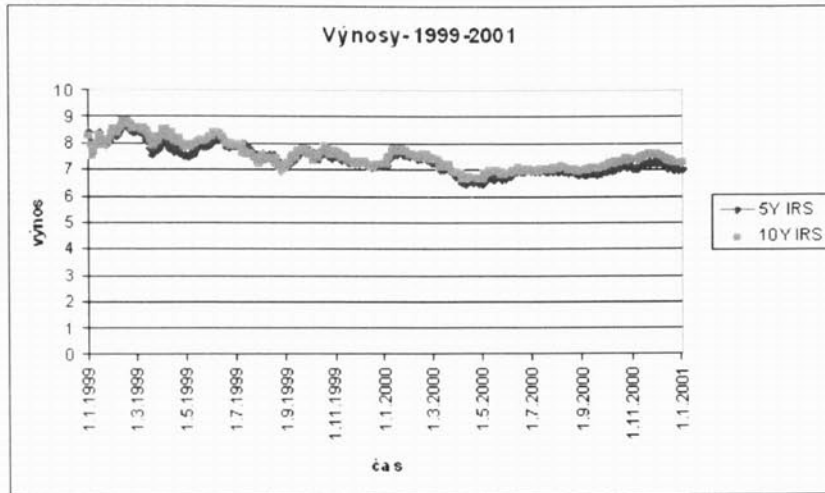
## Modely ALM pre penzijné fondy v ČR

V tejto kapitole sa zoznámime s modelmi riadenia aktív a pasív v penzijných fondoch. Pri konštrukcii týchto modelov, budeme využívať poznatky z predošlých kapitol, týkajúce sa zákona o penzijnom pripoistení, ale aj konštrukcie trinomických stromov pomocou modelu Hull-Whitea a konštrukcie vývoja akciového indexu pomocou modelu Coxa. Na základe určitých zjednodušení sa dostaneme k dvom stratégiám riadenia aktív a pasív a tieto stratégie vzájomne porovnáme. Hlavnými ukazateľmi pre nás budú P/L fondu a volatilita. Nebudeme však porovnávať iba tieto dve stratégie. Na základe historických dát si namodelujeme vývoj sadzieb a dostaneme sa k očakávaným hodnotám úrokových mier. Následne na to posúdime použiteľnosť modelov vývoja úrokových mier v penzijných fondoch v ČR.



Obrázok 6.1: História vývoja akciového indexu





Obrázok 6.2: História vývoja výnosov 5Y IRS a 10Y IRS

## 6.1 Konštrukcia modelu

Predpokladáme, že plánovací horizont je dlhý  $T$  rokov. Každý rok je rozdelený na niekoľko časových okamihov. Označme  $\Delta t$  časový krok v našom modeli. Dostávame teda  $\frac{T}{\Delta t}$  časových okamihov, v ktorých do penzijného fondu prichádzajú finančné prostriedky, v ktorých penzijný fond vypláca záväzky a robí rôzne rozhodnutia týkajúce sa stratégie riadenia aktív a pasív na ďalšie obdobia.

Označme  $s \in S_0 = \{1, 2, \dots, \frac{T}{\Delta t}\}$ , kde  $s$  predstavuje časový úsek medzi  $[s, s+1]$ .

Zaveďme nasledujúce značenie:

$r_{j,s}$  výnos v triede aktív  $j$  v čase  $s$

$P_s$  celkový počet účastníkov v okamihu  $s$

$A_s$  počet prichádzajúcich účastníkov v okamihu  $s$

$B_s$  počet odchádzajúcich účastníkov v okamihu  $s$

$C_s$  počet pokračujúcich účastníkov v okamihu  $s$

Platí nasledujúci vzťah:

$$P_s = A_s + C_s$$

pre  $s \in S_0 = \{1, 2, \dots, \frac{T}{\Delta t}\}$

Ďalej označme:

$P$  – počiatočný počet účastníkov fondu

$a$  –  $\Delta t$ - ročný nárast počtu účastníkov

$b$  –  $\Delta t$ - ročné odchody počtu účastníkov, ktorí dosiahli vek 60 rokov

$c$  –  $\Delta t$ - ročné odchody počtu účastníkov z iných dôvodov, než je dosiahnutie veku 60 rokov

$d$  –  $\Delta t$ - ročné odchody počtu účastníkov

Platí vzťah:

$$d = b + c,$$

kde  $a, b, c$  sú konštanty.

K tomu aby sme mohli sledovať objem finančných prostriedkov penzijného fondu v jednotlivých časových okamihoch zavedme nasledujúce značenie:

$O_s$  – celkový objem finančných prostriedkov (príspevkov)

$S_s$  – objem príspevkov na penzijné pripoistenie, ktoré prinesú do fondu noví klienti

$T_s$  – objem príspevkov na penzijné pripoistenie, ktoré do fondu vložia pokračujúci klienti

$U_s$  – objem štátnych príspevkov

$X_s$  – objem finančných prostriedkov, ktorý si odnášajú odchádzajúci klienti

$Y_s$  – objem príspevkov od štátu, ktorý si odnášajú odchádzajúci klienti

$Z_s$  – výnos penzijného fondu pripísaný klientom, ktorí si odnášajú klienti ktorí opúšťajú penzijný fond

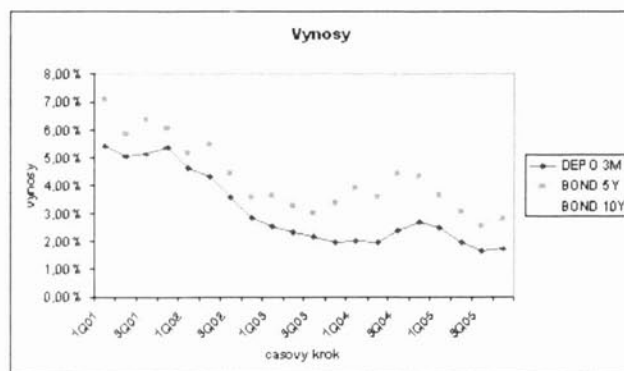
Ak sa účastník fondu rozhodne fond opustiť, okrem prostriedkov, ktoré do fondu vložil, si na základe zákona odnáša aj príspevky, ktoré mu poskytol štát a výnosy z hospodárenia fondu ktoré mu boli na jeho individuálny účet pripísané.

## Data

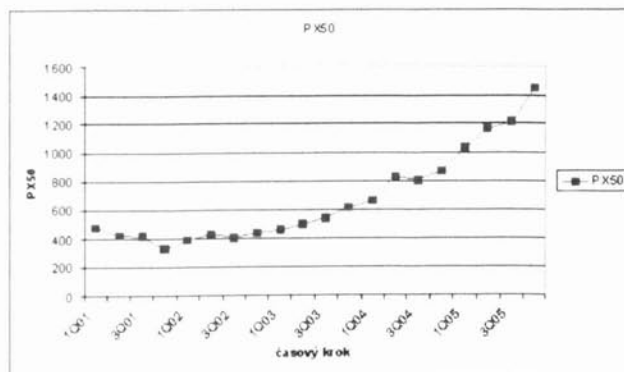
Máme k dispozícii data z informačného servru Bloomberg od roku 1999–2006. Ide o históriu swapových sadziieb a výnosov trojmesačného depozita. Taktiež poznáme hodnoty akciového indexu PX50 v rovnakom časovom rozpätí. V našich modeloch budeme používať swapové sadzby a to 5Y, 10Y, sadzby trojmesačného depozita a hodnoty prislúchajúce akciovému indexu PX50.

Na základe dat od 1.1.1999 do 1.1.2001 urobíme odhad štandardnej odchýlky, ktorú budeme používať ako vstup do modelu vývoja úrokových mier a vývoja akciového indexu.

V našom modeli pracujeme s datami od roku 1999. Je to z dôvodu, že až koncom 90-tých rokov sa na trhu objavili 10-ročné dlhopisy a teda nemôžeme pracovať na českom trhu s dlhšími historickými výpočtami. Z podobného dôvodu v našich modeloch nepracujeme s 15-ročnými dlhopismi, ktoré sa na trhu objavili až v priebehu roku 2001.



Obrázok 6.3: Výnosy



Obrázok 6.4: Hodnota akciového indexu PX50 v období 2001 – 2006

## Odhad potrebných parametrov

Pomocou historických dát, ktoré máme k dispozícii si odhadneme parametre, ktoré budeme neskôr používať v modeloch vývoja úrokových mier. Najdôležitejším odhadom, ktorý musíme urobiť je odhad historickej volatility. Definujme:

$n + 1$ : Počet pozorovaní

$S_i$ : Cena akcie na konci  $i$ -teho intervalu,  $i = 0, 1, \dots, n$

$\tau$ : Dĺžka časového intervalu v rokoch

Položme

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right),$$

pre  $i = 1, 2, \dots, n$ . Odhad,  $s$ , štandardnej odchýlky  $u_i$  je daný vzorcom

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}{n - 1}},$$

kde  $\bar{u}$  je priemer hodnôt  $u_i$ .

Dostaneme odhad dennej volatility a ročnú volatilitu určíme pomocou nasledujúceho vzťahu:

$$\text{Volatilita}(\text{year}) = \text{Volatilita}(\text{daily}) * \sqrt{252},$$

kde číslo 252 predstavuje počet pracovných dní.

Je potrebné pripomenúť, že úrokové swapy sa štandardne kotujú na báze "Actual 360". Vzhľadom k tomu, že budeme pracovať s investíciami do dlhopisov a využívame pri tom swapové sadzby, je potrebné všetky hodnoty pre násobiť zlomkom  $\frac{365}{360}$ .

Podotýkame, že parametre modelu vychádzajú z reálnych CZK tržných sadzieb a snažia sa popísať reálne chovanie klientov českých penzijných fondov.

## Predpoklady modelov

Uvažujeme trojmesačný časový krok a sledovaný horizont má v našich modeloch dĺžku 5 rokov. Znamená to, že máme 20 časových okamihov, v ktorých pribúdajú príspevky, vyplácajú sa dávky a penzijný fond prehodnocuje svoju stratégiu. Predpokladáme, že na začiatku, teda v okamihu 1, máme 100 000 klientov. Zatiaľ nemáme žiadne príspevky. Každý z účastníkov penzijného prípoistenia prispieva mesačne čiastkou 1500 korún. Mesačný príspevok sme si stanovili v tejto hodnote z dôvodu optimálneho zdanenia. Podotýkame, že pri mesačnom príspevku nad 500 Kč, je mesačný štátny príspevok 150Kč. Zjednodušene predpokladáme počiatočné rozdelenie klientov:

Počiatočná veková štruktúra		Počet klientov	
21-30Y	(A)	25%	25 000
31-40Y	(B)	25%	25 000
41-50Y	(C)	25%	25 000
51-60Y	(D)	25%	25 000

Dalšie predpoklady sa týkajú príchodov a odchodov klientov:

Štvrtročný nárast počtu klientov	2,50%	iba skupina A
Štvrtročné odchody klientov - celkom	0,00875	
Štvrtročné odchody klientov - 60Y	0,00625	iba skupina D
ostatné odchody	0,25%	rovnomerne cez všetky skupiny

Vzhľadom k tomu, že náš časový krok je štvrtročný, dostávame:

Štvrtročný príspevok klienta	4500	celý na začiatku Q
Štvrtročný štátny príspevok	450	celý na začiatku nasledujúceho Q
Štvrtročná migrácia z C do D	0.63%	625

Zanedbávame fee pre akcionára, ktoré predstavuje 0,2% a účastníkom penzijného pripoistenia vyplácame 80% z výnosov hospodárenia penzijného fondu.

## 6.2 1.model-Pasívny prístup ALM

Prvou stratégiou, ktorú sme si zvolili k riadeniu aktív a pasív v penzijných fondoch je tzv. **pasívna stratégia**. Chápeme tým klasickú cyklickú reinvestíciu do 5-ročných, 10-ročných dlhopisov alebo trojmesačného depozita. Nehľadíme na kontraktačnú splatnosť klientov, predpokladá sa dlhodobostabilný resp. rastúci objem príspevkov účastníkov. Znamená to teda, že všetky prostriedky investujeme do určitého druhu dlhopisov. Na začiatku sledovaného obdobia nám pribudnú klienti a s nimi aj finančná čiastka. Tú investujeme do dlhopisov. Po časovom kroku nám pribudnú ďalší klienti a s nimi hotovosť, na druhej strane určitý počet klientov odíde a odnesú si aj to čo do fondu vložili, príspevky od štátu a aj výnosy, ktoré im boli pripísané. Prostriedky, ktoré nám vo fonde zostali opäť investujeme do toho istého druhu dlhopisu ako na počiatku. Tento postup opakujeme stále dookola po dobu ktorú sme si zvolili. Na konci plánovacieho obdobia spočítame P/L fondu a volatilitu.

## Vzťahy na výpočet P/L fondu, výnosu a volatility:

### Počet klientov:

Príchody:  $A_1 = 100\,000$ ,  $A_s = P_{s-1} \times a$ ,  $s = 2, 3, \dots$

Odchody:  $B_1 = 0$ ,  $B_s = P_{s-1} \times d$ ,  $s = 2, 3, \dots$

Pokračujúci:  $C_1 = 0$ ,  $C_s = P_{s-1} - B_s$ ,  $s = 2, 3, \dots$

Celkom:  $P_1 = 100\,000$ ,  $P_s = P_{s-1}(1 + a - d)$ ,  $s = 2, 3, \dots$

### Objem vkladov:

Skôr než sa dostaneme k všeobecným vzťahom, pomocou ktorých vypočítame objem prostriedkov, ktoré do fondu vložili noví klienti, klienti pokračujúci alebo ktoré si klienti vzali sebou zavedme značenie pre výšku štátneho príspevku a príspevku účastníka penzijného pripoistenia. Pripomíname, že príspevok účastníka sme si zvolili tak, aby účastník naplno využil daňových úľav, teda vo výške 1500 korún mesačne a štátny príspevok ako plynie zo zákona bude vo výške 150 korún mesačne.

príspevok účastníka :=  $p$

štátny príspevok :=  $\check{s}$

Noví klienti :  $S_s = A_s \times p$

Pokračujúci klienti :  $T_1 = 0$ ,  $T_s = C_s \times p$

Štátny príspevok :  $U_1 = 0$ ,  $U_s = U_s \times p$

Klienti, ktorí opúšťajú penzijné pripoistenie buď z dôvodu dosiahnutia veku 60 rokov, alebo z iných dôvodov, si odnášajú nasledujúce objemy peňazí:

Odchádzajúci klienti - istina :  $X_s = B_s \times p \times (s - 1)$

Odchádzajúci klienti - štátny príspevok :  $Y_s = B_s \times \check{s} \times (s - 1)$

Odchádzajúci klienti - výnos :  $Z_s = B_s \times KH_s$

Veličina  $KH$  predstavuje kapitálovú hodnotu vkladov 1 jedinca. Jej hodnota predstavuje súčet príspevkov účastníka, štátnych príspevkov a pripísaného výnosu, ktorý účastník dostane na základe hospodárenia penzijného fondu.

Platí:

$$KH_s = s \times p + (s-1) \times \check{s} + \underline{pvk_s}$$

kde  $pvk$  je pripísaný výnos (kumulatívne).

V našom modeli účastníkom penzijného pripoistenia pripisujeme 80% z výnosu penzijného fondu. Vo výpočte  $pv$  máme zahrnutú vlastnosť spomínanú v predošlej kapitole a to capital guaranteed. V prípade, že je výnos záporný pripisujeme účastníkom nulu, v opačnom prípade im pripisujeme 80% z výnosov PF na príslušné obdobie. Uvažujeme taktiež reinvestíciu úrokov. Namodelujeme si cash flow úrokov a následne na to si spočítame akruálne P/L fondu. Teraz už máme všetky prostriedky k tomu, aby sme si zráтали priemerný výnos pre jednotlivé intervaly a pomocou známych vzorcov dorátali priemerný výnos a volatilitu fondu.

Nasledujúca tabuľka nám znázorňuje P/L fondu, priemerný výnos a volatilitu v prípade investovania všetkých finančných prostriedkov do jedného z druhov aktív.

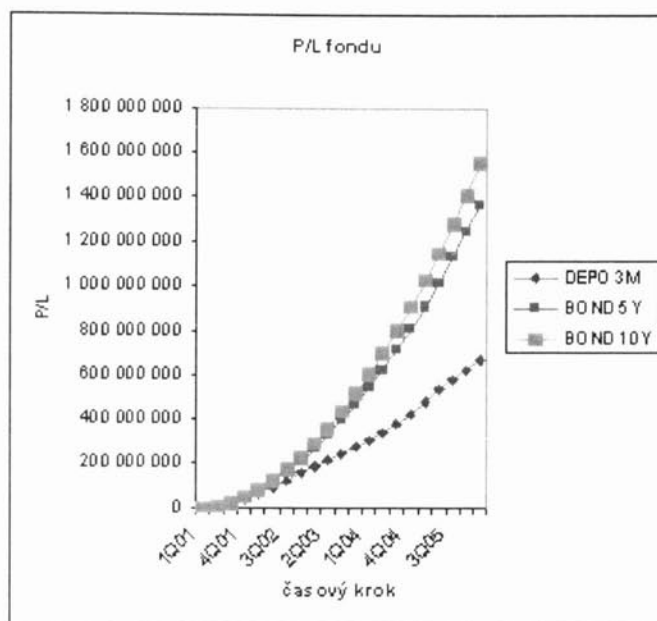
	P/L	Výnos	Volatilita
DEPO 3M	668 863 172	3.12%	1.31%
Bond 5Y	1 367 216 638	5.23%	0.86%
Bond 10Y	1 552 945 267	5.79%	0.77%

Je zrejmé, že v prípade použitia pasívnej stratégie, by mal penzijný fond investovať do dlhopisov s čo najväčšou dobou do splatnosti. V našom prípade teda do dlhopisov s maturitou 10 rokov. Táto investícia prináša maximálny výnos a volatilita je najnižšia v porovnaní s investíciami do 5Y dlhopisu a trojmesačného depozita.

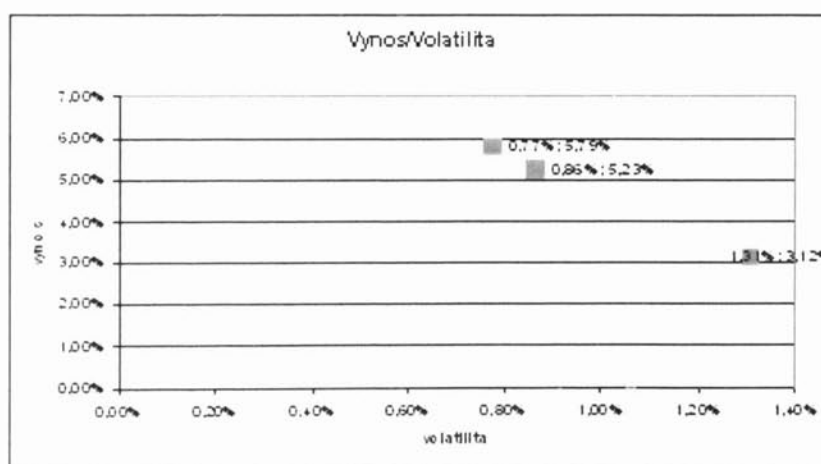
Obrázok 6.5 nám znázorňuje P/L fondu v prípadoch investovania buď do 3M depozita, alebo 5Y bondu alebo 10Y bondu. Nasledujúci obrázok, 6.6, nám znázorňuje výnos a volatilitu v prípade použitia pasívnej stratégie a investovania všetkých finančných prostriedkov do jedného druhu aktív.

Je dôležité pripomenúť, že tento model je zjednodušený a v skutočnosti sa penzijný fond správa trochu odlišne. Pre zaistenie minimálneho úrokového rizika, by mali byť finančné prostriedky investované do aktív s dlhodobou fixnou úrokovou sadzbou. Súčasne však musí byť zaistené likviditné riziko, teda možnosť využitia opcie na výber. Investícia by mala byť rozdelená na dve časti:

1.  $x\%$  do O/N depozita, ktoré zaistí požadovanú likviditu, ale bude spôsobovať volatilitu úrokového výnosu
2.  $100\% - x\%$  investovať do perpetuity, ktorá zabezpečí konštantný úrokový výnos – prakticky cyklický nákup dlhodobých aktív s fixným výnosom



Obrázok 6.5: Graf znázorňujúci P/L fondu pre prípady investovania finančných prostriedkov do určitého druhu dlhopisu, alebo do depozita



Obrázok 6.6: Graf znázorňujúci priemerný výnos a volatilitu jednotlivých stratégií

Ďalším zjednodušením, ktoré mohlo istým spôsobom ovplyvniť výsledky a použiteľnosť v praxi je stanovená dĺžka plánovacieho obdobia. V našom prípade ide o 5 rokov, avšak v skutočnosti má penzijný fond záväzky dlhé niekoľko desiatok rokov (približne 30 rokov).



## 6.3 2.model-Polopasívny prístup ALM

Druhou stratégiou, ktorú sme si zvolili je polopasívna stratégia. Na rozdiel od predošlej stratégie, tu berieme v úvahu kontraktačnú splatnosť záväzkov. Do desiatich rokov investujeme do 10-ročných dlhopisov, nad desať rokov plynú naše investície do akcií bez dividend.

Automaticky sa predpokladá, že účastníci končia v 60-tich rokoch. Taktiež uvažujeme migráciu medzi skupinami. Platia všetky predpoklady, ktoré sme uviedli v predošlej podkapitole.

Podobne ako v predchádzajúcej časti, sledujeme finančné toky v penzijnom fonde. Monitorujeme objem finančných prostriedkov, ktoré do fondu prichádzajú a ku ktorým pribúdajú štátne príspevky a výnosy z investícií či už do 10-ročných dlhopisov alebo akcií bez dividend. Súčasne s tým sledujeme výplaty dávok pre účastníkov, ktorí sa rozhodli PF opustiť. Tí, si okrem vkladov ktoré do fondu vložili odnášajú aj príspevky štátu a pripísaný výnos.

Tento model je o niečo zložitejší než ten predošlý. Je to spôsobené migráciou medzi skupinami a investovaním aj do akcií.

Podotýkame, že náš model je zjednodušený. Predpokladali sme rovnomerné rozloženie ľudí medzi skupinami, na základe toho sme uvažovali že z dôvodu dosiahnutia veku 60 rokov nám odchádzajú klienti iba zo skupiny D, na druhej strane sme predpokladali príchod nových klientov iba do skupiny A.

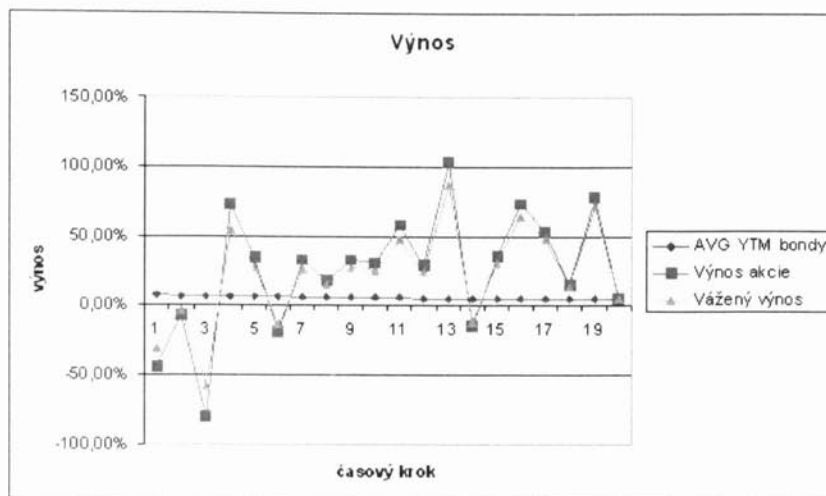
Po dosadení konkrétnych hodnôt ako sú výnosy 10-ročných dlhopisov, výnosy akciového indexu PX50 dostávame nasledujúce výsledky, na základe ktorých môžeme zhodnotiť túto stratégiu a porovnať ju s tou predchádzajúcou.

	Bondy	Akcie	Bondy + Akcie
Výnos	5.89%	25.41%	22.64%
Volatilita	0.69%	42.97%	34.50%

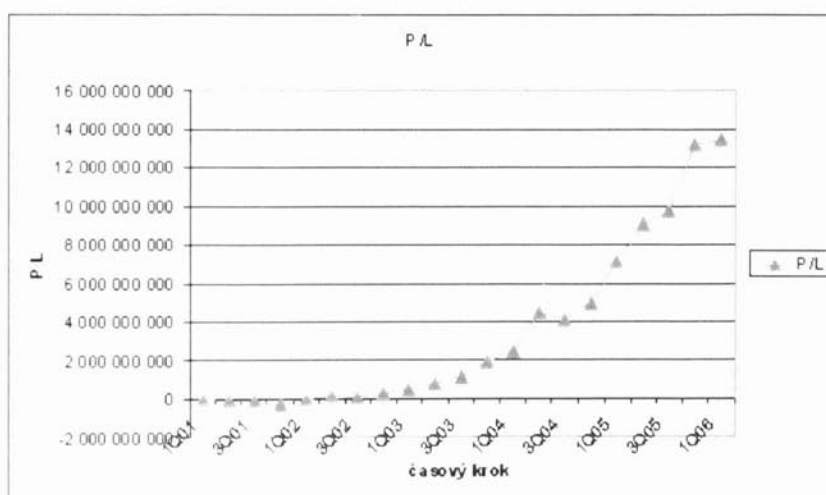
Dôležitým ukazateľom pre nás je P/L fondu. Na nasledujúcom grafe máme znázornené P/L fondu v jednotlivých časových okamihoch.

Zoznámili sme sa s dvoma metódami riadenia aktív a pasív v penzijných fondoch v ČR. Tieto dve metódy, či stratégie sú do značnej miery zjednodušené a zanedbávali sme v nich niektoré faktory, ktoré môžu do značnej miery ovplyvniť ziskovosť penzijného fondu.

Na základe výsledkov, ktoré sme dostali, porovnáme tieto dve stratégie a rozhodneme, ktorá z nich je lepšia. Základnými charakteristikami pre nás bude P/L fondu, teda zisk a strata fondu, výnos a volatilita.



Obrázok 6.7: Výnos plynúci z investícií do dlhopisov, do akcií a vážený výnos

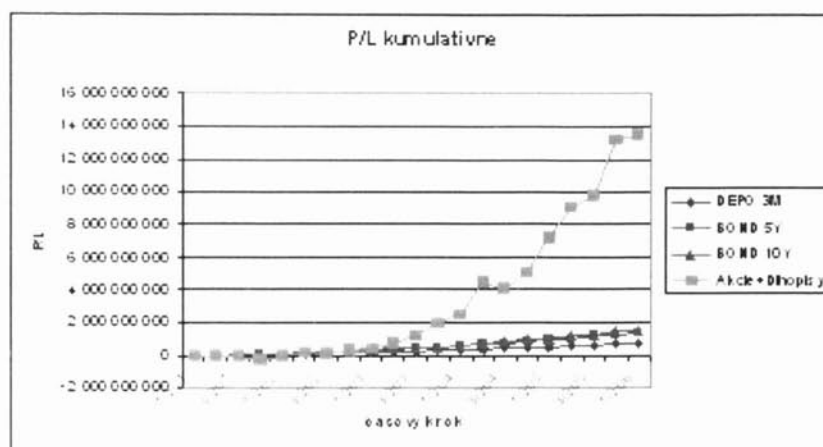


Obrázok 6.8: P/L fondu v prípade druhej stratégie

## Porovnanie pasívnej a polopasívnej stratégie

V tejto časti si na základe spoločných charakteristík porovnáme dve stratégie o ktorých sme sa zmienili. Pozrieme sa na výsledky hospodárenia fondu v prípade, že sme zvolili prvú metódu a všetky finančné prostriedky sme investovali do dlhopisov s danou maturitou a následne na to posúdime použiteľnosť druhej metódy, ktorá pripúšťa aj investície do akcií. Základnými charakteristikami pre nás budú kumulatívne P/L fondu, teda zisk a strata fondu a taktiež volatilita, ktorá zohráva veľmi dôležitú úlohu a predstavuje riziko z investovania.

Na nasledujúcom grafe (obrázok 6.9) máme znázornené P/L fondu v prípade pasívnej stratégie a polopasívnej stratégie. Ako vidíme zisk fondu je značne vyšší v prípade druhej stratégie. Je to spôsobené investovaním do akcií, ktoré prinášajú vyššie výnosy než investície do dlhopisov. Je zrejmé, že investície do akcií sú však omnoho rizikovejšie a teda očakávame, že volatilita v prípade druhej stratégie bude podstatne vyššia než pri voľbe pasívneho prístupu.

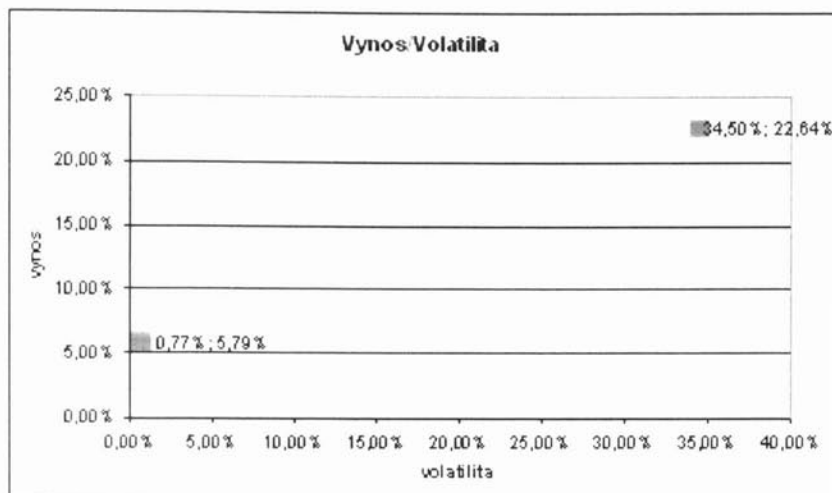


Obrázok 6.9: P/L v prípade pasívnej a polopasívnej stratégie

Nasledujúca tabuľka potvrdzuje naše dohady o tom, že investovanie v prípade druhej stratégie bude síce výnosnejšie, avšak aj oveľa rizikovejšie. Je to však spôsobené aj tým, že v prípade akcií oceňujeme tržnými hodnotami, zatiaľ čo v prípade investovania dlhopisov predpokladáme, že ich držíme do splatnosti.

	IRS 10Y	Akcie + Dlhopisy
Výnos	5.79%	22.64%
Volatilita	0.77%	34.50%

Najlepším riešením je najst' vhodnú kombináciu akcií a dlhopisov. Akcie spôsobia vyšší výnos a dlhopisy nám prinesú požadovanú istotu. V praxi penzijné fondy v ČR investujú do akcií asi 5-6% svojich prostriedkov a zvyšok investícií plynú do dlhopisov. Vo svete penzijné fondy investujú do akcií oveľa viac než je to na českom trhu.



Obrázok 6.10: Výnos a volatilita v prípade investícií do 10Y dlhopisov a pre prípad investovania do dlhopisov a aj akcií

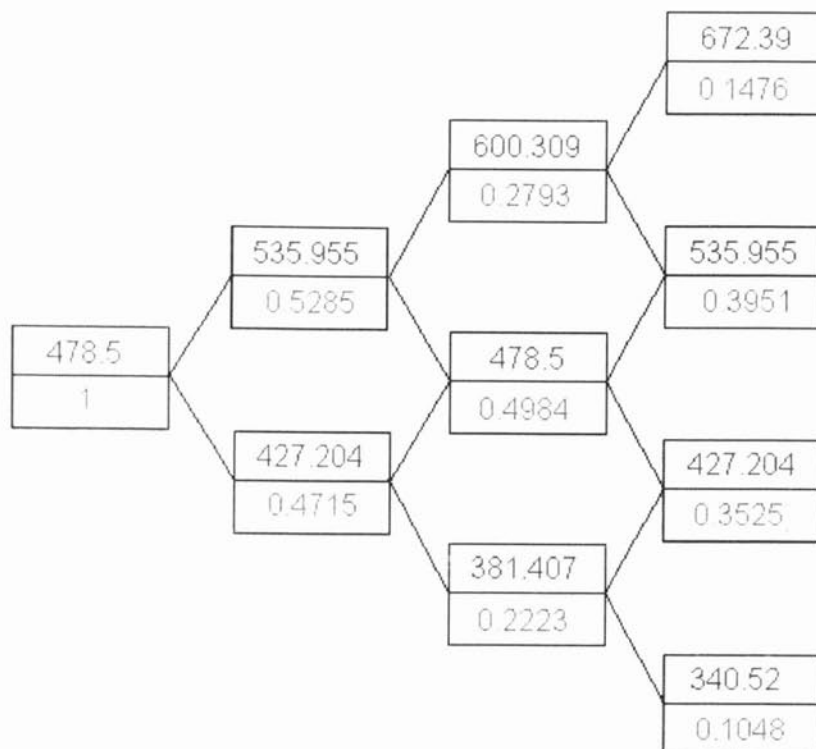
## 6.4 3.model-Modely časovej štruktúry úrokových mier

V predchádzajúcich kapitolách sme sa podrobne zoznámili s dvoma stratégiami riadenia aktív a pasív v penzijných fondoch a vzájomne sme si tieto stratégie porovnali. Hlavnou úlohou tejto kapitoly je vyšetrenie použiteľnosti modelov časovej štruktúry úrokových mier v praxi.

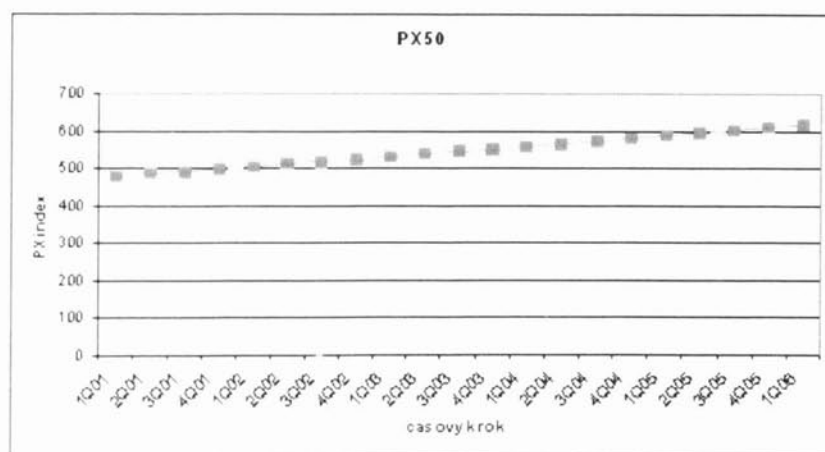
Zámerné sme si zvolili obdobie od 1.1.2001 do 1.1.2006. V predchádzajúcich modeloch sme pracovali s reálnymi datami, ktoré sme poznali. V tejto kapitole budeme opäť rozoberať pasívnu a polopasívnu stratégiu, avšak budeme pracovať s datami, ktoré si namodelujeme na základe historických dat od 1.1.1999 do 1.1. 2001. Na základe úrokových sadzieb, ktoré poznáme počas týchto dvoch rokov, si spočítame smerodajnú odchylku, ktorá bude vstupom do našich modelov. S modelmi, ktoré použijeme na modelovanie budúcich hodnôt sme sa zoznámili v predošlých kapitolách. Podrobne sme sa venovali modelu Hull - Whitea. Pomocou neho spočítame budúcu term structure pre jednotlivé druhy aktív. Na modelovanie vývoja akciového indexu použijeme model Coxa. Pomocou neho si namodelujeme vývoj indexu PX50, ktorý sme taktiež používali v predchádzajúcich modeloch.

Výstupy z modelov dosadíme do našich dvoch modelov a porovnáme s výstupmi modelov, ktoré pracovali s reálnymi datami.

Obrázok 6.11 nám znázorňuje binomický strom vývoja akciového indexu PX50 a nasledujúci obrázok znázorňuje očakávané hodnoty akciového indexu PX50.

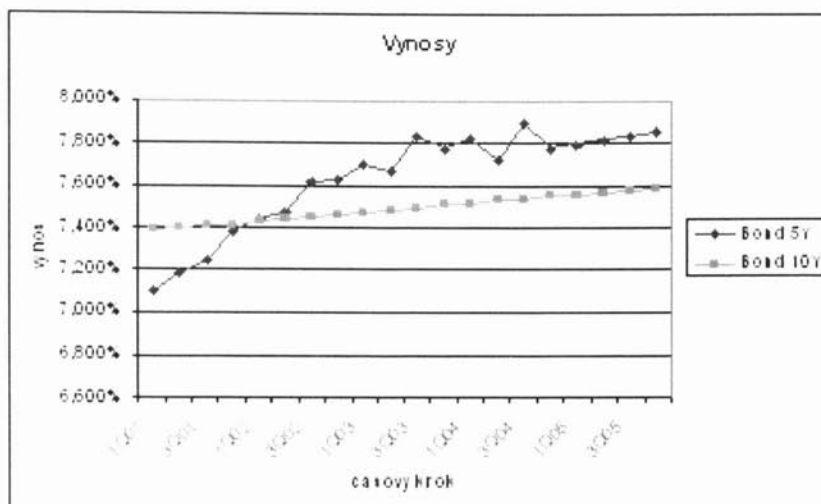


Obrázok 6.11: Strom vývoja akciového indexu PX50

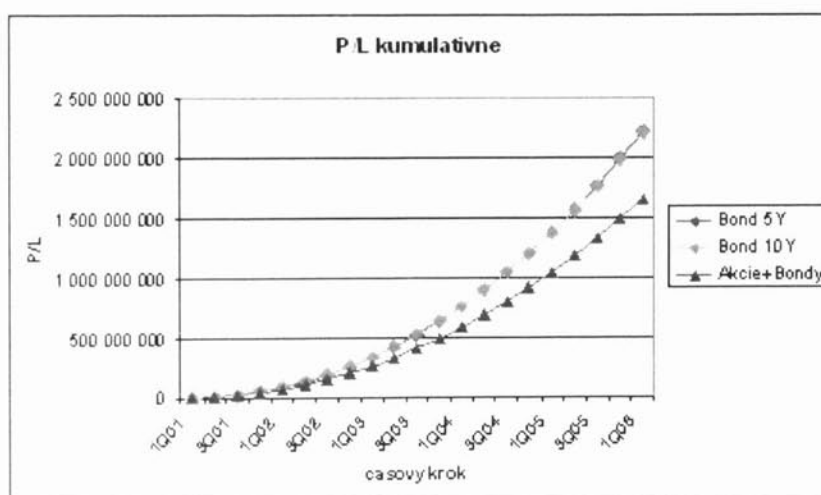


Obrázok 6.12: Graf očakávaných hodnôt akciového indexu

Na obrázku 6.13 máme znázornené očakávané hodnoty výnosov z 5-ročných a 10-ročných dlhopisov namodelované pomocou modelu Hulla-Whitea.



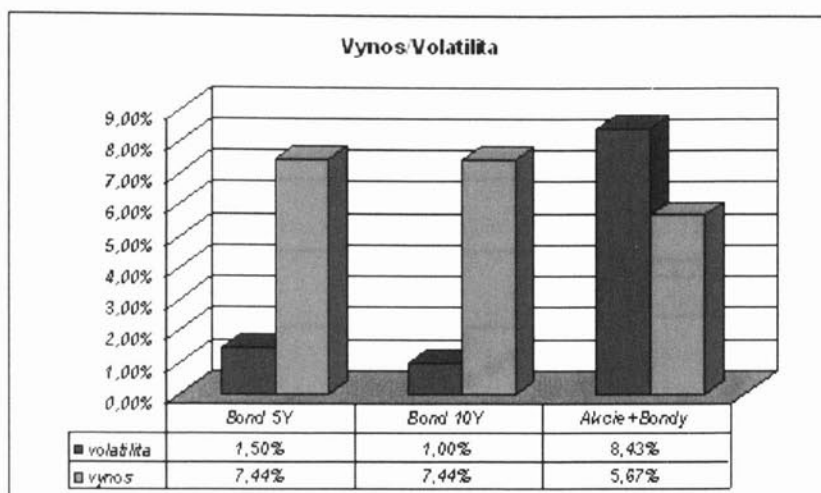
Obrázok 6.13: Graf znázorňujúci očakávaný výnos vypočítaný pomocou modelu Hulla- Whitea



Obrázok 6.14: Porovnanie P.L v jednotlivých stratégiách pracujúcich s namodelovanými datami

	Bond 5Y	Bond 10Y	Akcie + Bondy
volatilita	1.50%	1.00%	8.43%
výnos	7.44%	7.44%	5.67%

Prechádzajúca tabuľka a nasledujúce grafy nám slúžia k porovnaniu jednotlivých stratégií v prípade použitia namodelovaných dát. Porovnaním výsledkov jednotlivých stratégií dochádzme k záveru, že asset manager by si mal zvoliť pasívnu stratégiu a investovať všetky prostriedky do dlhopisov.



Obrázok 6.15: Porovnanie výnosov a volatilit v prípade použitia namodelovaných dat

V nasledujúcej podkapitole sa budem venovať porovnaniu jednotlivých stratégií na základe spoločných charakteristík.

## 6.5 Zrovnanie modelov a prístupov

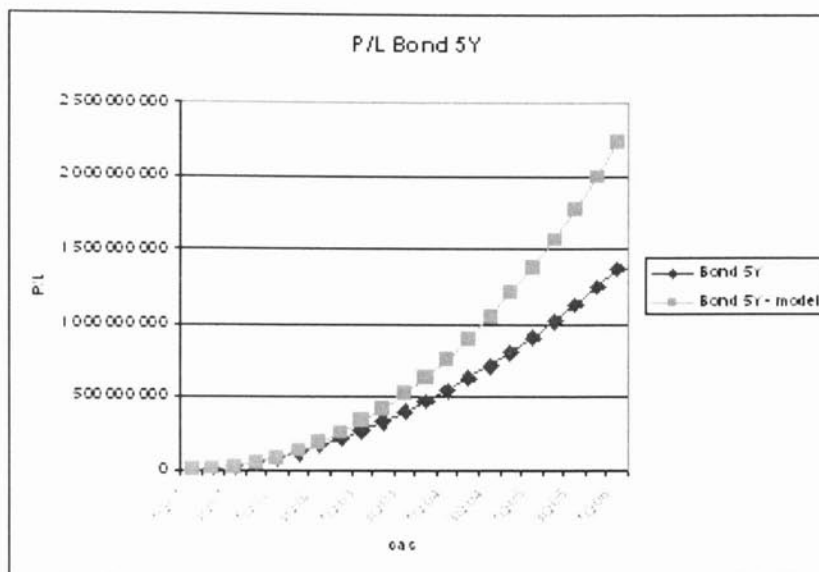
V tejto kapitole zrovnáme modely a prístupy, ktoré sme si popísali v predošlej časti. Jednotlivé stratégie porovnáme na základe spoločných charakteristík a to P/L fondu, volatility a priemerného výnosu.

Najprv sa zameriame na pasívnu stratégiu. Porovnáme výsledky hospodárenia fondu, v prípade, že pracujeme s reálnymi datami alebo datami namodelovanými pomocou modelu HW.

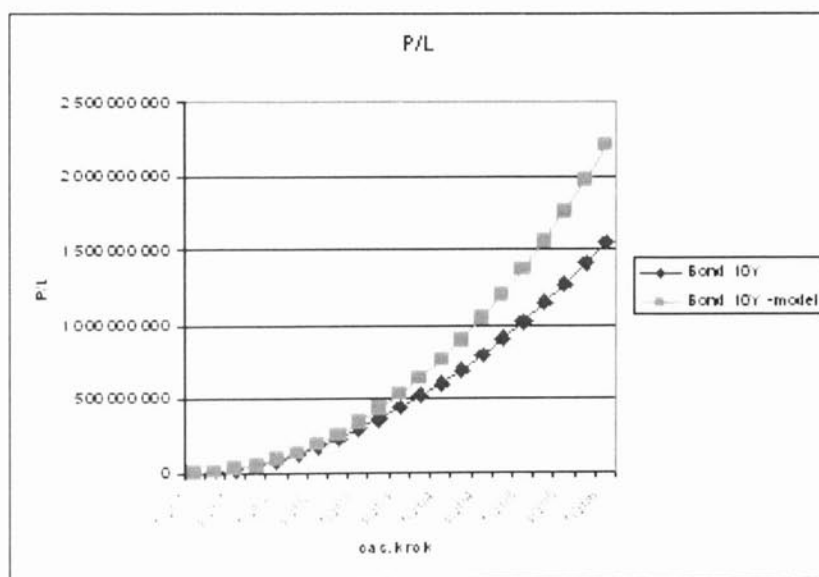
Na nasledujúcich obrázkoch 6.16 a 6.17 máme zachytené P/L fondu v prípade pasívnej stratégie a to pri investovaní do 5-ročných dlhopisov a následne na to do 10-ročných dlhopisov.

Ako vidíme, P/L fondu je v prípade, že pracujeme s namodelovanými výnosmi oveľa vyššie, než P/L fondu v prípade práce s reálnymi datami.

P/L	Bond 5Y	Bond 10Y
reálne	1 367 216 638	1 552 945 267
model	2 234 879 656	2 211 629 596



Obrázok 6.16: P/L fondu v prípade investícií do 5Y dlhopisov



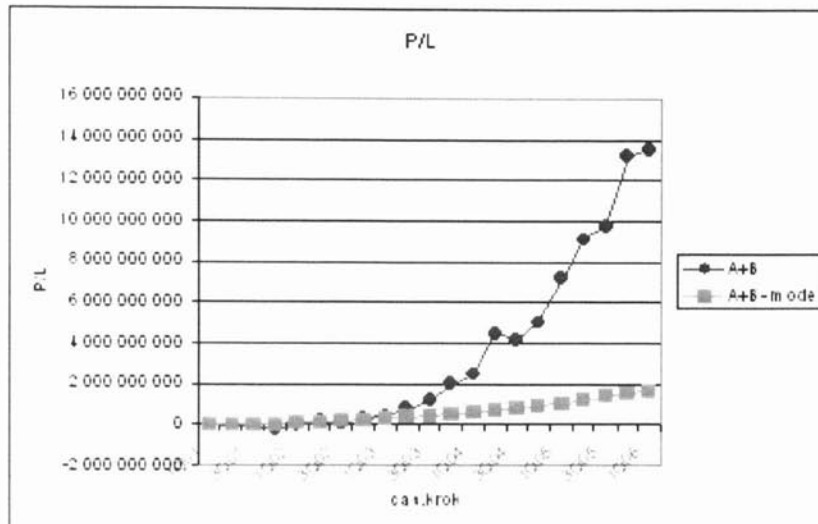
Obrázok 6.17: P L fondu v prípade investícií do 10Y dlhopisov

Pozrime sa, ako je to v prípade polopasívnej stratégie.

<b>P/L</b>	Akcie + Bondy
reálne	13 496 842 376
model	1 661 406 715



P/L fondu je v prípade modelu s reálnymi sadzbami oveľa vyššie, než je to v prípade použitia polopasívnej stratégie pracujúcej s namodelovanými úrokovými sadzbami a akciovým indexom.

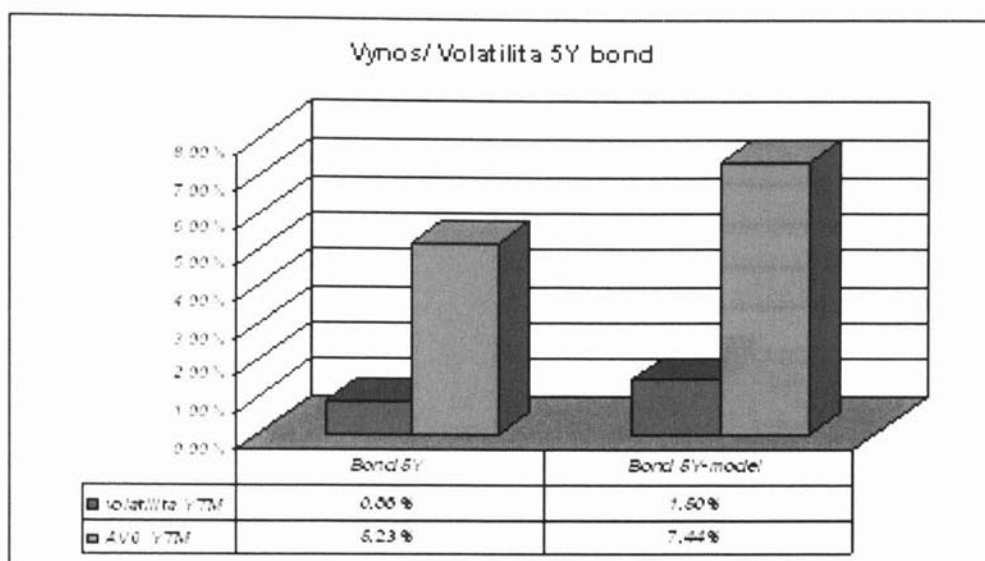


Obrázok 6.18: P/L fondu v prípade polopasívnej stratégie

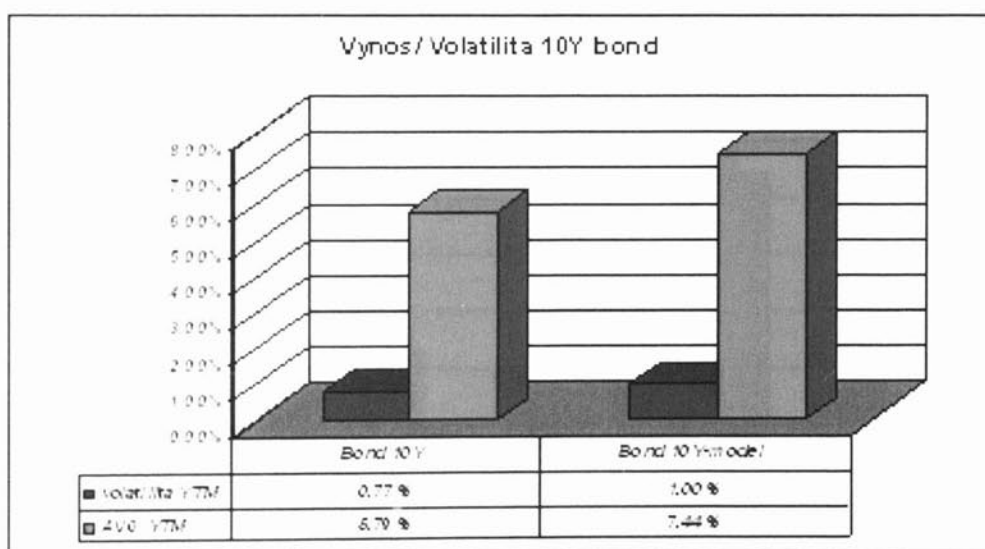
V nasledujúcej časti si porovnáme výnosy a volatility v prípade jednotlivých stratégií.

Na základe predchádzajúcich grafov a tabuliek dochádzame k záveru, že použiteľnosť modelov na predpovedanie budúceho vývoja úrokových mier a modelov na vývoj akciového indexu je značne obmedzená. Vyplýva to taktiež z predpokladov modelov. Na základe tohto prístupu, by sme za optimálnu stratégiu zvolili pasívnu s investovaním do 10-ročných dlhopisov, zatiaľ čo v modeloch pracujúcich s reálnymi datami sme za optimálnu stratégiu zvolili polopasívny prístup riadenia aktív a pasív.

Táto práca porovnala možné prístupy riadenia penzijných fondov. Prvé dva boli veľmi pasívne, asset manager v podstate investoval podľa veľmi triviálnych algoritmov. Ako alternatíva je investícia na základe konštrukcie očakávaného vývoja úrokových sadzieb. Toto sme naznačili v 3. modeli. Tu sa mohol fond manager rozhodnúť, či sa za aktuálne disponibilné prostriedky (zmaturované finančné instrumenty a za novú hotovosť od klientov) prevedie nákup 5Y bondu, 10Y bondu alebo nákup akcií. Pre korektné vyhodnotenie by sa mali zrovnávať vždy spotová 10Y výnosnosť na trhu, modelované opakované investície do 3M a 5Y dlhopisov a do akcií v 10Y horizontu. Na

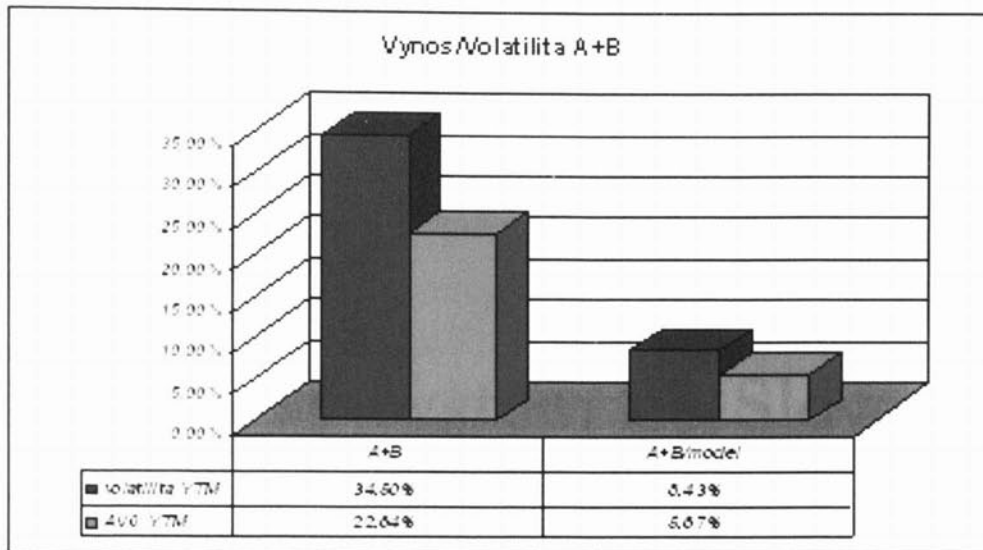


Obrázok 6.19: Porovnanie výnosu a volatility v modeloch pasívnej stratégie pre 5Y bond pre reálne a modelované data

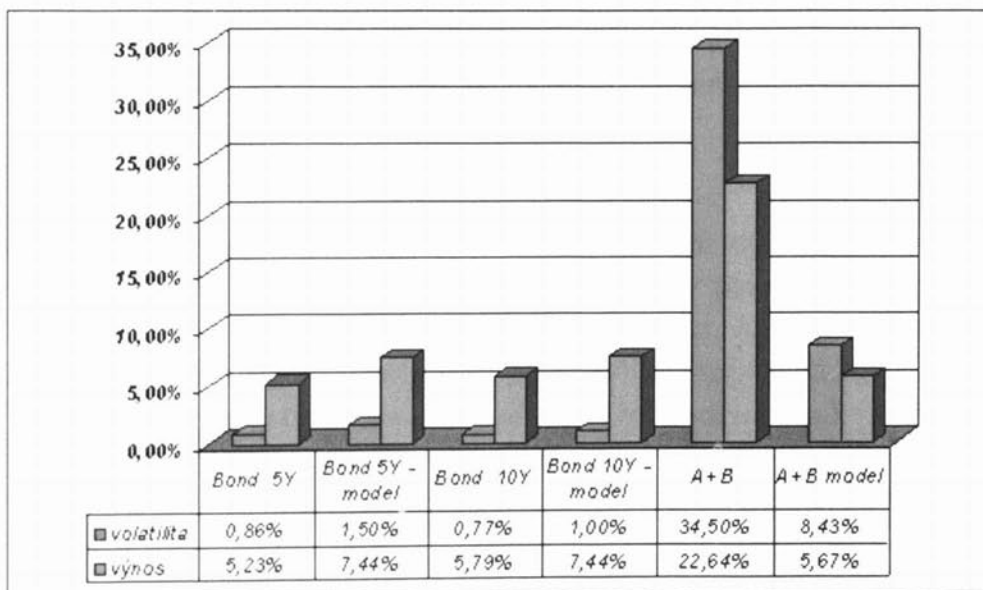


Obrázok 6.20: Porovnanie výnosu a volatility v modeloch pasívnej stratégie pre 10Y bond pre reálne a modelované data

základe zrovnania výnosov (aktuálne 10Y a ostatné modelované) by sa urobil nákup aktív (investície). Toto by sa malo opakovať v ďalšom bode (po 3M v našom prístupe). Zrovnanie takéhoto prístupu s realitou by bolo logickým pokračovaním tejto práce. Z dôvodu výpočetnej náročnosti však nemohlo byť prevedené v tejto práci.



Obrázok 6.21: Porovnanie výnosu a volatilitu v modeloch polopasívnej stratégie pre akcie a bondy pre reálne a modelované data



Obrázok 6.22: Graf porovnávajúci volatilitu a výnos v prípade oboch stratégií pracujúcich buď s reálnymi alebo namodelovanými datami

# Kapitola 7

## Dôchodkový systém na Slovensku

Slovensko, podobne ako iné vyspelé krajiny, čelí starnutiu populácie. Ne-priaznivý demografický vývoj, ale aj vysoká nezamestnanosť, nízke príspevky štátu za nezamestnaných a vyhýbanie sa platbe príspevkov, boli dôvodmi , prečo Slovensko podstúpilo reformu dôchodkového systému. Zaradilo sa tým medzi krajiny ako Chile, Peru, Kolumbia, Veľká Británia, Maďarsko, Poľsko a mnohé iné, ktoré už k reforme penzijného systému pristúpili. Nový dôchodkový systém je založený na troch pilieroch.

- **1. pilier**

Dominantné postavenie má priebežný systém dôchodkov (tzv. PAY-AS-YOU-GO systém). Ako sme sa zmienili v prvej kapitole, ide o systém v ktorom ekonomicky aktívni obyvatelia, zamestnávateľia a štát odvádzajú platby do verejného penzijného fondu a následne na to sa tieto platby rozdelia medzi dôchodcov. Dochádza teda k presunu peňazí medzi generáciami. V tabuľke máme znázornené povinné odvody na dôchodkové zabezpečenie pred a po reforme ( ako percento z hrubej mzdy ).

Pilier	Pred reformou	Po reforme		
	Spolu	Starobný	Invalidný	Rezerva
1.priebežný	28%	9%	6%	4,75%
2.kapitalizačný	-	9%	-	-
Spolu	28%		28,75%	

Celkovo sú teda príspevky vyššie o 0.75 % .

- **2. pilier**

Časť odvodov sa presunulo z verejného priebežného na súkromný kapitalizačný pilier, v ktorom sa hromadia na osobnom účte poistenca. Sporenie v tomto pilieri je povinné len pre občanov, ktorí 1.krát vstúpia na trh práce. Ostatní si môžu vybrať. Buď zostanú v starom systéme, alebo sa rozhodnú pre ten nový. Peniaze v 2.pilieri spravujú novovzniknuté správcovské spoločnosti. Tie ich investujú na finančom trhu a podľa dosiahnutých výnosov ich budú aj zhodnocovať.

### • 3. pilier

Popri priebežnom systéme je tu aj dobrovoľné doplnkové poistenie založené na súkromnom vlastníctve. Občania teda majú možnosť šetriť si na dôchodok aj mimo štátom vynucovaného sporenia a vyplývajú im z toho rôzne daňové úľavy.

K reforme došlo vplyvom demografickej krízy. Tá je spôsobená poklesom pôrodnosti a súčasne predlžovaním sa strednej dĺžky života. Znamená to, že na jedného dôchodcu pripadá čoraz menej pracujúcich.

Ak pracujúci človek stratí zamestnanie, prestáva platiť odvody na dôchodkové zabezpečenie. Nárast nezamestnanosti taktiež priamo ohrozoval výšku zdrojov určených na vyplácanie dôchodkov.

Reforma priniesla mnoho zmien. Hlavnou zmenou je posilnenie princípu ziskovosti. Dôchodok tak viac odráža výšku mzdy jednotlivca v produktívnom veku. Vzorec na výpočet dôchodku má nasledujúci tvar:

$$DOCHODOK = POMB \times R \times ADH$$

kde R je doba platenia poistného v priebežnom pilieri, ADH predstavuje aktuálnu dôchodkovú hodnotu (číslo stanovené štátom) a POMB je priemerný osobný mzdový bod, vyjadrujúci pomer mzdy jednotlivca k priemernej mzde v hospodárstve.

Zmena indexácie a posun veku odchodu do dôchodku sú ďalšími zmenami, ktoré reforma priniesla.

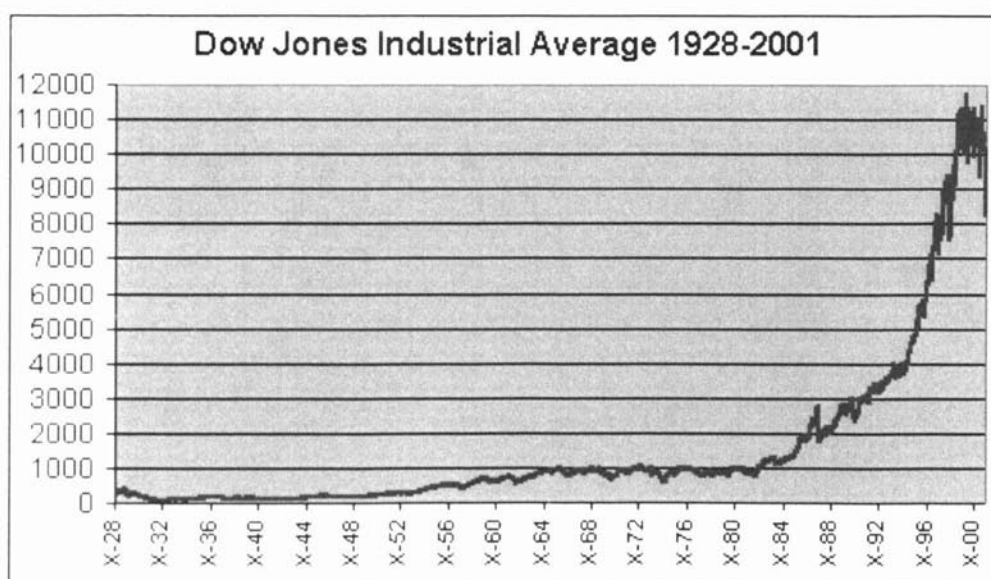
Na základe porovnania výnosnosti 1. a 2. piliera sa občania rozhodujú o prechode z priebežného do kapitalizačného piliera. Výšky dôchodkov v kapitalizačnom pilieri závisia popri nasporenej sume a bezpečnosti vkladov predovšetkým od miery zhodnotenia resp. znehodnotenia investícií penzijného fondu. Je zrejmé, že zhodnocovanie závisí hlavne od vývoja na kapitálových trhoch, administratívnych poplatkov za správu účtov a od investičných rozhodnutí správcov fondov. S rastom výnosu však dochádza k nárastu rizika. Nie všetky aktíva do ktorých môže PF investovať majú vyššiu

výnosnosť než je výnosnosť priebežného systému. Aby mala kapitalizácia význam, musí sa prevažná časť dôchodkových úspor investovať do súkromných cenných papierov a aj do akcií, ktoré sú veľmi rizikové. Investovanie len do štátnych dlhopisov neprinesie požadovaný výnos. Kapitalizačný systém môže byť výnosnejší, ale na druhej strane aj rizikovejší. Dlhopisy sú síce menej výnosné, avšak stabilnejšie. Ich priemerný ročný reálny výnos je tesne nad úrovňou rastu reálnej mzdy.

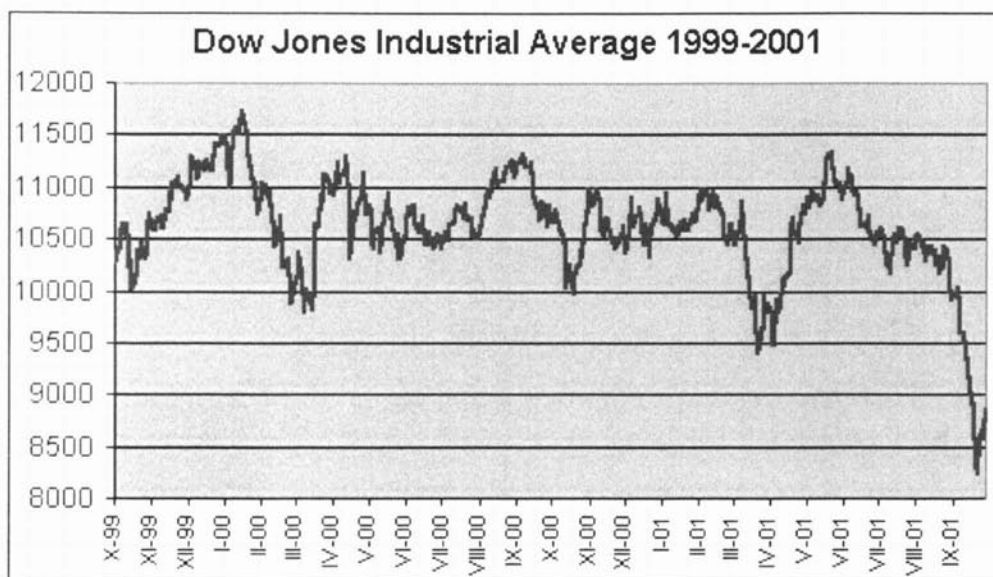
Zo zákona vyplýva, že správcovské spoločnosti musia prevádzkovať tri druhy penzijných fondov a to fond rastový, vyvážený a konzervatívny fond. V nasledujúcej tabuľke máme znázornené, akým spôsobom sú umiestňované prostriedky získané od klientov pre každý druh penzijného fondu.

	Akcie	Dlhopisy a nástroje trhu	Risk x Zisk
Rastový fond	do 80%	bez limitu	vysoký
Vyvážený fond	do 50%	min 50%	stredný
Konzervatívny fond	žiadne akcie	100%	nízky

Je zrejmé, že rastový fond je vysoko rizikový, pretože prevažná časť prostriedkov od klientov PF je investovaná do akcií. Ako príklad kolísavého vývoja na kapitálových trhoch uvedieme krivku znázorňujúcu kolísavý vývoj akcií. Svetové akciové trhy stratili za tri roky 50% hodnoty. Nasledujúci graf znázorňuje vývoj Dow-Jonesovho indexu akcií v rokoch 1928 až 2001.



Nasledujúci obrázok znázorňuje príbeh Dow-Jonesovho indexu akcií za kratšie obdobie a to roky 1999-2001.



Všeobecne platí, že priebežný systém je stabilný a kapitalizačný je rizikovejší. Najlepším riešením je najsť optimálnu kombináciu týchto dvoch systémov. Česká republika sa taktiež zaoberá otázkou reformy penzijného systému. Je otázkou času kedy túto reformu podstúpi a zaradí sa medzi krajiny, ktoré prešli k spravodlivejšiemu a bezpečnejšiemu 3-pilierovému systému. Experti sa zhodujú na tom, že súčasný penzijný systém je za daných predpokladov udržateľný približne do roku 2020.



# Kapitola 8

## Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo popísať modely riadenia aktív a pasív v penzijných fondoch v ČR. Zamerali sme sa na dva prístupy a to pasívnu a polopasívnu stratégiu. Tieto prístupy sú veľmi pasívne, asset manager investoval podľa veľmi jednoduchých algoritmov. Pasívna stratégia spočívala v investovaní všetkých príspevkov do jedného druhu aktív, išlo o tzv. cyklickú reinvestíciu. Druhou metódou bola replikácia záväzkov, kde sme do 10 rokov investovali prostriedky do 10-ročných dlhopisov a nad 10 rokov sme replikovali akciami. Na základe porovnaní spoločných charakteristík sme usúdili, že polopasívna stratégia je lepšia než stratégia pasívna.

Následne na to sme sa venovali diskrétnym modelom vývoja úrokových mier a hlavnú pozornosť sme venovali Hull-Whiteovmu modelu. Ide o bezarbitrážny model, teda model presne vystihujúci súčasnú časovú štruktúru. Pomocou modelu Coxa sme si namodelovali vývoj akciového indexu a očakávané hodnoty, získané z daných modelov sme doplnili do našich stratégií. V druhej časti práce sme teda porovnávali stratégie, v ktorých sme pracovali s namodelovanými datami. Na základe voľby sledovaného horizontu a znalosti reálnych dat sme nakoniec porovnali jednotlivé stratégie, pracujúce či už s reálnymi alebo namodelovanými datami. A diskutovali sme použiteľnosť takýchto modelov v praxi. Došli sme k záveru, že použiteľnosť týchto modelov je značne obmedzená, čo vyplýva z predpokladov modelov, počtov parametrov, existencie analytického riešenia alebo prístupnosti záporných úrokových mier.

Musíme zdôrazniť, že náš prístup bol dynamický. Ďalším, o niečo zložitejším prístupom je alternatíva investovania na základe konštrukcie očakávaného vývoja úrokových sadziieb. Tu by sa fond manager rozhodoval, či sa za aktuálne disponibilné prostriedky (zmaturované finančné inštrumenty) a za novú hotovosť od klientov prevedie nákup 5Y bondu, 10Y bondu alebo nákup akcií. Pre korektné vyhodnotenie by sa zrovnali vždy spotová 10Y výnosnosť



na trhu, modelované opakované investície do 3M a 5Y dluhiopisov a do akcií v 10Y horizontu. Na základe zrovnania výnosov (aktuálne 10Y a ostatné modelované) by sa urobil nákup aktív (investície). Toto by sa opakovalo v ďalšom bode (po 3M v našom prístupe). Zrovnanie takéhoto prístupu s realitou by bolo logickým pokračovaním tejto práce. Z dôvodu výpočetnej náročnosti však nemohlo byť prevedené v tejto práci.

K práci je priložené cd obsahujúce všetky výpočty v programe Microsoft Office Excel 2003.

# Dodatok A

## Účtovanie podľa IAS a IFRS

**Medzinárodné účtetné štandardy** (*international accounting standards, IAS*) sú súborom účtetných štandardov publikovaných Výborom pre medzinárodné účtetné štandardy (IASB).

### Definície uvedené v IAS 39

**Derivát** je finančný nástroj:

- ktorého hodnota sa mení v závislosti na zmene úrokovej miery, cien cenných papierov, cien komodít, menovom kurze, cenovom indexe, úverovom hodnotení, úverovom indexe alebo podobnej premennej (tzv. podkladový nástroj)
- ktorý nevyžaduje žiadnu alebo nízku počiatočnú investíciu vzhľadom k iným kontraktom, ktoré reagujú podobne na zmenu tržných podmienok
- ktorý sa vysporiadava k datu v budúcnosti

**Finančné aktívum** je aktívum vo forme:

- hotovosti
- práva obdržať hotovosť či iné finančné aktívum od iného subjektu
- práva na zmenu finančných nástrojov s iným subjektom za podmienok, ktoré sú potenciálne výhodné
- kapitálového nástroja iného subjektu

**Finančné aktívum alebo záväzok k obchodovaniu** (*held for trading*) je finančné aktívum alebo záväzok získaný za primárnym účelom generovania zisku z krátkodobých zmien cien alebo z dealerskej marže.

**Finančné aktívum k predaji** (*available-for-sale*) je finančné aktívum, ktoré nie je k obchodovaniu, do splatnosti, ani nie je pohľadávkou vzniknutou u pôvodného veriteľa

**Úver a pohľadávka** (*loan and receivable*) zjednaným subjektom je finančné aktívum, ktorý zjednal subjekt poskytnutím peňazí, zboží alebo služieb priamo dlžníkovi, pokiaľ však nebolo zjednané so zámerom okamžitého predaja alebo predaja v krátkodobom horizonte. Tieto úvery a pohľadávky zjednané subjektom nie sú klasifikované ako investície držané do splatnosti, ale sú vyčlenené oddelene.

**Finančné aktívum držané do splatnosti** (*held-to-maturity*) je finančné aktívum s pevnými alebo premennými platbami a s pevnou splatnosťou, u ktorého subjekt má zámer a schopnosť držať aktívum do splatnosti s výnimkou úverov a pohľadávok zjednaných subjektom

IAS 39 vymedzil štyri kategórie finančných aktív (eventuálne záväzkov):

- finančné aktívum alebo záväzok k obchodovaniu (held for trading)
- finančné aktívum držané do splatnosti (held to maturity)
- úver a pohľadávka (loan and receivable), vytvorený vykazujúcim subjektom, ak nie je určený k obchodovaniu
- finančné aktívum k predaji (available-for-sale)

IAS 39 značne pokročil v používaní reálnych hodnôt v účtovaní finančných nástrojov, hlavne na strane aktív rozvahy. Podľa IAS 39 je potrebné vykazovať v reálnej hodnote:

- všetky deriváty, pokiaľ sa nevzťahujú k nekotovaným cenným papierom, ktorých reálnu hodnotu nemožno spoľahlivo stanoviť;
- dlhové a akciové cenné papiere a ostatné finančné aktíva držané za účelom obchodovania
- dlhové a akciové cenné papiere a ostatné finančné aktíva nedržené pre obchodovanie, ale k predaji (available-for-sale);
- vložené deriváty, ktoré sú súčasťou nederivátových nástrojov (embedded derivatives);
- nederivátové aktíva a záväzky, ktoré sú zaistované derivátmi;
- kúpené úvery, ktoré nie sú určené ako investície držané do splatnosti.

Hlavnými skupinami aktív, ktoré sa i naďalej podľa IAS 39 zachycujú v porizovací cene alebo v nabehej hodnote, sú pohľadávky vzniknuté u pôvodných veriteľov, investície držané do splatnosti, nekotované akcie, ktorých reálnu hodnotu je obtiažne stanoviť, a tiež záväzky, ktoré vykazujúci subjekt zjednal.

#### **IFRS 4**(Medzinárodný štandard účetného výkazníctva)

Cieľom tohto IFRS je špecifikácia účetného výkazníctva pre poisťné zmluvy pre všetky podniky vydávajúce takéto zmluvy, pokiaľ Rada neukončí druhú fázu svojho projektu o poisťných zmluvách. Tento IFRS požaduje:

1. obmedzené zlepšenia účtníctva pre poisťné zmluvy zo strany poisťovateľov
2. zverejnenie informácií, ktoré budú identifikovať a vysvetľovať čiastky v účtnej uzáverke poisťiteľa. Jedná sa o informácie vyplývajúce z poisťných zmluv, ktoré pomôžu užívateľom týchto účtných uzávierok pochopiť čiastku, termíny a neistoty budúcich peňažných tokov z poisťných zmluv.

#### **Vložené deriváty**

7. IAS 39 požaduje, aby jednotka oddelila niektoré vložené deriváty od ich hostiteľskej zmluvy, ocenila ich v reálnej hodnote a zahrnila zmeny v ich reálnej hodnote do zisku alebo straty. IAS 39 platí pre deriváty vložené do poisťnej zmluvy, pokiaľ vložený derivát ako taký nie je poisťnou zmluvou.

8. Výnimkou z požiadavkov IAS 39 poisťovateľ nemusí oddeľovať a oceňovať v reálnej hodnote opciu poisťenca odstúpiť od poisťnej zmluvy za fixnú čiastku (alebo za čiastku vychádzajúcu z fixnej čiastky a úrokovej sadzby), aj keby sa realizačná cena líšila od účtnej hodnoty hostiteľského záväzku. Avšak požiadavok v IAS 39 sa nevzťahuje na predajnú opciu alebo odkupnú opciu vloženú do poisťnej zmluvy, pokiaľ sa výkupná hodnota vrátenej poisťky líši v závislosti na zmene hodnoty finančnej premennej (ako je komoditná alebo akciová cena alebo index) alebo nefinančnej premennej, ktorá nie je špecifická pre niektorú stranu zmluvy. Tento požiadavok ďalej platí, pokiaľ sa schopnosť držiteľa poisťky vykonať predajnú opciu, alebo odkupnú opciu spúšťa so zmenou takejto premennej (napr. predajná opcia, ktorú je možné uplatniť, pokiaľ index akciového trhu dosiahne určitej úrovne).

# Dodatok B

## Slovník

**Akcia (share, stock)**– jednotka vlastníctva spoločnosti, tj. jednotka predstavujúca podiel na vlastnom kapitále spoločnosti. Rozlišujú sa *Kmeňové akcie* a *Prioritné akcie*. České právo používa iba pojem akcie, pod ktorými rozumie kmeňové akcie.

**Akciový index (stock index)**–ukazateľ celkového pohybu akciového trhu, ktorý je založený na tržných cenách vybraných akcií. Akciový index je zvyčajne priamo úmerný súčtu tržných kapitalizácií spoločností, ktoré boli zaradené do akciového indexu. Niektoré indexy sú iba aritmetickým priemerom cien akcií vybraných spoločností. Burza cenných papierov Praha používa index PK–50.

**Bezkupónový dlhopis (non–coupon bond)**–dlhopis, ktorý v období od emisie do úplného splatenia nie je spojený s kupónovými platbami a pri splatnosti dochádza k splateniu jmenovitej hodnoty

**Black–Scholesov model (Black–Scholes model)**– matematický model, navrhnutý Fischerom Blackom a Myronom Scholesom v roku 1973 k stanoveniu reálnej hodnoty opcie, kde hodnota opcie je funkciou niekoľkých premenných. Okrem neho existuje niekoľko ďalších oceňovacích modelov, napr. Cox–Rubinsteinov model

**Európska opcia (european option)**– OTC alebo burzovná opcia s právom kupujúceho na vysporiadanie (výmenu, dodanie) oboch podkladových nástrojov v jednom okamihu v budúcnosti pri splatnosti opcie. Opakom je americká opcia.

**Finančný derivát (finance derivative)**– súhrnný pojem pre úrokový, menový, akciový a úverový derivát

*nie, volatilita*  
*podmienka 2*

**Historická volatilita (historical volatility)** – u derivátov vyjadruje premenlivosť ceny podkladového nástroja behom určitého obdobia v minulosti. Pri oceňovaní opcí je historická volatilita definovaná ako ročná štandardná odchýlka založená na historických datach.

**Implicitná volatilita (implied volatility)** – volatilita ceny podkladového nástroja stanovená z ceny opcie. Jedná sa o volatilitu založenú na očakávaní trhu.

**Opcia (option)**

**Portfólio (portfolio)** – finančné aktíva a záväzky daného subjektu

**Reálna hodnota (fair value)** – podľa medzinárodných účtovných štandardov je to čiastka, za ktorú je možné vymeniť aktívum alebo vysoriadať záväzok medzi znalými a ochotnými partnermi bez podjatosti.

**Reálna hodnota derivátov (fair value of derivative)** – súčet reálnych hodnôt podkladových nástrojov

**Standard (benchmark)** – v prípade investícií sa jedná o referenčné portfólio či index, konštruovaný s ohľadom na likviditu, riziko a výnos investície.

**Tržná hodnota (market value)** – podľa medzinárodných účtovných štandardov je to čiastka, ktorú je možné získať pri predaji, či akvizícií finančného nástroja na aktívnom trhu

**Tržné precenenie (mark to market, MTM)** – stanovenie reálnej hodnoty finančného nástroja k danému dňu

**Vložený derivát (embedded derivative)** – derivát, ktorý je súčasťou zloženého nástroja

# Literatúra

- [1] Cipra, T. Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou. HZ Praha, Vydání 1., Praha 1995
- [2] Hull, John C. Options, Futures, and other Derivatives
- [3] Kwok, Yue-Kwen Mathematical Models of Financial Derivatives
- [4] Morgan, J.P., Reuters Risk Metrics- Technical Document 4th es. , Morgan Guaranty Trust Company, New York 1996
- [5] Sharpe W.F., Alexander G.J. Investments. Prentice Hall, Englewood Cliffs (N.J), 1990
- [6] Dumora R., Kannan R. ALM issues in the management of pension funds: International experience and relevance for India, 5th Global Conference of ACtuaries, p. 506
- [7] Drijver S.J., Haneveld W.K.K, Vlerk H van der ALM model for pension funds: numerical results for prototype model, 2002
- [8] Drijver S. Asset Liability Management for Pension Funds using Multi-stage Mixed-integer Stochastic Programming
- [9] Ziemba William T. , Mulvey John M. Worldwide Asset and Liability Modeling
- [10] Asociace penzijních fondu České republiky Penzijní připojištění se státním příspěvkem
- [11] Zákon č.42 1994 Sb., o penzijním připojištění a o změnách některých zákonů souvisejících s jeho zavedením