

## Posudek vedoucího doktorské disertační práce Mgr. Jakuba Řady

### Synthetic geometry in various dimensions

Doktorská disertační práce Synthetic geometry in various dimensions Mgr. Jakuba Řady se skládá z pěti kapitol, z nichž první dvě jsou převážně obecným úvodem a motivací k dalším kapitolám, a další tři kapitoly přinášejí originální výsledky. Většina kapitol do velké míry odpovídá samostatným článkům, publikovaným autorem během jeho doktorského studia. Práce obsahuje také dva dodatky technického charakteru.

Cílem práce bylo rozpracovat některé směry výzkumu, započaté už Michalem Zambojem, které se zabývají zobrazováním čtyřdimenzionálních objektů, a doplnit je o nové, originální výsledky. Jde jednak o využití samotné Zambojovy metody 4DDOP, ale také o 4D lineární perspektivu, která je autorovým originálním přínosem.

V okamžiku zadání práce nebylo zřejmé, do jaké nejvyšší dimenze bude možné se během studia dostat, nicméně se ukázalo, že i v dimenzi čtyři je velký prostor pro tvorbu mnoha zajímavých výsledků, a problematika dimenzí vyšších než čtyři se v práci tedy neobjevuje. Ostatně lidská představivost by už mohla mít s geometrickými objekty dimenze pět a výše značné potíže, to tedy bude muset být ponecháno budoucímu výzkumu.

Nosným tématem je však pojem syntetická geometrie, tedy geometrie prováděná bez souřadnic, s možností konstrukcí, zobrazování a důkazů prováděných čistě s geometrickými objekty (body, přímkami atd.) bez jejich číselného analytického vyjádření. Dalo by se také říci „kreslení rukou bez výpočtů“. Historicky sehrála analytická geometrie důležitou roli, neboť možnost vyřešit geometrickou úlohu početně, pomocí nástrojů lineární algebry, se ukázala jako velmi užitečná a snadno zobecnitelná do libovolné dimenze. Díky tomu zůstala po dlouhou dobu syntetická geometrie opomíjená oproti geometrii analytické, protože při běžném kreslení nebylo v lidských silách znázornit téměř nic co by mělo dimenzi vyšší než tři. Současná doba ovšem přináší velké možnosti počítačového zpracování a zobrazování, a díky tomu se dnes můžeme k syntetické geometrii vrátit a používat ji přinejmenším v dimenzi čtyři. Odměnou nám je často větší názornost, matematická estetičnost a náhled na dříve nespátřené objekty.

V první kapitole autor motivačně uvádí tři případy klasických konstrukcí resp. vět, kdy lze analytický přístup úspěšně nahradit syntetickým. Druhá kapitola je motivačním úvodem k základní představě o čtyřdimenzionálních geometrických objektech.

Třetí kapitola shrnuje Michalem Zambojem vytvořenou metodu 4DDOP a ukazuje její využití na několika základních útvarech. Čtvrtá kapitola se týká 4D perspektivy, začíná obsírnějším historickým úvodem a zavádí se perspektiva ve 4D, která je opět ilustrována na několika typech objektů.

Pátá kapitola je těžištěm celé práce, kdy se dříve rozpracované metody používají na znázornění konkrétních situací. Velmi zajímavé je použití na komplexní prostor  $C^2$  (který má reálnou dimenzi 4) a znázornění imaginárních průsečíků přímky a kuželosečky. Tím mimochodem autor navazuje na svou vlastní bakalářskou práci týkající se konstrukcí s imaginárními elementy v projektivní geometrii. Dále

jsou vytvořena zobrazení stínů různých 4D-těles, a velmi zajímavé a originální je také využití 3D tisku ke znázornění 3D průmětů 4D objektů.

Práce je v angličtině bez zjevných chyb. Překlepů a drobných formálních nedostatků je v celé práci minimálně. Je třeba vyzdvihnout provedení veškerých obrázků, které je na vysoké úrovni a které je v práci tohoto typu dost podstatné. Zdroje jsou správně citovány. Autor tvořil práci samostatně, jen s drobnými intervencemi z mojí strany (zejména týkající se stylistiky). Některé citované články jsou dílem autorské dvojice Řada – Zamboj, přičemž Michal Zamboj měl roli konzultanta této práce.

Není pochyb, že Jakub Řada předložil kvalitní text, v němž prokázal schopnost samostatné tvůrčí matematické práce, a rovněž nepochybuji, že je schopen v započatém výzkumu i tvorbě dalších aplikací nadále pokračovat. Proto doporučuji po řádné obhajobě práci uznat jako doktorskou disertační a autorovi přiznat titul Ph.D.

V Praze, 28.8.2024

Mgr. Lukáš Krump, Ph.D  
Matematický ústav UK  
Sokolovská 83  
186 75 Praha 8  
krump@karlin.mff.cuni.cz