

doc. RNDr. Daniela Velichová, CSc.
Ústav matematiky a fyziky, Strojnícka fakulta
Slovenská technická univerzita v Bratislave
Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava, Slovenská republika

POSUDOK DIZERTAČNEJ PRÁCE

Mgr. JAKUB ŘADA, Synthetic Geometry in Various Dimensions

Matematický ústav UK, Praha 2024, Česká republika

Práca Mgr. Jakuba Řadu, predložená k oponentskému konaniu, je prierezom vedeckej činnosti doktoranda a dosiahnutých výsledkov počas jeho doktorandského štúdia venovaného špecifickej problematike z oblasti syntetickej geometrie viacrozmerých priestorov. Téma práce je zaujímavá a inšpiratívna, svojim širokým záberom od rovinatej geometrie až ku geometrii štvorrozmerného priestoru dokladuje silu a efektívnosť abstrakcie pri zovšeobecnení známych postupov rovinných syntetických konštrukcií súvisiacich s klasickými poznatkami projektívnej geometrie ich analógiou v priestoroch vyššej dimenzie.

V úvodných kapitolách 1 – 3 sú zhrnuté základné poznatky, známe i objavené samotným autorom či v spolupráci s kolektívom spoluautorov. Autor sa venuje niektorým základným syntetickým konštrukciám a dôkazom v rovine, ozrejmuje pojem dimenzie geometrického priestoru až do rozmeru 4 a predstavuje základné možnosti zobrazenia priestorov vyššej dimenzie do nadroviny. Kapitola 3 je venovaná projekcii štvorrozmerného priestoru do dvoch kolmých trojrozmerných podpriestorov – 4DDOP, ktorá predstavuje 4D analógiu Mongeovej metódy zobrazenia v 3D.

Štvrtá kapitola je venovaná vlastným výsledkom autora tejto práce. V úvode je stručne opísaný princíp lineárnej perspektívy - zobrazenia 3D priestoru do roviny z hľadiska historického vývoja poznatkov a aplikácií tejto zobrazovacej metódy používanej najmä v architektúre a umení. Definícia lineárnej perspektívy však nie je celkom korektná a úplná, chýba aspoň zmienka o úbežníkoch a príslušnom type perspektívy. Ďalej autor uvádza analogické zobrazenie štvorrozmerného priestoru – štvorrozmernú perspektívu, v ktorej sa každý bod priestoru premieta z pevného bodu do daného zobrazovacieho trojrozmerného podpriestoru. Projekcia je prezentovaná na priemetoch telies v 4D priestore, ktoré sú analógiou telies v 3D, hyperkocka, hyperihlan, štvorrozmerný hranol a hypersféra v rôznych polohách.

Na posudzovanej práci Mgr. Jakuba Řadu oceňujem najmä tú skutočnosť, že napriek abstraktnému kontextu - opis útvarov štvorrozmerného priestoru a ich priemetov, uvádza zaujímavé možnosti aplikácie získaných teoretických výsledkov. Kapitola 5 je nosnou časťou predloženej práce. Obsahuje vlastné výsledky autora, ktoré predstavujú prínos jednak v oblasti vizualizácie komplexnej roviny \mathbb{C}^2 , ako aj z pohľadu syntetickej geometrie štvorrozmerného priestoru (konštrukcia osvetlenia v 4D priestore, vrhnutý tieň objektov 4D priestoru, zovšeobecnenie konštrukcie osvetlenia algebrických plôch - konštrukcie vlastného tieňa aj tieňa vrhnutého na iné objekty v priestore ľubovoľnej dimenzie). V závere kapitoly autor uvádza tiež možnosti

vizualizácie objektov štvorrozmerného priestoru pomocou 3D tlače ich priemetov. Naznačených je aj niekoľko ďalších možností smerovania výskumu v tejto oblasti.

Významnou súčasťou dizertačnej práce sú kvalitné ilustrácie, ktoré čitateľovi v značnej miere uľahčujú pochopiť pomerne náročné abstraktné konštrukcie, vďaka prehľadnej a názornej vizualizácii. Práca je graficky spracovaná na dobrej profesionálnej úrovni, obsahuje množstvo kvalitných a prehľadných obrázkov a veľký počet, viac než 100, bibliografických zdrojov. Je napísaná kultivovaným odborným jazykom, pričom autor predstavil výsledky svojej práce zrozumiteľne, dôsledne a vhodnou formou.

V prílohách sú zhrnuté praktické užitočné dáta o výpočtovej náročnosti scén zobrazujúcich osvetlenie objektov 4D priestoru, ukážky animácií dostupné na internete a informácie o softvéri GeoGebra a jeho použití pri zobrazovaní objektov 4D priestoru pomocou 4DDOP.

Autorovi chcem položiť niekoľko nasledujúcich otázok:

1. Uvažovali ste o polohe úbežníkov v horizontálnej rovine a klasifikácii 4D perspektívy analogickej ku jedno-, dvoj-, resp. troj-úbežníkovej perspektíve v 3D, napr. pri zobrazení hyperkocky vo všeobecnej polohe vzhľadom k súradnicovým osiam, resp. priestorom?
2. Bolo by možné nejakým spôsobom znížiť výpočtovú (časovú) náročnosť zobrazovaných 3D scén? Objekty 4D priestoru sa dajú modelovať pomocou Minkowského množinových operácií (a definovať vektorovými funkciami) a bolo by zaujímavé vizualizovať ich pomocou trojrozmerných priemetov niektorou z opísaných zobrazovacích metód – 4DDOP alebo 4D perspektíva.
3. Existujú nejaké iné (okrem GeoGebry) softvérové produkty, ktoré umožňujú obdobné vizualizácie objektov viacrozmerných priestorov?
4. Akým smerom by ste chceli pokračovať vo svojej vedeckej práci v budúcnosti? Neplánujete vytvoriť nejaké Geogebra aplety vhodné na jednoduché zobrazovanie 4D objektov v 4DDOP alebo 4D perspektíve a zdieľať tieto produkty s geometrickou vedeckou komunitou?
5. Ako by sa dali využiť vaše výsledky pri výučbe geometrie (zobrazovacích a vizualizačných metód) na technických univerzitách?

Na záver chcem uviesť, že predložený súbor autorských publikovaných prác Mgr. Jakuba Řadu v počte 9 je obohatením predmetnej oblasti vedeckého bádania a predstavuje priamy prínos dosiahnutými novými výsledkami. Zároveň dokladuje autorov potenciál úspešne pokračovať v tvorivej činnosti aj v budúcnosti.

Predložená práca spĺňa všetky nároky kladené na dizertačné práce a preto ju odporúčam prijať v aktuálnej podobe k obhajobe pred Vedeckou radou Matematicko–fyzikálnej fakulty Univerzity Karlovej v Prahe, ako východisko k udeleniu titulu Ph.D. doktorandovi Mgr. Jakubovi Řadovi po úspešnom ukončení oponentského konania a splnení administratívnych náležitostí.