

POSUDOK OPONENTA BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Názov: Momenty a kumulanty

Autor: Petr Prajzler

ZHRNUTIE OBSAHU PRÁCE

Predložená bakalárska práca sa zaoberá momentami náhodných veličín v širšom kontexte. V kapitole 1 sú predstavené momenty náhodných veličín spoločne s momentovou vytvárajúcou funkciou a charakteristickou funkciou, a ich najjednoduchšími vlastnosťami. Kapitola 2 predstavuje kumulanty a kumulantovú vytvárajúcu funkciu, a kapitola 3 krátko diskutuje klasický momentový problém ktorý sa zaoberá podmienkami, za ktorých momenty jednoznačne určujú rozdelenie náhodnej veličiny.

CELKOVÉ HODNOTENIE PRÁCE

Téma práce. Téma práce je zaujímavá. Najmä úvodná (a najdlhšia) časť o momentoch v kapitole 1 prezentuje výsledky dobre známe zo základných kurzov pravdepodobnosti a štatistiky. Na druhú stranu, zaujímavejšie výsledky o kumulantoch (kapitola 2) a momentovom probléme (kapitola 3) sú iba veľmi stručné a miestami pôsobia neúplne. Podľa môjho názoru by si práve kapitoly 2 a 3 zaslúžili väčšiu pozornosť, zatiaľ čo kapitolu 1 by bolo možné významne skrátiť.

Vlastný príspevok. Autor predvádza niekoľko jednoduchých vlastných dôkazov. Tieto dôkazy sú zväčša správne. Ocenil by som ale trochu ambicióznejší prístup. Príkladom by mohol byť aspoň náznak myšlienky nejakého dôkazu v časti o momentovom probléme, odvodenie všeobecného tvaru kumulantu, alebo komentár o dôkaze tvrdenia 5 o charakterizácii rozdelení pomocou momentových vytvárajúcich funkcií.

Matematická úroveň. Práca obsahuje definície a niekoľko dokázaných tvrdení. Formulácia tvrdení a formálna argumentácia by sa dali zlepšiť, celkovo je ale matematická úroveň práce uspokojivá.

Práca so zdrojmi. Zdroje sa zdajú byť citované vhodne a správne.

Formálna úprava. Formálna úprava práce je priemerná. Text obsahuje isté množstvo preklepov a problémov v značení, celkovo je ale text dobre čitateľný a zrozumiteľný.

ŠPECIFICKÉ PRIPOMIENKY

1. Momentový problém sa zaoberá charakterizáciou rozdelenia náhodnej veličiny X v prípade, že sú známe všetky *celočíselné* momenty $E X^k$ pre $k \in \mathbb{N}$. Dá sa niečo povedať o charakterizácii rozdelenia X v prípade, ak poznáme všetky *reálne* (prípadne *kladné*) momenty $E X^k$ pre $k \in \mathbb{R}$ (resp. $k > 0$)?
2. Kumulanty sú v práci zavedené, nie je ale uvedená žiadna ich aplikácia v pravdepodobnosti alebo štatistike. K čomu sú kumulanty užitočné?
3. Vedel by autor uviesť príklad rozdelenia, ktoré nie je určené svojimi kumulantami?
4. Na str. 3 je uvedený vzťah $\int_{-\infty}^{\infty} h(x)f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) dF_X(x)$, ak f_X je hustotou F_X . Čo presne znamená integrál s diferenciálom $dF_X(x)$ na pravej strane tejto rovnice? Ako je stredná hodnota definovaná v prípade, že X nie je diskrétna ani absolútne spojitá? Ako presne je táto rovnica aplikovaná v prípade, že μ je empirická pravdepodobnostná miera (str. 3)?

5. Mohol by autor uviesť príklad rozdelenia so zápornosť špicatostou γ_4 (str. 5 a 6)?
6. Je prvý vzorec pre rozptyl na str. 10 uvedený správne?
7. Posledná rovnica na str. 16 a inde: Integrovaťnosť funkcie f neznamená, že $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx < \infty$.
8. Veta 8: Odkiaľ vieme, že $k_1(X)$ je stredná hodnota?
9. Str. 23: Vo všeobecnom výraze pre k_r nie je jasné, čo je π_1, π_2, \dots .
10. Str. 27: Nie je mi jasné, prečo by f_c malo mať konečné momenty.
11. Definície 11: Čo presne znamenajú *hodnoty náhodnej veličiny X*?
12. Str. 29: Odkiaľ vieme, že suma v Carlemanovej podmienke na str. 29 je nekonečno?

NIEKTORÉ FORMÁLNE CHYBY

1. Náhodné veličiny sa mali konzistentne označovať veľkými písmenami. V práci nachádzame striedavo značenie X a x .
2. Integrál μ'_k v definícii 2 nemusí byť dobre definovaný.
3. Vo výraze pre $M_X(t)$ na str. 13 je preklep.
4. V definícii 8 nie je vhodné mať sumu indexovaných i , ak ako i označujeme imaginárnu jednotku.
5. Str. 16: Píše sa *Fourier*, nie *Furier*.
6. Str. 23: Je uvedené, že $k_1 = \mu_1$, lenže $\mu_1 = 0$.
7. Strana 3 a inde: Pri niekoľkoriadkových vzorcoch sa riadky nezakončujú výrazmi $=, <$ apod. Tieto sa uvádzajú iba na začiatku ďalšieho riadku. Matematické vzorce sú súčasťou viet, mali by teda byť zakončované interpunkciou (bodkami a čiarkami).

ZÁVER

Jedná sa priemernú prácu, ktorú ale odporúčam uznať ako bakalársku prácu na MFF UK.



Stanislav Nagy
 KPMS MFF UK
 26. mája 2024