

POSUDEK VEDOUCÍHO NA BAKALÁŘSKOU PRÁCI
MICHALA VOROBELA NAZVANOU
REDUKČNÉ ŤAHY NA KOMBINATORICKÝCH POVRCHOCH A EULEROVSKÉ
SFÉRY

Jde o hezkou práci, která dokazuje několik dobře známých fakt z kombinatorické geometrie jiným způsobem než je běžné. Práce je kromě jednoho místa napsána svižně a srozumitelně. Je v ní však několik formálních opomenutí, která lze přisoudit chvatu při závěrečném zpracování. Tato opomenutí nejsou podle mého soudu významná. Připouštím ale, že mohou mít vliv na hodnocení práce.

Hlavní výsledky jsou v práci jasně uvedeny, takže není třeba je tlumočit. Krátce budiž ale řečeno něco o metodě. Pracuje se s abstraktní 2-varietou, tedy se systémem trojbodových množin, jež nazýváme stěny. Hrana je pak každá dvoubodová podmnožina nějaké stěny. Trojbodová podmnožina, která není stěnou a obsahuje tři hrany se v práci nazývá trigon. Pokud body trigonu zdvojíme a prohlásíme je za stěny, tak v případě orientovaného kombinatorického povrchu po této operaci buď dostaneme dva povrchy nebo kombinatorický povrch nižšího rodu. Úvahy o redukčních tazích se značně zjednodušují, pokud daná 2-varieta trigon neobsahuje. Pokud trigon obsahuje, tak lze použít vhodný indukční postup a vyjít z komplexu, který vznikl trigonovým řezem. K tomu je ale potřeba tvrzení o existenci redukčních tahů koncipovat tak, aby součástí takového tvrzení byl předpoklad, že při redukci se lze vyhnout předem dané stěně.

Domnívám se, že výsledky práce lze použít při úvahách o dosud plně nevyřešeném problému redukčních tahů v eulerovských triangulacích toru. Rovněž je ke zvážení, zda postupy v práci uvedené by nemohly být použity ve výuce, ať už při výkladu nebo jako cvičení.

Práci jednoznačně doporučuji přijmout jako práci bakalářskou. Práci považuji jako celek za dostatečně kvalitní na to, aby mohla být hodnocena stupněm *výborně*. Níže uvedená nedopatření však mohou být důvodem, proč dát přednost hodnocení stupněm *velmi dobře*.

Aleš Drápal

V Karlíně 10. května 2023

Zpozorovaná nedopatření

1. strana 4: V definici orientace hrany ve stěně má jít o uspořádanou dvojici, nikoliv o cyklus délky dva.
2. strana 5: V Lemma 1.4 má být předpoklad, že nejde o čtyřstěn.
3. strana 6: Poznámka nahoře je mylně formulovaná. Smysl má být opačný. Protože máme danou koherentní orientaci, tak můžeme předpokládat, že stěny procházející vrcholem v_i jsou orientovány tak, jak se v důkazu předpokládá.
4. strana 6: V popisu \mathcal{T} v definici trigonového řezu je deklarován úmysl definovat \mathcal{T} jako systém stěn. Stěna se ovšem obecně vzato chápe jako neorientovaná. Stěny padnoucí do \mathcal{T} jsou ale uvedeny jako orientované. Stačilo napsat, že \mathcal{T} bude definováno včetně orientace. (Jde o drobnost.)

5. strana 7: Formulace Lemma 1.7 je v bodě a) formálně nepřesná. Z kontextu si lze jednoznačně dovodit, co se míní χ a co χ' . V práci by bývalo lépe psát $\chi(\mathcal{S})$ atd. Tím by byl odstraněn podobný problém i jinde (například téměř dole na straně 13).
6. strana 10: Předpoklad, že vrcholy x_2 a x_3 nejsou stupně čtyři je zde nadbytečný (byť jinde je užitečný). Kdyby některý z nich byl stupně čtyři, tak by musela existovat jedna ze zapovězených hran.
7. strana 11: Ve znění chybí předpoklad, že $\{z, x_2, x_3\}$ je stěna. Z kontextu je ovšem zřejmé, že se tak předpokládá.
8. strana 12: Formulace v posledním odstavci je matoucí. Pokud předpokládám, že v komplexu nejsou vrcholy stupně 3 a 4, tak všechny vrcholy mají stupeň pět a výše. Tvrdit, že takový vrchol existuje je pak zbytečné a vyvolává to otázku, co autor měl na mysli. Navazující úvaha je však v pořádku.
9. strana 16: Zachování stěny je pojem, který by měl být definován kvůli úplnosti, byť je víceméně jasné, co se tím míní. V práci definován je, ale uvnitř důkazu Lemma 2.4. Mělo by to být mimo důkaz.
10. strana 16: Úplně dole se píše o trigonu ekvivaletním osmistěnu. Kdyby zde bylo napsáno pouze osmistěnu, tak by to bylo v pořádku. Uvedená formulace mi nedává smysl. Podobná formulace se navíc objevuje i důkazu Lemmatu 3.3.
11. strana 18/19: Definice \tilde{h} je intuitivně jasná. Formálně mi to ale nedává smysl. Navíc je použito slovo oblouk, což sice není úplně špatně, ale v situaci, kdy jde o úsečky, tak je to matoucí.
12. Nejslabší z práce je důkaz Lemma 3.3. Není to nic těžkého, lze si domyslet, jak to autor mínil. Důkaz je hůře srozumitelný než jiné důkazy v práci. Jednotlivé případy nejsou přehledně odděleny. Není dobré se odkazovat na určitý případ jako na možnost v závorce, ve které je zase více možností. Šlo to formulovat přehledněji a úsporněji. Zvláště vadí, že definice grafu H je zavádějící a asi i formálně špatná. Daleko srozumitelnější je, když se řekne, že H je graf na vrcholech stupně 4, kde hrana spojuje dva vrcholy, jestliže taková hrana existuje v indukovaném grafu.