Oponentní posudek bakalářské práce

Chaos a intervalová dynamika

autora

Samuela Smerčiaka

Práce je věnována vlastnostem intervalového dynamického systému daného iterováním spojitého zobrazení (funkce) kompaktního podintervalu reálných čísel do sebe. Je členěna do šesti částí, po úvodu následují čtyři kapitoly pojednávající zejména o Šarkovského větě a text je zakončen seznamem použité literatury.

První kapitola zavádí základní definice umožňující formulovat hlavní výsledek, o kterém práce pojednává - tzv. Šarkovského větu. Vše je standardní a v pořádku. Osobně bych se raději vyhnul pojmu "minimální perioda" a nahradil jej jednoduše pojmem "perioda". Další výklad by po drobných úpravách nijak neutrpěl.

Ve druhé kapitole je zformulována Šarkovského věta operující se Šarkovského uspořádáním množiny $\mathbb{N} \cup \{2^\infty\}$. Cílem kapitoly je podat důkaz Š.v. "sledující kapitolu 7 z knihy [1]". Popravdě, nevím přesně, co si mám představit pod slovem "sledující", snad by bylo lepší použít některé z adjektiv "převzatý, upravený (jak?), apod. Zásadní problém text neobsahuje. Drobné poznámky:

- str. 8, ř. 5: Š. v. popisuje možné množiny period
- (pro celý text) dle mého názoru je jazyková úroveň práce velmi dobrá, myslím ale, že ve slovenštině je "tá lema" (ženský rod) a v češtině "to lemma" (střední rod)
- str. 13, ř. -5,-4: formulace "od periodických bodov vždy oddialiť o pevnú konštantu" není, dle mého názoru, výstižným popisem $\limsup > 0$ ve Větě $6(2,ii)$)
- str. 15, Poznámka po druhé definici: bylo by vhodné rozlišovat prostorové a dynamické uspořádání, narážím na tvrzení "P-graf je jednoznačně určený usporiadaním prvkov orbity"
- popis Obr. 2.7, také str. 20, 2. paragraf: spíše P-graf Štefanova cyklu (slovo cyklus je synonymem sousloví periodická orbita)
- str. 18, Důsledek 11: proč není ve formulaci důsledku použita nejmenší lichá perioda (ve smyslu Š. u.), když v důkazu se s ní výlučně pracuje
- str. 24, Riešenie: spíše cyklická permutace $\sigma = (1, 2, \ldots, n)$
- str. 24, poslední ř.: $I_{n-2} \to I_{n-1} \to I_n \to I_{n-2}$
- moderní zobecnění Š.v. pracují s kombinatorickými paterny (srv. s autorovou poznámkou o konkrétní struktuře periodické orbity v předposledním odstavci na str. 23), v literatuře lze toto najít pod klíčovými slovy "rotation number (excentricity), X-minimal pattern, twist"

Ve třetí kapitole se autor věnuje stabilitě Šarkovského věty. Klasický Blockův výsledek zformulovaný ve Větě 13 je doplněn důkazem sledujícím přístup z knihy A. Blokha a samotného O.M. Šarkovského. V závěru této kapitoly autor poskytuje detailnější vhled do problematiky - viz Věta 15 a následné doplňující poznámky. Zásadní problém text neobsahuje. Drobné poznámky:

- str. 25, 2. paragraf: štruktura periodických cyklov $\to$ štruktura cyklov
- str. 28, dole: doplnok $\to$ doplnok jej uzáveru

Ve čtvrté kapitole autor prezentuje možná rozšíření Šarkovského věty existující v literatuře. Ve Větě 17 je zformulován klasický Kloedenův výsledek, že Šarkovského věta platí pro spojitá trojúhelníková zobrazení $[0,1]^n$. Zásadní problém text neobsahuje. Drobné poznámky:

- str. 30: definice cyklicky permutujícího zobrazení $F\colon X^n \to X^n$, $n \geq 2$, z citovaného článku:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f_{\sigma(1)}(x_{\sigma(1)}), \ldots, f_{\sigma(n-1)}(x_{\sigma(n-1)}), f_{\sigma(n)}(x_{\sigma(n)})),$$

  kde $f_i\colon X \to X$ je spojitá pro každé i, σ je cyklická permutace množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$.

- str.30, ř. -10: spočetným zjednotením $\to$ spočetným prienikom

Seznam literatury je vhodně sestaven, jak jsem se již zmínil výše, nové pohledy na Šarkovského větu jsou skryty například pod heslem *teorie rotačních čísel v intervalových dynamikách.*

Závěr: Práci hodnotím jako velmi dobrou, doporučuji ji k úspěšné obhajobě.

V Praze, 11. 6. 2024 doc. RNDr. Jozef Bobok, CSc.