



CHARLES UNIVERSITY

Faculty of Mathematics and Physics

Department of Numerical Mathematics

Sokolovská 83, 186 75 Prague, Czech Republic

Tel.: (+420)221 913 364, e-mail: knm@karlin.mff.cuni.cz

2. května 2024

Posudek vedoucího diplomové práce

Název práce: Domain decomposition methods for the solution of partial differential equations using discontinuous Galerkin method

Autor: Tomáš Hammerbauer

Práce se zabývá numerickým řešením lineárních parciálních diferenciálních rovnic, jejichž diskretizace vede na soustavu algebraických rovnic se symetrickou maticí. Konkrétně se autor zabývá řešením Laplaceovy úlohy pomocí tzv. nespojitě Galerkinovy metody (DGM), která představuje populární a efektivní numerickou metodu pro řešení diferenciálních rovnic.

Řešení výsledné soustavy algebraických rovnic představuje typicky časově nejnáročnější část výpočtu a vyžaduje tedy vývoj vhodných numerických technik. Práce se zabývá vývojem iteračních metod s předpodmíněním pomocí dvou-úrovňové aditivní Schwarzovy metody (ASM). Konkrétně je odvozen odhad čísla podmíněnosti v závislosti na parametrech ASM a parametrech diskretizace, konkrétně kroku jemné a hrubé sítě, polynomiálním stupni aproximace DGM a také datech úlohy (poměru horního a spodního odhadu eliptického operátoru).

Práce částečně rozšiřuje výsledky práce [P. Antonietti, P. Houston, Paul: A class of domain decomposition preconditioners for hp -discontinuous Galerkin finite element methods, J. Sci. Comput. 2021], kde je však uvažována jiná formulace DGM a tedy byla potřeba modifikovat některé postupy tohoto článku. Podstatnou část práce pak tvoří originální numerické experimenty, které jsou více-méně ve shodě s teoretickými výsledky. Experimenty byly provedeny pomocí kódu ADGFEM vyvíjeného na pracovišti, který byl použit pro generaci matic, které pak autor exportoval do prostředí Matlab, kde provedl odhady čísla podmíněnosti. Dosažené výsledky jsou posléze diskutovány, zejména jistý nesoulad s teoretickými výsledky.

Dále pak práce obsahuje řešení komplikovanější nelineární rovnice pomocí ASM za využití anisotropní hp -adaptace sítě na základě odhadu chyby cílového funkcionálu. Tento ilustrativní příklad ukazuje na velký potenciál dané metody, která může být dále rozšířena pro komplikovanější úlohy motivované praktickými aplikacemi.

Práce je napsaná velice dobře, srozumitelně, bez faktických chyb. Nějaká drobná vylepšení by jistě šla provést, zejména co se týče některých formulací. Nicméně to nikterak nesnižuje kvalitu práce. Je patrné, že student věnoval řešení práce nemalé úsilí. Práci hodnotím jako velice zdařilou a doporučuji ji k ocenění.

Navrhuji uznat předloženou práci jako diplomovou.

Prof. RNDr. Vít Dolejší, Ph.D., DSc.

Charles University

Faculty of Mathematics and Physics

Sokolovská 83, 186 75 Prague 8, Czech Republic

tel.: (+420) 221 913 373

e-mail: dolejsi@karlin.mff.cuni.cz