

Posudek oponenta diplomové práce:

M. Svoboda: Analysis of variations of stochastic integrals

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

V práci je studována $1/H$ - variace procesů definovaných stochastickými integrály, kdy integrátory jsou základní typy Hermitových procesů - frakcionální Brownův pohyb (FBM) a především Rosenblattův proces (RP). Variací se rozumí limita příslušných parciálních sumací, kdy jsou uvažovány dyadická dělení intervalu, a to v $L^1(\Omega)$ smyslu. Práce je rozdělena do čtyř částí, nepočítaje úvod, závěr a krátký Appendix. První část shrnuje základní poznatky z Malliavinova počtu, na kterém je celá teorie vystavěna, druhá pak základní pojmy a výsledky teorie Hermitových procesů. Třetí kapitola se zabývá stochastickou integrací vzhledem k FBM a RP. Jádrem celé práce a výlučně vlastním přínosem autora je kapitola čtvrtá, ve které je formulován a dokázán hlavní výsledek práce, tj. stanovena hodnota $1/H$ - variace pro integrály vzhledem v Rosenblattově procesu.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Ačkoli techniky důkazu hlavního výsledku mají svůj vzor v analogickém výsledku pro FBM (ref 4 v práci), jedná se o technicky velmi náročné a významné zobecnění, při němž jsou využívány matematicky hluboké techniky Malliavinova počtu. Je to výsledek, který by mohl podle mého názoru publikován v recenzovaném časopise, ačkoli ho asi nelze považovat za překvapující. Zdůraznil bych technickou náročnost důkazu hlavní věty, který včetně lemmat zabírá přes třináct stránek! Práce je přitom napsaná velmi pečlivě a nakolik jsem mohl posoudit, bez chyb. Je také velmi přehledná a čitelná, vezmeme-li v úvahu náročnou problematiku a technické zpracování.

Pokud jde (převážně formální) drobné nedostatky: Myslím že čtenář by uvítal trochu širší uvedení do kontextu zkoumaného problému.

Například, je nějaký důvod pro volbu dyadických dělení při definici vari-

ace a daly by se očekávat obdobné výsledky při obecnější volbě posloupností dělení? Anebo, lze z toho udělat nějaký závěr o variaci pathwise (Stratonovičova) integrálu vzhledem k uvedeným procesům?

Co se týče drobných výtek:

-V úvodní části by bylo dobré zdůraznit, že pracujeme s dvoustranným Wienerovým procesem a taky ho definovat.

- Možná by bylo lepší pracovat na začátku s isonormálním procesem na obecnějším Hilbertově prostoru a ne rovnou $L^2(J)$, když ty výsledky pak mají úplně stejný tvar. Něco takového je poznamenáno před definicí 1.2.

- Fakt že integrovatelný adaptovaný proces je v domainu operátoru divergence, který je a Itoův integrál na těchto procesech velmi zhruba nastíněn na str. 7 dole, pak je pořádněji formulován až v poznámce 1.4. Je to jedno z klíčových tvrzení Malliavinova počtu.

- str. 18, pátý řádek zdola: Alternatively anebo Analogously? Text je zde trochu nejasný.

- str. 19 a 20. Konstrukce prostoru integrovatelných funkcí \mathfrak{h}_H se mi zdá trochu zamotaná. Na začátku (osmý řádek paragrafu 3.1) by to možná chtělo lépe specifikovat funkce f , aspoň měřitelnost...nevypadl tam kus textu? Zřejmě, jako v případě FBM, je množina integrovatelných objektů větší než prostor funkcí a bereme tedy pouze její podprostor. To se tam tam asi zmiňuje, ale trochu nejasně, šlo by toto místo objasnit?

ZÁVĚR

Práce má všechny potřebné náležitosti, výše uvedené výtky jsou v podstatě drobné a formální. Považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.

Bohdan Maslowski
KPMS MFF UK
Datum: 2.6.2024