

POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Stochastic cooperative games

Autor: Bc. David Ryzák

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce pojednává o možnostech zakomponování náhodnosti do modelu kooperativních her a následnému modelování averze hráčů vůči riziku.

Autor práce nejprve provádí rešerši literatury; představuje několik modelů, které jsou základem většiny dalších existujících výsledků v oboru, diskutuje jejich návaznost a možná existující zobecnění. Následně rozebírá koncepty řešení, které byly pro tyto modely zkoumány.

Autor následně definuje koncept řešení modelující averzi hráčů vůči riziku prostřednictvím stochastické dominance druhého řádu. Cílem jeho konceptu řešení, který zavádí ve dvou variantách, je studovat alokační mechanismy, které vedou ke stabilitě a spolupráci všech hráčů, podobně jako tomu je u *jádra* deterministické kooperativní hry. Varianty svého řešení příhodně nazývá *dominující jádro* a *nedominované jádro*. V rozsáhlé kapitole práce autor odvozuje řadu výsledků pro různé distribuce charakteristické funkce, zejména se zaměřuje na podmínky neprázdnoti obou jader a diskutuje vhodnost variant pro specifické aplikace.

V následující kapitole autor krátce studuje otázku stability v situacích, kdy spolupráce všech hráčů nemusí být vhodná. Inspirován existující literaturou v deterministických hrách, zavádí zobecněný koncept řešení a dokazuje jeho neprázdnot pro speciální třídu stochastických her.

V poslední kapitole autor aplikuje svoje postupy na problém prodejce novin, kde inovativně zavádí model s náhodnou charakteristickou funkcí a studuje výše zmíněná jádra této hry.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Rozsah předložené diplomové práce dosahuje obvyklých standardů. V práci bylo dosaženo všech vytyčených cílů, a to jak primárních (rešerše literatury, studium stability koalice všech hráčů, aplikace metod v problému prodejce novin), tak i cíle sekundárního, tj. studium stability koaličních struktur.

Obzvláště náročný se ukázal cíl rešerše literatury. Existuje totiž řada prací, které používají velmi rozličnou notaci a názvosloví, a to i přes to, že pojednávají o stejném nebo velice podobném modelu. To jen podtrhuje důležitost této rešerše.

Vlastní příspěvek. Tři z pěti kapitol práce jsou věnovány prezentaci příspěvku autora, zbytek tvoří rešerše a vymezení základních pojmů. Nejdůležitějším příspěvkem autora je bezesporu definice a analýza *dominujícího jádra* a jeho zobecnění, *nedominovaného jádra*. Motivace obou konceptů je přirozená, analýza pro mnohé distribuce stochastických her možná a aplikovatelnost v mnoho situacích obhajitelná. Nejsilnějším výsledkem se ukazuje redukce, objevující se v důkazu Věty 14, která převádí neprázdnot *dominujícího jádra* na existenci průniku jader dvojice deterministických her. Tato úloha vede na problém, který je sám o sobě zajímavý i v kontextu deterministických her a na který autor z velké části dává odpověď ve zmíněné větě a následujícím příkladu 7.

Kromě výsledků, které autor představil ke stabilitě koaličních struktur, nastínil v kapitole 4 také celý směr výzkumu, kterým je možné se do budoucna vydat.

Problém prodejce novin byl v minulosti už několikrát studován v stochastické variantě. Nicméně přístup, který volí autor je inovativní a dovoluje modelovat užitkovou funkci prodejců jako náhodnou, oproti existujícím modelům, které modelovali náhodnout pouze v poptávce.

Matematická úroveň. Matematická úroveň práce je na velmi dobré úrovni. Autor zavádí veškeré potřebné pojmy formálně prostřednictvím definic a veškeré tvrzení formuluje do vět a tvrzení, které mají pro čtenáře přívětivě sjednocenou strukturu. Autor rovněž často uvádí v poznámkách pod definicemi možnosti zobecnění zavedených pojmů. Obzvlášť dobře zpracovaná je pak v tomto ohledu kapitola 3. V kontextu aktuální matematické úrovně práce je i třeba zmínit, že matematická i formální úroveň diplomové práce autora se zásadně zlepšila oproti práci bakalářské.

Práce se zdroji. Veškeré výsledky převzaté z literatury jsou pečlivě ozdrojovány, včetně odkazů na důkazy tvrzení. V rešerši literatury autor často používá vlastní notaci, která je přehlednější a lépe sjednocuje výsledky od více autorů. U příkladů her, které jsou převzaty z literatury a modifikovány pro potřeby práce je tato skutečnost řádně uvedena a je vysvětleno, v čem se příklad liší.

Formální úprava. Formální úprava práce je na velice dobré úrovni. Obsah práce je logicky a vhodně členěn do kapitol.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Example 7 - Jádru (N, μ) neodpovídá hodnotám, které příklad uvádí. Příklad lze snadno opravit, pokud nastavíme $\mu_N = 10$.

ZÁVĚR

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.

Martin Černý
Katedra aplikované matematiky
9. května 2024