

Matěj Konečný: Teorie modelů a extrémální kombinatorika

(posudek vedoucího diplomové práce)

Disertační práce Matěje Konečného spojuje výsledky deseti článků: pět je publikovaných v kvalitních impaktovaných časopisech (Transactions of the American Mathematical Society, Combinatorica, Proceedings of the American Mathematical Society, Journal of Algebra, Discrete Mathematics), tři jsou rozšířené abstrakty výběrové konference EUROCOMB a dva jsou v současné době v recenzii (oba ve špičkových časopisech). Všechny výsledky se týkají dvou základních témat:

1. rozšiřování částečných automorfismů (EPPA) a
2. velkých ramseyovských stupňů a ramseyovských tříd.

Kvalitně sepsaný úvod (67 stran) popisuje aktuální stav obou překotně se vyvíjejících oblastí. Druhá sekce shrnuje klíčové otevřené problémy. Obě sekce jsou výborně sepsané a věřím, že poslouží jako motivace k dalšímu výzkumu. Zbývající kapitoly jsou jednotlivé publikace.

Matěj Konečný pracuje systematicky už od počátku studií na MFF UK. Během druhého roku studia se velmi aktivně účastnil programu Ramsey DOC-COURSE Prague 2016, ze kterého vznikly tři publikace o ramseyovských expanzích metricky homogenních grafů na kterých měl zásadní podíl. Na stejné téma napsal i bakalářskou práci (2018). Jeho první samostatný článek „Extending partial isometries of antipodal graphs,“ byl oceněn cenou Tutte Student Award konference CanaDAM. Diplomová práce „Semigroup-valued metric spaces“ zobecňuje zmíněné výsledky do jednotné teorie zobecněných metrických prostorů.

Výsledky, ze kterých se práce skládá, jsou podstatné a řeší základní problémy v oblasti. Pravděpodobně nejpodstatnější publikací je

J. Hubička, M. Konečný, J. Nešetřil: All those All those EPPA classes (strengthenings of the Herwig–Lascar theorem). Transactions of the American Mathematical Society, 375(11):7601–7667, 2022.

kteřá zobecňuje techniky důkazu EPPA a dává strukturální podmínku zobecňující téměř všechny známé konstrukce tříd s EPPA. Navíc dává přímou souvislost EPPA s konstrukcí Ramseyovských struktur.

Od roku 2017 se Matěj Konečný aktivně podílel na řešení grantů „Teorie modelů a extrémální kombinatorika“ a později „Ramseyova teorie v kontextu teorie grup, teorie modelů a topologické dynamiky.“ V rámci řešení těchto grantů nově začal pracovat v oblasti velkých ramseyovských struktur. Prvním podstatným výsledkem byla horní mez na velké ramseyovské stupně tří-uniformních hypergrafů:

M. Balko, D. Chodounský, Jan Hubička, Matěj Konečný, and Lluis Vena. Big Ramsey degrees of 3-uniform hypergraphs are finite. *Combinatorica*, 42(2):659–672, 2022.

Jedná se o první mez na velké ramseyovské stupně struktur, které nejsou reprezentovatelné v binárním relačním jazyce. Nové techniky z tohoto článku inspirovaly další vývoj. Ve spojení s novou metodou založenou na aplikaci Carlsonovy a Simpsonovy věty se tak podařilo najít horní meze pro další struktury včetně částečných uspořádání a metrických prostorů. V současné době pracujeme na velmi obecném článku, který dává horní meze velkých ramseyovských stupňů pro široké spektrum příkladů. Podstatné je i jeho zapojení do řešení grantu ERC Synergy Dynasnet.

Už samotným rozsahem 299 stran se jedná o výjimečnou disertační práci, která výrazně přesahuje běžné požadavky na práci tohoto typu. Jedná se ale jen o výběr z celkově 25 publikací, u kterých je Matěj spoluautorem (z toho devět je publikovaných v impaktovaných časopisech, tři v recenzi, 8 extended abstraktů pro EUROCOMB, dva přijaté do *European Journal of Combinatorics*). Rád bych zmínil například manuskript

M. Balko, D. Chodounský, N. Dobrinen, J. Hubička, M. Konečný, L. Vena, and A. Zucker. Exact big Ramsey degrees via coding trees. arXiv preprint arXiv:2110.08409 (2021), 97 stran.

který uzavírá několikaleté studium velkých ramseyovských stupňů volných amalgamačních tříd v binárním jazyce.

Matěj Konečný nejen prokázal schopnost samostatné vědecké činnosti, ale věřím, že se už stal uznávaným odborníkem v oblasti. Práci doporučuji uznat jako disertační a vřele ji doporučuji na zvláštní ocenění.

Jan Hubička