

## POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** *Algoritmy pro Minkowského součet mnohoúhelníků*  
**Autor:** *Daniel Šimek*

Úkolem práce bylo popsat a porovnat dva typy algoritmů pro výpočet Minkowského součtu dvou nekonvexních mnohoúhelníků, a to pomocí

- 1) rozkladu na konvexní mnohoúhelníky
- 2) konvoluční metody

Minkowským součtem dvou množin  $A, B$  v  $R^d$  rozumíme množinu  $\{a+b: a \in A, b \in B\}$ . Jde o základní množinovou operaci, která se hojně využívá ve výpočetní geometrii a robotice.

Práce je napsána velice srozumitelně a je doplněna mnoha příklady a ilustrujícími obrázky. To, že se práce výjimečně dobře čte, by nemělo být bráno jako znak „jednoduchosti“ práce, spíše naopak. Svědčí to o značném úsilí autora a jeho záměru napsat text srozumitelný komukoli se základním matematickým vzděláním.

Teoretická část práce je kompilačního charakteru, ovšem ne všechny zdroje a výchozí články byly napsány srozumitelně a konzistentně. Některé definice bylo potřeba mírně poupravit, aby odpovídaly zmíněným algoritmům (např. Definice 15), případně dohledat v jiné literatuře (např. obtočnost/winding number) a ověřit, že tyto definice dávají to, co je v původních článcích jen naznačeno či beletristicky popsáno.

V průběhu práce na projektu se ukázalo, že správnost konvoluční metody není v žádném z dostupných zdrojů ukázána. Po kontaktování Daniela Halperina z Tel Avivské univerzity vyšlo najevo, že ani on si není vědom žádného publikovaného rigorózního důkazu. Doplnění této mezery by bylo samozřejmě velice zajímavé, ovšem vzhledem k nejasné obtížnosti a času vymezenému na vypracování bakalářské práce student od tohoto záměru po vzájemné domluvě upustil.

Porovnání výše zmíněných algoritmů proběhlo za pomoci C++ knihovny CGAL, ve které jsou tyto základní algoritmy implementované. Student si vymyslel vlastní různorodé příklady, na kterých ukázal, že při volbě složitějších mnohoúhelníků přestává být základní konvoluční metoda rychlejší než algoritmy využívající rozkladu na konvexní mnohoúhelníky. Wein [1], který dle našich znalostí jako první implementoval základní konvoluční metodu, tvrdí, že byla téměř na všech testovaných vstupech rychlejší než rozkladové metody (s výjimkou jednoho typu příkladu). Pan Šimek našel další takové případy a navíc ukázal, že konvoluční metoda není v knihovně CGAL dostatečně dobře implementována, neboť pro některé validní vstupy vrací error.

Z konkrétních připomínek zmíním jen jednu, a to že v Sekci 2.2.3 u popisu Greenova dekompozičního algoritmu není jasné, jak získáme finální rozklad na konvexní části. Je pouze řečeno, že algoritmus rozdělí nekonvexní mnohoúhelník na  $y$ -monotónní mnohoúhelníky, ty ale typicky nejsou konvexní.

### **Závěr**

Práci považuji za zdařilou a doporučuji ji uzнат jako bakalářskou práci.

*Návrh klasifikace sdělí vedoucí předsedovi zkušební komise.*

Zuzana Patáková  
katedra algebry  
6.9.2023

[1] R. Wein: *Exact and Efficient Construction of Planar Minkowski Sums Using the Convolution Method*, Proceedings of ESA (European Symposium on Algorithms), 829–840, 2006