

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Obrazy typických spojitých funkcí

Autor: Michal Nešvera

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce demonstruje na třech příkladech použití Baireovy věty k důkazům reziduality množin spojitých zobrazení s vybranou vlastností. Po uvedení do tématu, zmínce o některých známých výsledcích a dále potřebných pojmech a zejména úplnosti prostorů spojitých zobrazení kompaktního prostoru do úplného metrického prostoru je nejprve podrobně dokázána Banach – Mazurkiewiczova věta o reziduitě množiny reálných funkcí na kompaktním intervalu, které nemají v žádném bodě vlastní jednostrannou derivaci. Postup důkazu sleduje ten z citované Kečrisovy monografie. Je zpracován detailněji včetně důkazu klíčového lemmatu o aproximaci po částech lineárními vhodně ocilujícími funkcemi.

Dále je dokázáno, že typické spojitě zobrazení kompaktního intervalu do \mathbb{R}^2 není prosté; dokonce obraz při takovém typickém spojitěm zobrazení obsahuje triodu. Důkaz je založen na malé modifikaci spojitěho zobrazení na nějakém intervalu speciálním po částech lineárním zobrazením, jehož obraz je homeomorfní s osmičkou. To umožňuje dokázat pomocí Brouwerovy věty, že je otevřená. Zmiňuje se o možných zesíleních.

Speciálním případem tvrzení, které je citováno a podrobněji zmíněno jako motivace práce v úvodu, je injektivita typického spojitěho zobrazení kompaktního intervalu do euklidovského prostoru dimenze větší než dva. Důkaz je založen na existenci stejnoměrných aproximací po částech lineárními prostými zobrazeními. To lze pak nahradit blízkým po částech lineárním zobrazením, které je prosté.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce.: Téma umožnilo studentovi seznámit se s metodami důkazu reziduity, a tím i existence, spojitých zobrazení s různými vlastnostmi.

Vlastní příspěvek.: Důkaz Banach – Mazurkiewiczovy věty je sepsán detailněji, než v uvedené monografii. Tvrzení o spojitých obrazech v rovině a v prostoru jsou pravděpodobně inspirována známými tvrzeními. Domnívám se, že tato tvrzení a/nebo důkazy jsou minimálně zčásti původní.

Matematická úroveň.: Student zpracoval látku pečlivě bez jakýchkoliv formálních pochybení (našel jsem jeden překlep, označení obdélníka se objevuje bez explicitní definice, pokud se nemýlím, a to je vše).

ZÁVĚR

Z textu je patrná dobrá orientace ve studované problematice. Jsem přesvědčen, že práce splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Proto práci doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

Petr Holický, 20. 8. 2023