

POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Kan extensions and adjoint functors

Autor: Mavis Otrubů

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Anglicky psaná práce se věnuje problematice konstrukce Kanových extenzí a jejich souvislosti s adjungovanými funktory. V první kapitole autorka připomíná některé standardní definice (reprezentovatelný funktor, adjungované funktory) a definuje pro funktor F jdoucí do kategorie Set kategorii $\mathbf{Elts}(F)$ jeho prvků. Ve druhé kapitole jsou představeny stěžejní pojmy levé, resp. pravé Kanovy extenze, a následně je detailně dokázána hlavní věta, Theorem 2.3, o existenci Kanových extenzí. Poznamenejme, že důkaz je konstruktivní a poměrně netriviální.

Ve třetí kapitole studentka pomocí Kanových extenzí konstruuje pravý adjungovaný funktor k funktoru $F: \mathcal{K}^{\mathcal{N}} \rightarrow \mathcal{K}^{\mathcal{M}}$ přirozeně indukovanému funktorem $G: \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{N}$ mezi malými kategoriemi \mathcal{M}, \mathcal{N} ; to vše za předpokladu kompletnosti kategorie \mathcal{K} . V poslední kapitole je tato abstraktní konstrukce předvedena na konkrétním příkladu, kde funktor G výše „je homomorfismus grup“ (jakožto jednoobjektových kategorií) a F je pomocí G přirozeně definovaný funktor mezi kategoriemi akcí těchto grup na množinách. Mimo jiné tedy $\mathcal{K} = Set$.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma práce bylo na žádost studentky zvoleno z oblasti klasické teorie kategorií. Jedná se o relativně abstraktní a náročné téma. Studentka se ho ale bezvadně zhostila, pracovala prakticky samostatně a při konzultacích bylo patrné její nadšení pro kategorie a vše, co s nimi souvisí. Zadání práce bylo bez výhrad splněno.

Vlastní příspěvek. Práce je z části kompilační. Studentka však musela doplnit spoustu detailů v důkazech a vysázet nemálo komutativních diagramů, které velmi usnadňují orientaci v textu. Vypracování příkladu v poslední kapitole a větší část důkazu v kapitole 3 jsou originálním příspěvkem autorky.

Matematická úroveň. Práce má velmi dobrou matematickou úroveň. Při její kontrole jsem nenalezl žádné faktické chyby. S matematickým formalismem studentka zachází korektně a účelně. Je zřejmé, že studované problematice do hloubky porozuměla.

Práce se zdroji. Zdroje jsou správně uvedeny a citovány. Nejsem si vědom toho, že by práce obsahovala vědomě okopírované pasáže. Při strojové kontrole sice text práce vykazoval netriviální procento shody s jinými texty, většinou šlo ale o nahodilá spojení či části (standardních) definic, kupř. z Borceuxovy monografie (1994), která sloužila coby hlavní zdroj práce.

Formální úprava. K formální stránce práce nemám výhrady. Text je dobře strukturován a obsahuje vzhledem k rozsahu zanedbatelné množství překlepů či jazykových neobratností.

ZÁVĚR

Práci považuji za velmi kvalitní a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Doc. Mgr. Jan Šaroch, Ph.D.

Katedra algebry MFF UK

29. srpna 2023