

POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: *Hypertělesa a jejich aplikace v tropické geometrii či teorii matroidů*

Autor: *Břetislav Andr*

Shrnutí obsahu práce

Předložená práce pojednává o hypertělesech a jejich použití v tropické geometrii a teorii matroidů. Hypertěleso je algebraická struktura, která zobecňuje těleso, přičemž hlavní rozdíl je v tom, že výsledek sčítání může nabývat více hodnot. Zobrazením mající tuto vlastnost se občas říká víceznačná a ač byla zkoumána už ve 30. letech, dokonce i ke vztahu k algebraickým strukturám (50. léta), dlouho byla na okraji pozornosti. Jejich znovuobjevení nastalo kolem roku 2010, kdy nejvýznačněji, Oleg Viro ukázal souvislost s tropickou geometrií a později Matther Baker a Nathan Bowler (2017) použili hypertělesa v teorii matroidů. Autorů věnujících se strukturám s víceznačnými operacemi byly tou dobou více, proto by výše uvedené nemělo být bráno jako ucelený historický přehled. Co se tropické geometrie týče, někteří vědci věří, že hypertělesa nahradí tropická polotělesa.

Ač má práce kompilační charakter, je vysoce netriviální a to ze tří důvodů:

1. Kapitoly 2 a 3 pokrývají dvě rozličné oblasti, ve kterých jsou hypertělesa aplikována, přičemž ani jedna z nich není součástí standardních bakalářských kurzů.
2. Práce obsahuje vysvětlující pasáže, které jsou v původních článcích nechány na čtenáři, případně dokázány v mnohem větší obecnosti a za použití nástrojů výrazně přesahujících tuto práci. Jedná se např o důkazy Lemmat 2.3.1 a 2.4.1, kde v prvním se ukazuje spojitost operace \oplus_h a ve druhém se počítá limita součtu subtropické deformace. Dále je to příklad ukazující nespojitost operace \boxplus_0 na str. 14. Za nejvýznačnější přínos považuji důkaz Věty 3.6.2 říkající, že matroid nad Krasnerovým hypertělesem odpovídá standardnímu matroidu. Všechny výše zmíněné důkazy jsou čistě samostatnou prací autora.
3. Články, ze kterých se v práci vychází, jsou poměrně obsáhlé a to jak rozsahem, tak prerekvizitními znalostmi. Není proto vůbec snadné se v nich orientovat.

Lemmata 3.1.2 a 3.1.3 popisují ekvivalentnost různých definic matroidu a jsou všeobecně známá. V práci jsou dokazována spíše pro úplnost a informaci čtenáře, než že by měly být brány za hlavní výsledky.

Matematická úroveň práce je velmi dobrá, místy trochu strohá. To je pravděpodobně dáno snahou pokrýt obě velká témata možných aplikací, jak matroidy, tak použití v tropické geometrii. Kdyby byly obě tyto části napsány o něco podrobněji, mohly by dle mého mínění obě sloužit jakožto samostatné bakalářské práce. I tato práce byla zadána tak, aby bylo možné vybrat si jen jednu oblast, ve které se aplikace ilustrují. Autor se však cíleně rozhodl, že chce zpracovat obě témata.

Připomínky

1. U Obrázku 2.3 chybí popis, o jakou amébu se jedná, tj. kterému polynomu a jakým hodnotám h jednotlivé obrázky odpovídají?
2. Definice F -matroidu (F hypertěleso) umožňuje sjednotit definice různých verzí matroidů (např. standardní, orientované, valuované) volbou hypertělesa F . V úvodu Kapitoly 3 by stálo za to uvést, že výše zmíněné bude v práci podrobně dokázáno pouze pro standardní matroidy a Krasnerovo hypertěleso. Zbylé vztahy jsou spíše informační a uvádí se pro úplnost, aby demonstrovaly sílu hypertěles, protože doposud se jednotlivé typy matroidů studovaly výhradně odděleně.

Závěr

Práci považuji za vysoce kvalitní a rozhodně ji doporučuji uzнат jako bakalářskou práci.

Návrh klasifikace sdělí vedoucí předsedovi zkušební komise.

Zuzana Patáková
katedra algebry
29.8.2023