Posudek oponenta bakalářské práce

Název:	Deflated Conjugate Gradient Method
Autor:	**Adam Piskalla**

Shrnutí obsahu práce

Práce se zaměřuje na odvození verze metody sdružených gradientů nazývané deflated CG, a na příslušné numerické experimenty. Podrobněji, v první kapitole je odvozena metoda sdružených gradientů dvěma způsoby, pomocí minimalizace kvadratického funkcionálu a na základě projektivních podmínek. Druhá kapitola se pak věnuje samotné myšlence deflace. Autor odvozuje algoritmus deflated CG a ukazuje vlastnosti vektorů konstruovaných tímto algoritmem, včetně konvergenčních vlastností. V numerických experimentech je pak zkoumán vliv volby různých podprostorů na rychlost konvergence deflated CG.

Celkové hodnocení práce

Práce je rešerší známých výsledků. Vlastním **příspěvkem** autora je detailní odvození a popis deflated CG a provedení numerických experimentů. Matematický **text** je logicky členěn a korektně zformulován, nicméně je často jednolitý a pro lepší čitelnost by zasluhoval více strukturovat pomocí odstavců, lemmat či vět. Původní **zdroje** jsou správně a v dostatečné míře citovány. Práce obsahuje minimum tiskových chyb.

Závěr

Práci považuji za velmi dobrou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze, 17. května 2023

doc. RNDr. Petr Tichý, Ph.D.
KNM, MFF UK

Otázka k diskusi

Práce nekomentuje chování deflated CG při výpočtech v aritmetice s konečnou přesností. Konvergenční křivky v numerických experimentech jsou zobrazeny pouze do iterace, kdy je relativní norma rezidua menší než tolerance 10^{-10}. Pokud bychom iterovali dále, dosáhli bychom takzvané hladiny limitní přesnosti. Mohou poté nastat nějaké problémy ohledně konvergence deflated CG? Co se stane při výpočtech v aritmetice s konečnou přesností, pokud dojde ke ztrátě ortogonality a počítané reziduové vektory nejsou ortogonální k prostoru $\mathcal{U}$?

Poznámky

Na tyto poznámky není nutné reagovat (pokud autor s uvedeným souhlasí).

- Na straně 4 se v odstavci 1.1 používá symbol r_k, aniž by byl definován. Reziduum $r_k = b - Ax_k$ je definováno až později v odstavci 2.1.
- V odvození na straně 5 se používají vektory a koeficienty generované Lanczosovým algoritmem. Tento algoritmus měl být v práci prezentován, aby mohl čtenář lehce nahlédnout platnost používaných vztahů.
- Text v sekci 1.2 by zasluhoval více strukturovat. Shrnutí některých poznatků mohlo být formulováno jako lemma, například tvrzení, že p_j jsou skalárními násobky $\widehat{p}_j$. Poznamenejme, že explicitní vztah mezi těmito vektory lze nalézt v knize [Meurant, 2006]. Diskuse o konvergenci CG by zasluhovala samostatnou podsekci.
- Odstavec 2.2.1. Zmínka o prostoru $\mathcal{U}$ na straně 12 není úplně vhodná, jelikož se autor odkazuje na něco, co ještě nebylo definováno ani diskutováno. V takové případě bylo vhodné alespoň poznamenat „viz odstavec 2.2.2“ nebo uvést prostor $\mathcal{U}$ svými slovy. V diskusi o deflated Lanczos pak mohlo být zmíněno, že sloupce W reprezentují bázi $\mathcal{U}$.
- Odstavec 2.2.2. Mohlo být vysvětleno, že prostory $\mathcal{U}$ a $\mathcal{V}$ jsou A-ortogonální, tj. že řešení rozkládáme na součet tvou A-ortogonálních složek. Text v odstavcích 2.2.2. a 2.2.3. je jednolitý a mohl být lépe strukturován. Například některá tvrzení dokázaná v textu mohla být shrnuta do lemmat či vět.
- Matlabovské kódy je vhodné dávat veřejně k dispozici tak, aby mohl čtenář ověřit prezentované výsledky experimentů.