

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Alternující cesty v obarvených bodových množinách v konvexní poloze
Autor: Marie Guadalupe Papáčková

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce je z oboru diskrétní geometrie. Hlavní otázkou, kterou se zabývá, je existence (barevně) alternující nekřížící se cesty na množině bodů tvořených stejně mnoha modrými a červenými body na kružnici. Jedná se o práci přehledovou.

V první kapitole jsou zadefinovány všechny potřebné pojmy a uvedeny algoritmy na nalezení největší alternující cesty na zadané množině bodů.

Druhá a třetí kapitola se věnuje souvislosti daného problému s problémem existence alternujícího nekřížícího se separovaného párování na stejné množině bodů; separované párování je párování jehož všechny hrany lze protnout společnou přímkou. V druhé kapitole jsou dále představeny dolní odhady na velikost alternující cesty která musí vždy existovat. V třetí kapitole jsou naopak představeny všechny známé horní odhady. Práce ukazuje nejen ty nejlepší aktuální známé odhady ale i dřívější, slabší, odhady a metody kterými byly dokázány.

Čtvrtá kapitola se věnuje zobecnění daného problému na případ, kdy máme k stejně velkých množin bodů různých barev, namísto jen dvou množin.

V poslední páté kapitole je vysvětlena souvislost s příbuzným problémem existence antipalindromických podposloupností v cyklických binárních slovech nul a jedniček.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Práce byla zadaná jako přehledová, a tedy jejím hlavním cílem byla přehledná a úplná prezentace známých výsledků o daném problému a relevantních souvislostí s příbuznými problémy.

Toto zadání považuji za splněné. Práce představuje všechny relevantní, aktuální i už překonané, výsledky o daném problému. Vzhledem k rozsahu nezasahuje do podrobností všech důkazů a spíše postihuje více přístupů, kterými různí autoři přispěli k řešení daného problému. V některých případech by nicméně bylo vhodné zajít do větších podrobností (například v 1. kapitole dokázat korektnost algoritmů).

Vlastní příspěvek. Hlavní příspěvek práce je shrnutí všech známých výsledků a jejich souvislostí na jednom místě. Většina prezentovaných důkazů je skoro přímá adaptace důkazů z citovaných zdrojů. Důkazy a konstrukce jsou doplněny o různé poznámky a vysvětlení, které je většinou dělají přesnějšími a čitelnějšími. V minimech případů přidané změny naopak způsobují nepřesnosti (konkrétně na straně 18 není jasné, jak rozdělit k -úsek na části velikosti $\lceil k/2 \rceil$ pro lichá k . V originálním článku je vysvětleno, že pak prostřední bod patří do obou částí.). V případech, kdy studentka nespolehá přímo na citované zdroje, se objevují nepřesnosti popsané v připomínkách níže (hlavně nesprávný příklad na straně 9, či nekompletní důkaz Tvzení 8 na straně 20).

Přímo převzaté či nesprávné důkazy nicméně netvoří hlavní obsah práce, a proto považuji vlastní příspěvek za dostatečný.

Matematická úroveň. V práci jsou všechny pojmy korektně definovány. Stejně tak znění veškerých vět a lemmat je formální a zároveň lehce pochopitelné. Úroveň důkazů je z větší části dobrá, nicméně jak jsem psal výše důkazy jsou často skoro přímo převzaté. Konkrétní vážné nepřesnosti jsou popsány v připomínkách níže.

Práce se zdroji. Převzaté pasáže a věty jsou dostatečně a přesně citovány. U některých triviálních poznámek a pozorování nicméně studentka uvedla zdroj, který neodpovídá prvnímu článku, kde dané pozorování bylo uvedeno. Konkrétně souvislost separovaného párování a alternující cesty byla známá dříve než v článku (Mulzner a Valtr, 2020a), jak studentka tvrdí na straně 12 (čehož si je studentka vědoma, protože používá dřívější výsledky o této souvislosti). Stejně tak Tvrzení 1 bylo známo dříve než v článku (Kynčl, Pach a Tóth, 2005).

Formální úprava. Práce je napsána velmi pěknou češtinou s minimem překlepů (namátkou - na straně 10 má být „...Algoritmus 2...“ místo „...druhý algoritmus 2...“, na straně 19 chybí závorky okolo dvou citací „...Mulzner a Valtr...“, na straně 23 v bodě 2. na posledním řádku má být „... $2n - 2(k + 1)...$ “ místo „... $2n - (k + 1)...$ “). Práce je přehledně rozdělena do kapitol a dobře využívá strukturalizace do vět, lemmat, příkladů a dalších prvků. Jedinou připomínku mám k seznamu použité literatury. Bývá zvykem neudávat DOI, URL i ISSN dohromady, většinou se používá jen DOI a v případě on-line zdrojů bez DOI se použije jen URL. Zkracování jmen by také mělo být konsistentní, většinou se uvádí celá jména (určitě není správně použít „J. Pach“ a zároveň „János Pach“ jako na straně 33).

KONKRÉTNÍ PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. V příkladu na straně 9 by množina S_2 měla navíc obsahovat číslo 16, a množina S_4 měla obsahovat navíc číslo 5 a i další množiny S_i nejsou kompletní. Myslím, že chyba vznikla z nedostatečného zdůraznění cykličnosti indexů (tedy, že před indexem 1 je index $2n$).
2. V důkazu Tvrzení 8 na straně 21 je správně napsané, že alternující cesta z části $w_i w_{i+1} w_{i+2}$ může pokračovat čtyřmi způsoby. Nicméně rozvedena je jen jedna možnost a navzdory tvrzení studentky se nedají zbývající tři případy vyřešit úplně ekvivalentně. Nejtěžší mi přijde případ, kdy alternující cesta pokračuje z w_{i+2} „nahoru“ (na obrázku 3.1) a z w_i „doleva“.

ZÁVĚR

Práci považuji za průměrnou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Mgr. Jan Soukup
Katedra aplikované matematiky
V Praze 21.6.2023