

# Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě  
Univerzity Karlovy

- posudek vedoucího     posudek oponenta  
 bakalářské práce     diplomové práce

Autor: Bc. Martin Vejvoda  
Název práce: Maticové rozklady v teorii konstitutivních vztahů pro spojité prostředí  
Studijní program: Matematické modelování ve fyzice a technice  
Rok odevzdání: 2023

Jméno a tituly vedoucího: Mgr. Vít Průša, PhD.  
Pracoviště: Matematický ústav, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy  
Kontaktní e-mail: prusv@karlin.mff.cuni.cz

## Odborná úroveň práce:

- vynikající     velmi dobrá     průměrná     podprůměrná     nevyhovující

## Věcné chyby:

- téměř žádné     vzhledem k rozsahu přiměřený počet     méně podstatné četné     závažné

## Výsledky:

- originální     původní i převzaté     netriviální kompilace     citované z literatury     opsané

## Rozsah práce:

- veliký     standardní     dostatečný     nedostatečný

## Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající     velmi dobrá     průměrná     podprůměrná     nevyhovující

## Tiskové chyby:

- téměř žádné     vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet     četné

## Celková úroveň práce:

- vynikající     velmi dobrá     průměrná     podprůměrná     nevyhovující

## Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího:

Práce je zaměřena na využití maticového QR rozkladu při popisu konečné deformace izotropních/anizotropních elastických materiálů (nelineární elasticita). Standardně používanou technikou v tomto kontextu je polární rozklad a klíčová veličina, Helmholtzův potenciál, je standardně uvažována jako funkce hlavních invariantů Cauchy-Green tenzoru deformace. Tento přístup může být v některých případech nevhodný, viz Criscione (2003), a právě použití QR rozkladu by mimo jiné mohlo pomoci některé nedostatky tradičního přístupu odstranit. Maticový QR rozklad by měl dále umožnit přímočařejší popis anizotropní odezvy elastických materiálů, viz Srinivasa (2012).

Pokusy využít QR rozklad v teorii konstitutivních rovnic v mechanice kontinua sahají do druhé poloviny minulého století, viz McLellan (1976), přičemž obnovený zájem QR rozklad byl podnícen prací Srinivasa (2012). Diplomová práce Martina Vejvody staví na článku Freed et al. (2016) a dalších navazujících pracích, ve kterých je popsána konstrukce takzvaného sdruženého páru napětí/deformace pro QR rozklad, což je základní nástroj pro následný popis elastické odezvy daného materiálu. (Identifikace sdruženého páru napětí/deformace umožňuje konstrukci termodynamického potenciálu, který závisí na odpovídajících proměnných.) V těchto pracích je však metodologie založená na QR rozkladu použita pouze v případě jednoduchých deformací a privilegované směry (anizotropie materiálu) jsou předpokládány konstantní v celém objemu materiálu, viz například Erel and Freed (2017). To je významné omezení z pohledu aplikací.

Martin Vejvoda zobecnil přístup založený na QR rozkladu pro situaci, kdy jsou privilegované směry různé v různých materiálových bodech. To mimo jiné vyžaduje pečlivé sledování privilegované báze pro QR rozklad, která se nyní liší bod od bodu. Martin Vejvoda dále také ukázal, že pro izotropní materiály je metodologie založená na QR rozkladu ekvivalentní standardní metodologii – což samozřejmě nemusí znamenat ekvivalenci z praktického aplikačního pohledu, viz výše. Konečně, a to považuji za největší přínos práce, Martin Vejvoda navrženou metodologii uplatnil při *numerických výpočtech chování anizotropních elastických materiálů, ve kterých jsou privilegované směry (anizotropie materiálu) funkcí polohy. Tato úloha doposud nebyla řešena a Martin Vejvoda je tedy, podle mých nejlepších znalostí, prvním, komu se takovou úlohu podařilo s použitím metodologie založené na QR rozkladu řešit.*

Martin Vejvoda vypracoval podanou práci samostatně, s minimálním vedením z mé strany a to zejména v klíčové části věnované implementaci dané numerické metody. *Samotná implementace numerické metody je taktéž neortodoxní*, k numerickým výpočtům byl použit software Wolfram Mathematica. (Zde bylo cílem prozkoumat proveditelnost implementace v Wolfram Mathematica, neboť tento software typicky není určený pro numerické výpočty metodou konečných prvků, a příslušná funkcionalita—numerické simulace pro hyperelastické materiály—byla do Wolfram Mathematica přidána v posledních dvou letech.) Práce Martina Vejvody je kvalitním příspěvkem k teorii anizotropních elastických materiálů a doufám, že bude základem pro vědecký článek v kvalitním oborovém časopisu.

Criscione, J. C. (2003). Rivlin's representation formula is ill-conceived for the determination of response functions via biaxial testing. *J. Elast.* 70(1), 129–147.

Erel, V. and A. D. Freed (2017). Stress/strain basis pairs for anisotropic materials. *Composites Part B: Engineering* 120, 152–158.

Freed, A., V. Erel, and M. Moreno (2016). Conjugate stress/strain base pairs for planar analysis of biological tissues. *J. Mech. Mater. Struct.* 12(2), 219–247.

McLellan, A. G. (1976). Finite strain coordinates and the stability of solid phases. *J. Solid State Phys.* 9(22), 4083.

Srinivasa, A. R. (2012). On the use of the upper triangular (or QR) decomposition for developing constitutive equations for Green-elastic materials. *Int. J. Eng. Sci.* 60, 1–12.

### **Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:**

Numerické výsledky pro klasický anizotropní model Figure 4.10 jsou pro velké hodnoty anizotropie zjevně podezřelé—v obrázku zachycujícím průběh mechanického napětí se objevuje “šachovnicový” vzor, který je nejspíše nefyzikální, to jest je způsoben numerickými chybami. Pro jak velké hodnoty parametru  $k$  lze ještě výpočet považovat za spolehlivý? Mizí oscilace se zjemněním výpočetní sítě?

### **Práci:**

doporučuji  
 nedoporučuji  
uznat jako diplomovou.

### **Navrhuji hodnocení stupněm:**

výborně  velmi dobře  dobře  neprospěl

Místo, datum a podpis vedoucího:



Praha, 26. května 2023