

**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Ivana Šándorová

Dvožákrytové systémy

Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Petr Zásche, Ph.D.

Studijní program: Fyzika (N1701)

Studijní obor: FA (10701T038)

Praha 2022

Prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracovala samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov, literatúry a ďalších odborných zdrojov. Táto práca nebola využitá k získaniu iného alebo rovnakého titulu.

Beriem na vedomie, že sa na moju prácu vzťahujú práva a povinnosti vyplývajúce zo zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platnom znení, predovšetkým skutočnosť, že Univerzita Karlova má právo na uzatvorenie licenčnej zmluvy o použití tejto práce ako školného diela podľa §60 odst. 1 autorského zákona.

V dňa

Podpis autora

Podakovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce doc. RNDr. Petrovi Zaszemu, Ph.D. za jeho odborné vedenie, rady a usmerňovanie pri písaní tejto práce. A ďakujem Bc. Eduardovi Lavušovi za jeho rady a pomoc pri vytváraní programu v pythone.

Názov práce: Dvojjákrytové systémy

Autor: Bc. Ivana Šándorová

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedúci diplomovej práce: doc. RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Štúdium dvojjákrytových systémov prináša aj nové poznatky o štvorhviezdach ako takých. A preto bolo cieľom našej práce vytvorenie algoritmu na detekciu kandidátov na dvojjákrytové systémy. Mali sme k dispozícii fotometrické dáta z projektu OGLE z Malého Magellanovho mračna. Po vyhodnotení všetkých dát našim poloautomatickým programom sme dostali 74 objektov, ktoré boli ďalej analyzované vo PHOEBE. Tým sme získali 11 nových kandidátov na dvojjákrytové systémy, pre ktorých sme boli schopní odvodiť obidve zákrytové periódy a (ďalších 15 kandidátov v SMC je už známych). To nám dáva iba 0,3 % zo všetkých dvojjhviezd v SMC pre kandidátov na dvojjákrytové systémy. Z 11 nových kandidátov sme získali z analýzy O – C diagramov variácie naznačujúce spoločný obeh pre 6 z nich. A to pre objekty OGLE SMC-ECL-1086, OGLE SMC-ECL-2339, OGLE SMC-ECL-2515, OGLE SMC-ECL-3075, OGLE SMC-ECL-4756 a OGLE SMC-ECL-6093. Ich vzájomné periódy nám vyšli v rozmedzí 4 - 15 rokov. To znamená, že títo kandidáti sú pravdepodobne viazané 2+2 systémy.

Kľúčové slová: zákrytové dvojjhviezdy, viacnásobné systémy, fundamentálne parametre, fotometria

Title: Doubly-eclipsing systems

Author: Bc. Ivana Šándorová

Institute: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: doc. RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: The study of doubly-eclipsing systems also brings new knowledge about quadruple stellar systems as such. And therefore the goal of our work was to create an algorithm for detecting candidates for doubly-eclipsing systems. We had photometric data available from the OGLE project from the Small Magellanic Cloud. After evaluating all the data with our semi-automatic program we selected 74 objects which were further analyzed in PHOEBE. We have obtained 11 new candidates for doubly-eclipsing systems for which we were able to derive both eclipse periods (other 15 candidates in SMC are already known). This gives us only 0.3 % of all binary stars in the SMC for candidates for doubly-eclipsing systems. Out of the 11 new candidates, we detected some variations indicating a common orbit for 6 of them based on the analysis of the O – C diagrams, namely: OGLE SMC-ECL-1086, OGLE SMC-ECL-2339, OGLE SMC-ECL-2515, OGLE SMC-ECL-3075, OGLE SMC-ECL-4756 and OGLE SMC-ECL-6093. Their mutual orbital period was obtained in the range of 4 to 15 years. This means that these candidates are probably bound 2+2 systems.

Keywords: eclipsing binaries, multiple systems, fundamental parameters, photometry

Obsah

Úvod	2
1 Teoretická časť	3
1.1 Zákrytové dvojhviezdy	3
1.2 Viacnásobné systémy	5
1.2.1 Dvojjákrytové systémy	6
1.3 Optical Gravitational Lensing Experiment	9
1.4 Magellanové mračná	10
2 Spracovanie dát	11
2.1 Metóda výberu vhodných systémov	11
2.1.1 False Positive	14
2.2 Analýza vhodných systémov	14
2.2.1 PHOEBE	14
2.2.2 Hľadanie periódy	17
3 Výsledky spracovania	19
3.1 Svetelné krivky	21
OGLE SMC-ECL-4756	21
OGLE SMC-ECL-1086	23
OGLE SMC-ECL-2339	24
OGLE SMC-ECL-2417	25
OGLE SMC-ECL-2515	25
OGLE SMC-ECL-2636	26
OGLE SMC-ECL-3075	27
OGLE SMC-ECL-3628	27
OGLE SMC-ECL-5925	28
OGLE SMC-ECL-6093	29
OGLE SMC-ECL-6121	29
3.2 Dvojjákrytové systémy	30
OGLE SMC-ECL-1086	31
OGLE SMC-ECL-2339	31
OGLE SMC-ECL-2515	32
OGLE SMC-ECL-3075	32
OGLE SMC-ECL-4756	33
OGLE SMC-ECL-6093	33
Diskusia	35
Záver	38
Zoznam použitej literatúry	39

Úvod

Dvojhviezdy delíme na optické, vizuálne, spektroskopické a zákrytové. Vieme, že vo všeobecnosti hviezdy môžu vytvárať rôzne systémy. Viacnásobnými systémami nazývame hviezdne systémy, ktoré sa skladajú z viacerých hviezd a zároveň tieto hviezdy sú nejakým spôsobom gravitačne viazané. Avšak ešte nie je známe ako a prečo sa do týchto systémov dostali. Či vznikli z nejakého protohviezdneho disku, alebo sa kvôli nejakej udalosti museli dostať do viazaného stavu.

Špeciálny prípad štvorhviezdneho systému je dvojjákrytový systém. Dvojjákrytovým systémom nazývame dve zákrytové dvojhviezdy, ktoré sú spolu gravitačne viazané. Táto práca sa práve zaoberá takýmito dvojjákrytovými systémami. Hľadaním ich kandidátov, teda zákrytových dvojhviezd, u ktorých sa zistí druhá perióda zákrytov. Či sa jedná o dvojjákrytový systém vieme potvrdiť pomocou vytvorenia O – C diagramov. Dáta pre túto prácu sú získané z projektov OGLE III a OGLE IV a nachádzajú sa v Malom Magellanovom mračne (SMC). Keďže SMC je galaxia od nás vzdialená 63 kpc, a teda pozorované hviezdy nie sú také jasné, tak jedinou možnosťou ako získať nejaké výsledky je pomocou fotometrického pozorovania.

Prvý takýto systém bol pozorovaný v roku 2008 a to V994 Her (Lee a kol., 2008), kedy sa zistila druhá perióda. Štvornásobná podstata systému bola potvrdená až v roku 2016 (Zasche a Uhlař, 2016).

Každý si môže položiť otázku, prečo sú práve dáta o zákrytových dvojhviezdach dôležité. Vieme, že vývoj hviezd po počiatočnom štádiu závisí jednoznačne na ich hmotnosti a ich počiatočnom chemickom zložení. Na to, aby sa mohli testovať teórie hviezdneho vývoja a hviezdnej štruktúry, je potrebné mať presné parametre skutočných hviezd. Model hviezd si vieme vytvoriť až potom čo máme napozorovaných niekoľko hviezd s rovnakými charakteristikami. A práve pri štvorhviezdach nemáme dostatočný počet týchto skutočných hviezd. Práve preto je dôležité takéto hviezdy hľadať a skúmať.

Ďalšou motiváciou ku tvorbe tejto práce je dlhoročný projekt OGLE (Optical Gravitational Lensing Experiment), ktorý mimo iné vytvoril najrozsiahlejší katalóg premenných hviezd. Iba zákrytových dvojhviezd bolo detekovaných zhruba 450 000. Celý tento katalóg nebol týmto spôsobom spracovaný. Pričom pre našu prácu bol vybraný katalóg zákrytových dvojhviezd z Malého Magellanovho mračna.

1. Teoretická časť

1.1 Zákrytové dvojhviezdy

Dvojhviezdami môžu byť:

- fyzické dvojhviezdy - dve hviezdy, ktoré sú gravitačne viazané, teda obiehajú okolo jedného ťažiska,
- optické dvojhviezdy - dve hviezdy, ktoré pozorujeme v tesnej blízkosti, ale v skutočnosti sú od seba vzdialené a nie sú gravitačne viazané.

Jasnejšia zložka dvojhviezdy je väčšinou označovaná ako *primárna* a menej jasná zložka je označovaná ako *sekundárna*. Dvojhviezdy z pozorovacieho hľadiska delíme na vizuálne, spektroskopické a zákrytové (Vanýsek, 1980). Zákrytové dvojhviezdy tvoria približne 1,3% hviezd, čo sa zistilo pomocou výsledkov poľa družice Kepler Kirk a kol. (2016).

Zákrytové dvojhviezdy sú dvojhviezdy, ktoré nevieme opticky rozložiť na jednotlivé zložky a zároveň ich sklon dráhy je blízky 90° . Zákrytové dvojhviezdy radíme medzi premenné hviezdy, ale ich premennosť súvisí so vzájomným periodickým zakrývaním zložiek dvojhviezdy. To sa prejaví periodickým kolísaním jasnosti.

Zákrytové hviezdy môžeme pozorovať fotometricky, ale aj spektroskopicky. Pričom pri slabších objektoch nie je jednoduché získať krivku radiálnych rýchlostí. To je príčinou toho, že máme pri slabších objektoch iba svetelné krivky, ktoré sa dajú ľahko vytvoriť aj pri slabších hviezdach s pomerne veľkou presnosťou. Svetelné krivky sú časové, resp. fázové zmeny jasnosti hviezdy. Fázu, teda 1 periódu zmeny jasnosti získame zo vzťahu:

$$\Phi = \text{frac}\left(\frac{t - t_0}{P}\right), \quad (1.1)$$

kde t je čas merania, t_0 je čas primárneho zákrytu a P je perióda zákrytov dvojhviezdy. Funkcia $\text{frac}(x)$ naberá zlomkové časti x pre kladné x a pre záporné x naberá $1 - \text{zlomkové časti } x$.

Podmienka viditeľnosti zákrytu pre sférické hviezdy s polomerami R_1 , R_2 a ich vzájomnou vzdialenosťou a je (Hilditch, 2001)

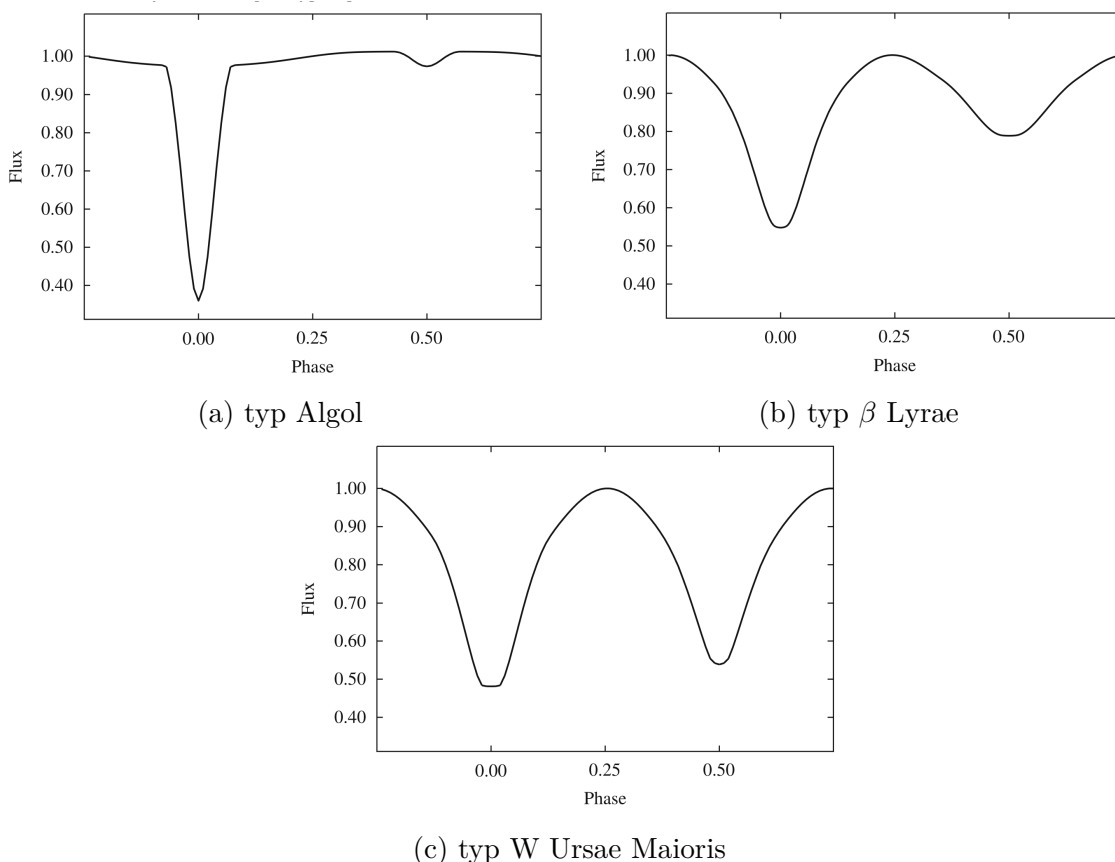
$$\sin(\pi/2 - i) \leq \frac{R_1 + R_2}{a}, \quad (1.2)$$

kde i je inklináčny uhol.

Podľa tvaru svetelných kriviek rozdeľujeme zákrytové dvojhviezdy na 3 hlavné typy (Vanýsek, 1980):

- **Algol** - algolidy, dve hviezdy skoro sférického tvaru, pričom majú v celku konštantné svetlo mimo zákrytu a počas totálnej časti zákrytu.
- β **Lyrae** - jasnosť sa mení plynule vo všetkých orbitálnych fázach, teda aj mimo zákrytu a hĺbka minim je výrazne odlišná.
- **W Ursae Maioris** - má dve podobné minimá a krátku obežnú periódu s plynulými zmenami vo všetkých fázach orbitálnej periódy.

Na Obr. 1.1 môžeme vidieť ich svetelné krivky.



Obr. 1.1: Modely typov zákrytových dvojhviezd (Kallrath a Milone, 2009)

Zákrytové dvojhviezdy môžeme klasifikovať aj podľa ich dynamickej stability (Kopal, 1955):

- **Oddelené systémy** - ani jedna zložka dvojhviezd nevyplňuje Rocheov lalok.
- **Polodotykové systémy** - jedna zložka vyplňuje Rocheov lalok a druhá nevyplňuje Rocheov lalok.
- **Kontaktné systémy** - obe zložky vyplňajú, resp. presahujú Rocheov lalok, kedy majú už spoločnú atmosféru.

Rocheov lalok je oblasť okolo dvojhviezdy, ktorá má tvar kvapky s vrcholom smerujúcim na druhú hviezdu a je ohraničená kritickým gravitačným ekvipotenčialom. Po presiahnutí tejto medze dochádza ku prelianiu hmoty z jednej hviezdy do druhej. Viac informácií napr. Kopal (1955).

Špeciálne pre kontaktné dvojhviezdy, ktoré majú spoločnú obálku, stačí malý uhol sklonu ($\sim 35^\circ$), aby sme mohli pozorovať zákryty (Kallrath a Milone, 2009). Tieto hviezdy majú zvyčajne periódy kratšie než 10 dní, no v mnohých prípadoch je to menej než 1 deň.

Analýzou svetelných kriviek môžeme získať inklináciu (sklon) dráhy, excentricitu (výstrednosť) dráhy, relatívnu veľkosť hviezd, pomer svietivostí a pomer teplôt (Kallrath a Milone, 2009).

1.2 Viacnásobné systémy

Viacnásobné hviezdne systémy sú systémy viacerých hviezd, ktoré sú navzájom gravitačne viazané. Takže obiehajú okolo jedného ťažiska. Môžu vytvárať dvojhviezdy, ktoré sú už dosť známe, trojhviezdy, štvorhviezdy, ale aj vyššie násobky. Čím dochádza ku vyššiemu násobku hviezdneho systému, tým je to zložitejšia sústava a menej frekventovaná (Tokovinin, 2018). Porozumením fyzikálnych vlastností viacnásobných systémov môžeme rozšíriť naše chápanie vývoja a formovania hviezd ako takých, napr. Goodwin a Kroupa (2005). Problematika formovania viacnásobných systémov je stále otvorená a na to, aby sme sa priblížili ku jej vyriešeniu, potrebujeme mať parametre viacnásobných hviezdnych systémov.

Podľa štatistík je viacnásobnosť hviezdnych systémov pomerne bežná, ale jej určenie je náročné. Ukazuje sa, že 60 – 70% hviezd v slnečnom okolí tvorí binárny či viacnásobný systém (Guinan a Engle, 2006). Pokiaľ „hviezdni susedia“ sú od seba príliš vzdialení a obiehajú okolo seba s veľmi veľkou periódou, tak si ani nemusíme hneď všimnúť, že daný systém je viacnásobný. Ďalšiu rolu zohráva aj stabilita systému, kedy do milióna rokov môže byť systém viazaný. Podľa publikovaných štatistík sa zdá, že tretina dvojhviezd má tretiu zložku a štvrtina trojhviezd má štvrtú zložku. Tým, že nevieme všetky tieto hviezdy hneď určiť, štatistiky môžu byť nižšie než je to v skutočnosti.

Viacnásobné systémy sa delia do dvoch skupín:

- **Trapez** - systémy sú v podobných vzájomných vzdialenostiach a majú aj podobné obežné periódy.
- **Hierarchické systémy** - systémy sú v rozdielnych vzájomných vzdialenostiach, napr. trojhviezda, ktorá sa skladá z dvojhviezdy a vzdialenej tretej zložky.

Skupina Trapezných viacnásobných systémov je dynamicky nestabilná a vyvíjajú sa buď smerom ku Hierarchickému systému, alebo sa pomaly rozpúšťajú postupným vyhadzovaním komponentov, až kým nezostanú iba blízke páry Allen (2006). Jej meno je odvodené od systému Trapez v Orione.

Hierarchické systémy sú dynamicky stabilné a väčšina viacnásobných systémov je práve hierarchická. Môžeme ich považovať aj ako kombináciu binárnych podsystémov. Takže s každou úrovňou hierarchie môžeme zaobchádzať ako s problémom dvoch telies, pričom tesné páry sa považujú za jednu hviezdu Tokovinin (1997).

Pokiaľ máme prípad hierarchickej trojhviezdy, teda dvojhviezda obiehajúca okolo rovnakého ťažiska ako vzdialená tretia zložka, tak takýto systém bude stabilný, pokiaľ bude spĺňať obmedzenie na pomer periód P_2/P_1 . Takýchto vzťahov existuje viac, tak uvedieme napr. Mardling a Aarseth (2001):

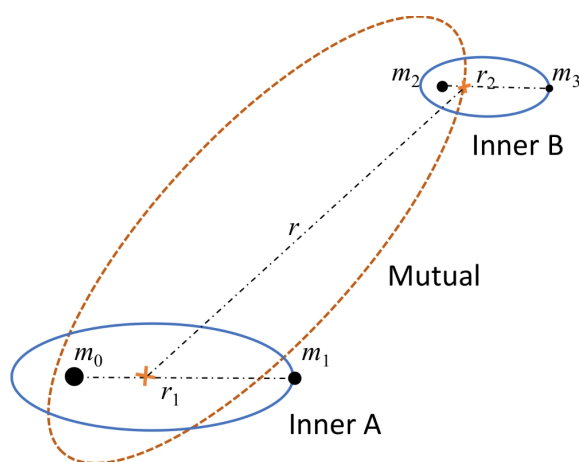
$$\frac{P_2}{P_1} \geq 4,7 \left(\frac{M_1 + M_2 + M_3}{M_1 + M_2} \right)^{1/10} \frac{(1 + e)^{3/5}}{(1 - e)^s} \quad (1.3)$$

kde e je excentricita dráhy, M sú hmotnosti hviezd a s je faktor, ktorý v Mardling a Aarseth (2001) je uvádzaný ako 1,8. Faktor s je uvádzaný v rôznych článkoch rôzne, podľa toho, aké prísne observačné kritérium chceme. Tokovinin (2007) určil toto observačné kritérium na hodnotu $s = 3,0$.

Štvorhviezdne systémy môžu existovať buď ako varianta 3+1, teda trojhviezda a jedna vzdialená zložka, alebo 2+2, teda dve dvojhviezdy obiehajúce okolo jedného ťažiska (Zasche a kol., 2019). Stabilitu takýchto systémov môžeme vypočítať pomocou vzťahu 1.3, pričom môžeme aproximovať jednu dvojhviezdu ako obyčajnú hviezdu. Môžeme to takto spraviť kvôli tomu, že pomer vzdialeností medzi vonkajšou dvojhviezdou a vnútornou dvojhviezdou je veľký.

1.2.1 Dvojjákrytové systémy

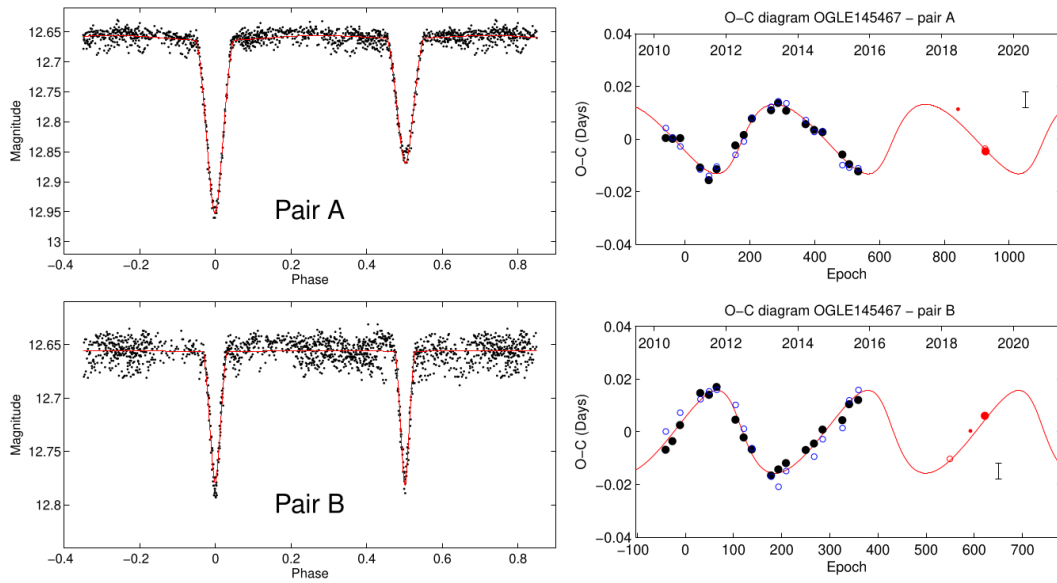
Dvojjákrytové systémy sú systémy varianty 2+2. Teda dve dvojhviezdy obiehajúce okolo jedného ťažiska. Ale zároveň sklon oboch dvoch vnútorných párov je v rovine s pozorovateľom, čo znamená, že my ich vidíme ako zákrytové dvojhviezdy. Na Obr. 1.2 môžeme vidieť takýto dvojjákrytový systém. Prvá dvojhviezda (pár A) sa skladá z dvoch hviezd o hmotnosti m_0 a m_1 obiehajúcich okolo jedného ťažiska vzdialeného r_1 . Druhá dvojhviezda (pár B) sa skladá z dvoch hviezd o hmotnosti m_2 a m_3 obiehajúcich okolo jedného ťažiska vzdialeného r_2 . Vzdialenosť r_1 a r_2 sú omnoho menšie ako vzdialenosť r , teda sú od seba vzdialené viac ako majú od seba vzdialené vlastné zložky (Fang a kol., 2018). Pre zjednodušenie sú na obrázku znázornené orbity iba jednej zložky z dvojhviezdy a jedného páru.



Obr. 1.2: Ilustrácia varianty 2+2 hierarchického štvorhviezdneho systému (Fang a kol., 2018).

Je to špeciálny prípad trojitých systémov, ktorých terciárna časť je vo veľkej vzdialenosti a slúži ako rušička vnútornej dvojhviezdy. Pri štvornásobnom systéme v perturbujúcom hamiltoniáne, excentricita vnútornej dvojhviezdy a vzájomný sklon medzi vnútornou a vonkajšou obežnou dráhou vykazujú periodické oscilácie, Lidov-Kozaiové oscilácie v časovom rámci oveľa dlhšom ako obe obežné periódy (Fang a kol., 2018).

Prvý takýto systém bol nájdený v roku 2008 a to V994 Herculis (Lee a kol., 2008). Boli vytvorené fotometrické a spektroskopické merania tejto hviezdy, teda sa zistila perióda páru A aj B, ale aj ich radiálne rýchlosti. Až v roku 2016 bol potvrdený systém V994 Herculis ako naozaj dvojjákrytový (Zasche a Uhlař, 2016). Bolo to potvrdené pomocou tzv. O – C diagramu, teda pomocou určenia dlhodobej zmeny obežnej periódy. Príklad určenia obežnej periódy z O – C diagramu môžeme vidieť aj na Obr. 1.3.



Obr. 1.3: Hviezda OGLE BLG-ECL-145467 *Vľavo*: sfázované svetelné krivky oboch párov. *Vpravo*: O – C diagram oboch párov. Prevzaté zo Zasche a kol. (2019)

O – C diagram

O – C diagram môže slúžiť na určenie zmien v chovaní zákrytových dvojhviezd, na zlepšenie obežnej periódy dvojhviezdy a ak tam dochádza ku nejakým periodickým variáciám, tak to bude viditeľné.

Názov O – C diagram je z anglického observed – computed, teda pozorovaný – vypočítaný. Je to diagram okamžikov miním resp. maxím, napr. jasností, radiálnych rýchlostí atď. Konštrukcia tohto diagramu je možná iba v prípade, že poznáme periódy s dostatočnou presnosťou a máme dostatočný počet okamžikov miním resp. maxím.

Na vodorovnú os sa vynáša čas a to zvyčajne epocha E , ktorá vyjadruje počet cyklov, ktoré nastali od referenčného (základného) okamžiku minima T_0 . Vypočíta sa ako:

$$E = \text{int} \left(\frac{O - T_0}{P} \right) \quad (1.4)$$

kde O je určený okamžik minima z pozorovania a P je najlepšia známa perióda. Funkcia int zaokrúhli číslo dole na najbližšie celé číslo.

Za predpokladu, že perióda je konštantná, vieme predpovedať čas minima ako:

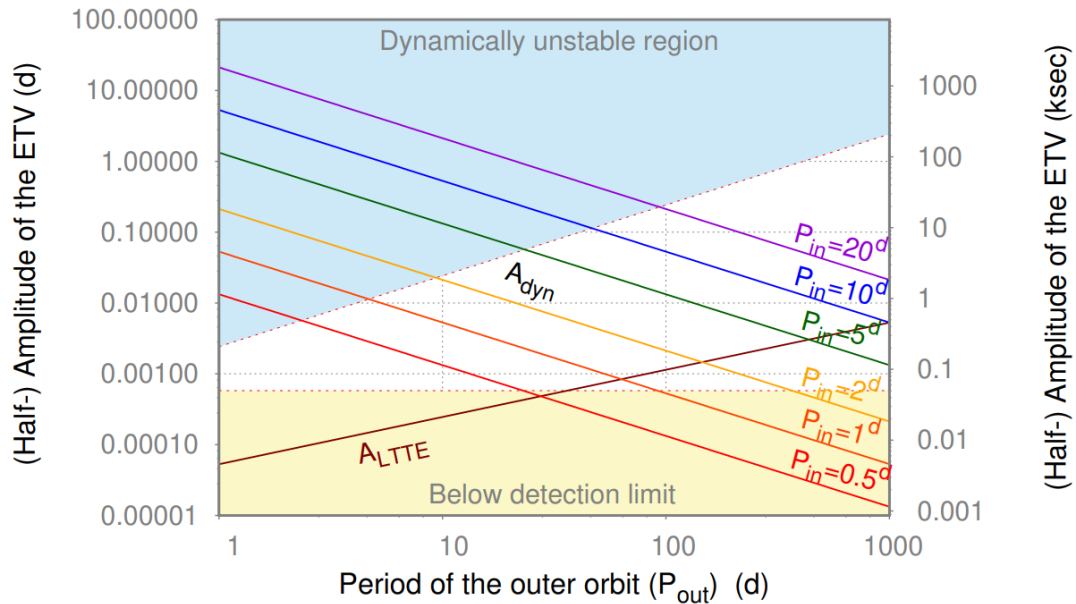
$$C = T_0 + P \cdot E. \quad (1.5)$$

Pre takto získané okamžiky nakreslíme O – C diagram, teda priebeh funkčnej závislosti $O - C = f(E)$. Podľa tvaru krivky získanej v tomto grafe vieme zistiť nasledujúce (Harmanec a kol., 2021):

- **priamka s nulovou smernicou:** perióda je konštantná a rozptyl bodov odpovedá chybám určenia jednotlivých okamžikov,

- **priamka s nenulovou smernicou:** perióda je konštantná, ale je nutné ju opraviť (dlhšia perióda = kladná smernica, kratšia perióda = záporná smernica),
- **parabola:** perióda sa s časom mení (ak v $E = 0$ má parabola minimum, tak perióda sa predlžuje, ak je tam maximum, tak sa skrakuje),
- **periodická krivka:** prítomnosť tretieho telesa alebo stáčanie priamky apsid,
- **nespojité priebeh** odchýliek s výrazným skokom.

Pri určení či systém je naozaj dvojjákrytový sa pozeráme práve na to či v O – C diagrame vidíme periodickú zmenu. Ak je táto periodická zmena pri páre A a páre B rovnaká, ale v protifáze, tak môžeme tvrdiť, že takýto systém je dvojjákrytový. Tento príklad môžeme vidieť na Obr. 1.3 vpravo.



Obr. 1.4: Závislosť amplitúdy zmien v O – C diagramoch na perióde vonkajšieho orbitu P_{out} , pričom P_{in} je vnútorný orbit. A_{LTTE} predstavuje amplitúdu závislú na efekte času cestovania svetla (LTTE = Light Travel Time Effect), čo predstavuje geometrický efekt. A_{dyn} je amplitúda závislá na dynamickom efekte, teda je závislá napr. na hmotnostiach a excentricitách. Modrá oblasť je dynamicky nestabilná oblasť a žltá oblasť je oblasť pod detekčným limitom, čo znamená, že takéto systémy nevieme zatiaľ pozorovať (Borkovits, 2022).

Na to, aby sme pozorovali a našli dvojjákrytový systém, tento systém musí byť dynamicky stabilný a nesmie byť pod detekčným limitom. Čo znamená, že aj keď získame obe periódy hviezd, tak nemusíme vedieť získať ich vzájomnú orbitálnu periódu. Na Obr. 1.4 vidíme, že pokiaľ dvojhviezda má periódu napr. do 2 dní (čo je ľahko detekovateľné), tak jej vonkajšia perióda nemôže byť príliš nízka, pretože vtedy je nestabilná. Pri vysokej vonkajšej perióde začne prevažovať efekt času cestovania svetla.

1.3 Optical Gravitational Lensing Experiment

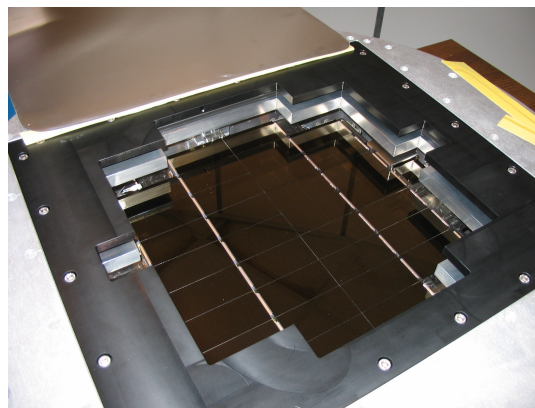
Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE) je poľský astronomický projekt, ktorého hlavným cieľom je hľadanie temnej hmoty pomocou gravitačných šošoviek. Zamerali sa na pozorovanie Magellanových mračien a Galaktickej výdute, kvôli ich vysokému počtu hviezd, ktoré môžu byť použité ako potenciálne ciele na gravitačné šošovky. Popri hľadaní mikrošošovkových udalostí detekovali a klasifikovali premenné hviezdy, pričom len zákrytových dvojhviezd bolo detekovaných zhruba 450 000. Z tohto hľadiska vytvoril tento projekt najrozsiahlejší katalóg premenných hviezd. Pozorovania sú vykonávané v observatóriu Las Campanas v Chile.

Projekt je rozdelený do štyroch fáz. Prvá fáza OGLE I začala v roku 1992 a skončila v 1995. Na pozorovania bol používaný 1 m teleskop a kamera s jedným CCD čipom. V ďalšej fáze OGLE II, ktorá trvala do roku 2000 bol už používaný 1.3 m teleskop, ktorý sa používa dodnes a kamera s jedným CCD čipom. Vo fáze OGLE III (2001 - 2009) bola upgradovaná kamera na „Druhú generáciu“ mozaikovej kamery, ktorá používa 8 tenkých CCD čipov. A v zatiaľ poslednej fáze, ktorá ešte trvá OGLE IV bola kamera upgradovaná na „Tretiu generáciu“ mozaikovej kamery, ktorá má 32 tenkých 2048×4096 CCD čipov (Udalski a kol., 2008).

1.3 m teleskop bol postavený v roku 1996. Jeho ohnisková vzdialenosť je 17,4 arc-sec/mm. Teleskop je plne automatizovaný, takže prevádzka je riadená počítačom. To, že je zavesený na paralaktický držiak a má trecie pohony umožňuje akúkoľvek rýchlosť sledovania oblohy v RA a DEC. Je tam diaľkové ovládanie ďalekohľadu a prístrojov z riadiacej budovy, ktorá sa nachádza 15 m od kupoly, je však možné tento ďalekohľad ovládať aj cez internet (Udalski a kol., 2015).



(a) Kontrolná budova a kupola



(b) CCD kamera z fázy OGLE IV

Obr. 1.5: Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE)

Namerané dáta zo všetkých fáz OGLE I - OGLE IV sa dajú voľne stiahnuť v ich databáze <ftp://ftp.astrow.edu.pl/ogle/>. V tejto práci sú využívané dáta z fáz OGLE III a OGLE IV, ktoré sa nachádzajú v oblasti Malého Magellanovho mračna. Dáta z fázy OGLE II neboli používané, pretože v tejto databáze sa používali iné označenia hviezd než v OGLE III a OGLE IV, majú ďaleko menší počet hviezd aj bodov a horšiu kvalitu pozorovania, keďže bol využívaný iba jeden CCD čip. Pozorované objekty majú od 13 mag do 20 mag, pričom je viac hviezd s väčšou magnitúdou, teda slabších.

Súbor zákrytových dvojhviezd vo Veľkom a Malom Magellanovom mračne obsahuje 48 605 systémov, z toho 40204 patrí LMC a 8401 patrí SMC. Celkovo bolo

týmto projektom získaných 16 374 nových zákrytových dvojhviezd (Pawlak a kol., 2016). Katalóg týchto dvojhviezd vytvorili pomocou Random Forestovho algoritmu, ktorý využíva strojové učenie.

1.4 Magellanové mračná

Magellanové mračná sú populárnymi pozorovacími objektmi medzi astronómami. Je to hlavne z toho dôvodu, že sú to jedny z najbližších trpasličích galaxií od nás. Sú to dve trpasličie galaxie a to Veľké Magellanovo mračno (LMC) a Malé Magellanovo mračno (SMC). Ich prvá zmienka je z roku 964, kedy boli spomenuté v knihe *Book of Fixed Stars* od pérzského astronóma Al Sufiho. A znovuobjavené boli až v 15. storočí, kedy portugalský moreplavec Ferdinand Magellan ich spomenul vo svojich cestopisoch z výpravy okolo sveta. Ako vieme, tak tieto mračná sú pomenované po svojom znovuobjavitelovi, ale nie vždy mali takéto mená. V 16. storočí boli pomenované ako Nubecula Major (dnešné LMC) a Nubecula Minor (dnešné SMC) (Brunier, 2009).

Najväčšiu úlohu zohrávali pri navigácii na južnej pologuli v období bez GPS. Bolo to z toho dôvodu, že tieto trpasličie galaxie sú výrazné objekty na južnej pologuli. Takže zohrávali podobnú úlohu ako Polárka na severnej pologuli.

Veľké Magellanovo mračno je od nás vzdialené 49 kpc, pričom jeho uhlový priemer je približne 20 uhlových rozmerov Mesiaca a Malé Magellanovo mračno je vzdialené 63 kpc a jeho uhlový priemer je 10 uhlových rozmerov Mesiaca (Wolf, 2015). Ležia od seba asi 20 stupňov. Magellanové mračná sú na prvom alebo druhom prelete okolo našej Galaxie, čo bolo zistené pomocou prúdu neutrálneho vodíka, ktorý prepája mračná s našou Galaxiou.



Obr. 1.6: Malé a Veľké Magellanovo mračno - ESO (Brunier, 2009)

Na Obr. 1.6 môžeme vidieť dva zhluky hviezd, ktoré vyobrazujú naľavo Malé Magellanovo mračno a napravo Veľké Magellanovo mračno. A aj voľným okom vidíme, že SMC je zhruba 2-krát menšie ako LMC.

2. Spracovanie dát

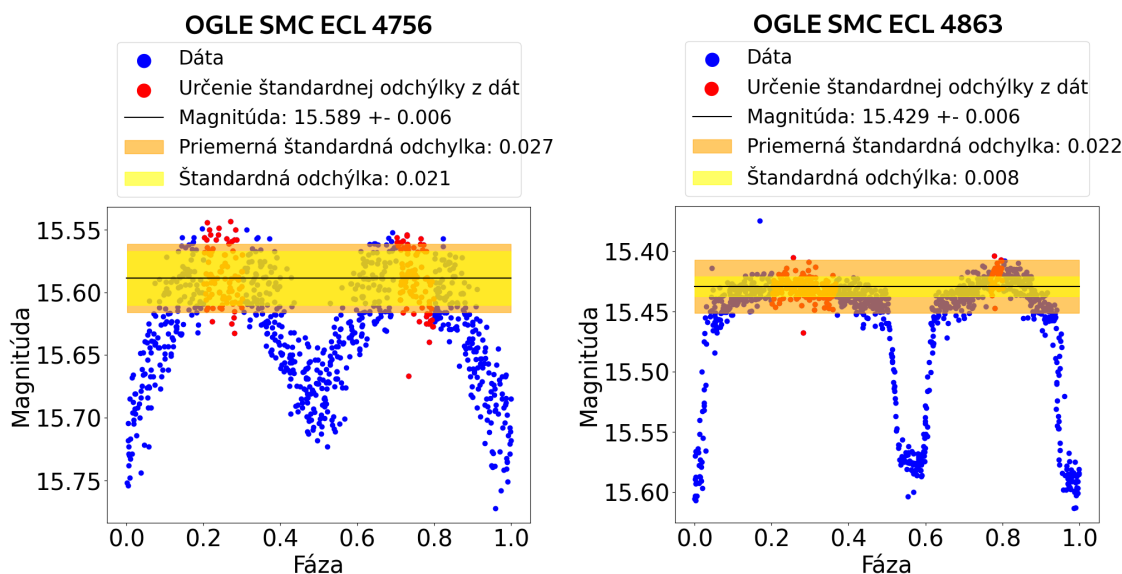
Dáta zákrytových dvojhviezd v Malom Magellanovom mračne sme získali z projektu OGLE III a OGLE IV. V týchto databázach sa nachádzajú katalógy zákrytových dvojhviezd, kde je určená ich perióda a čas primárneho zákrytu. Pre našu prvotnú analýzu boli tieto informácie postačujúce a dostatočne presné.

Najprv sme si vytvorili program v pythone na výber vhodných kandidátov. Na začiatku sme mali 6138 zákrytových dvojhviezd z OGLE III a 7938 z OGLE IV. Tieto dáta boli vytvorené vo fotometrickom filtri I. Celkový počet hviezd v SMC je 8401 hviezd, ale nie všetky hviezdy, ktoré sa nachádzali v OGLE III sa nachádzali aj v OGLE IV a naopak. Vyberali sme len tie hviezdy, ktoré mali určené periódy zákrytov.

2.1 Metóda výberu vhodných systémov

Na to, aby sme mali čo najlepšie výsledky, potrebujeme mať veľa meraní. Preto sme do úvahy brali iba hviezdy, ktoré boli pozorované a zaznamenané v oboch projektoch (OGLE III a OGLE IV). V niektorých prípadoch, pri vykreslení danej hviezdy v čase, nastal skok v magnitúde pri prechode z projektu OGLE III do OGLE IV. Tento problém sme riešili tak, že sme si na začiatku určili strednú magnitúdu v OGLE III a posunuli dáta z OGLE IV, aby sedeli na rovnakú strednú magnitúdu.

V databázach OGLE III a OGLE IV sú známe periódy hviezd. Keďže sme nevedeli, ktorá perióda bude presnejšia, tak na vykresľovanie sfázovaných svetelných kriviek a počiatočnú analýzu týchto systémov sme brali priemer z týchto dvoch známych periód.



Obr. 2.1: Sfázované svetelné krivky. *Vľavo*: dvožákrytová dvojhviezda OGLE SMC ECL 4756. *Vpravo*: zákrytová dvojhviezda OGLE SMC ECL 4863. Modré body odpovedajú dátam danej hviezdy. Červené body sú dáta, z ktorých sme určovali štandardnú odchýlku a magnitúdu. Chyba pri magnitúde je určená z chýb meraní. Priemernú štandardnú odchýlku sme určili zo všetkých dát.

Na vstupe sme uvažovali nad hviezdami, ktoré sa nachádzajú v oboch databázach, ale zároveň sme si určili, že ich priemerná magnitúda nebude väčšia ako 18,5 mag. Je to z toho dôvodu, že slabšie hviezdy už nemajú dobrú presnosť na ďalšiu analýzu.

Pri určovaní kandidátov sme mysleli na to, že ak je systém iba jednoduchá zákrytová dvojhviezda (viď Obr. 2.1 vpravo), tak rozptyl dát bude odpovedať približne chybe merania. Čo vidíme aj na našom príklade, teda štandardná odchýlka je $\pm 0,008$ mag a chyba merania je $\pm 0,006$ mag. Pri viacnásobnom systéme je to však tak, že pri sfázovaní získame väčší rozptyl než by bol iba z chyby merania (viď Obr. 2.1 vľavo). Teda v tomto prípade je chyba merania $\pm 0,006$ mag a štandardná odchýlka $\pm 0,021$ mag.

Ďalšiu vec, ktorú si môžeme všimnúť na Obr. 2.1 je to, že priemerná štandardná odchýlka a štandardná odchýlka pri viacnásobnom systéme sú porovnateľné, na rozdiel od zákrytovej dvojhviezdy.

Ďalej si môžeme všimnúť, že oblasť červených bodov pri zákrytovej dvojhviezde je vo vnútri oblasti priemernej štandardnej odchýlky. Až na jeden bod, ktorý predpokladáme, že spadá do chyby merania, keďže takýto rozptyl od krivky má málo bodov, oproti viacnásobnému systému, ktorý má tento rozptyl červených bodov väčší než je oblasť priemernej štandardnej odchýlky. V tomto prípade sme predpokladali, že pri viacnásobnom systéme, kde je veľký rozptyl bodov, bude oblasť pod priemernou štandardnou odchýlkou väčšia než nad priemernou štandardnou odchýlkou (neskôr určený ako Pomer plôch nad a pod krivkou). To je z dôvodu toho, že nás zaujímajú zákryty hviezdy, takže jej zoslabovanie a nie zosilňovanie. Zároveň body pod priemernou štandardnou odchýlkou budú pri viacnásobnom systéme hlbšie (väčší rozptyl), než pri obyčajnej zákrytovej dvojhviezde.

Tieto pozorovania sme aplikovali v našom pythonovskom programe pri vyberaní možných kandidátov na dvojjákrytové systémy. Tento program je dostupný na <https://github.com/iwushik/Master-Thesis>.

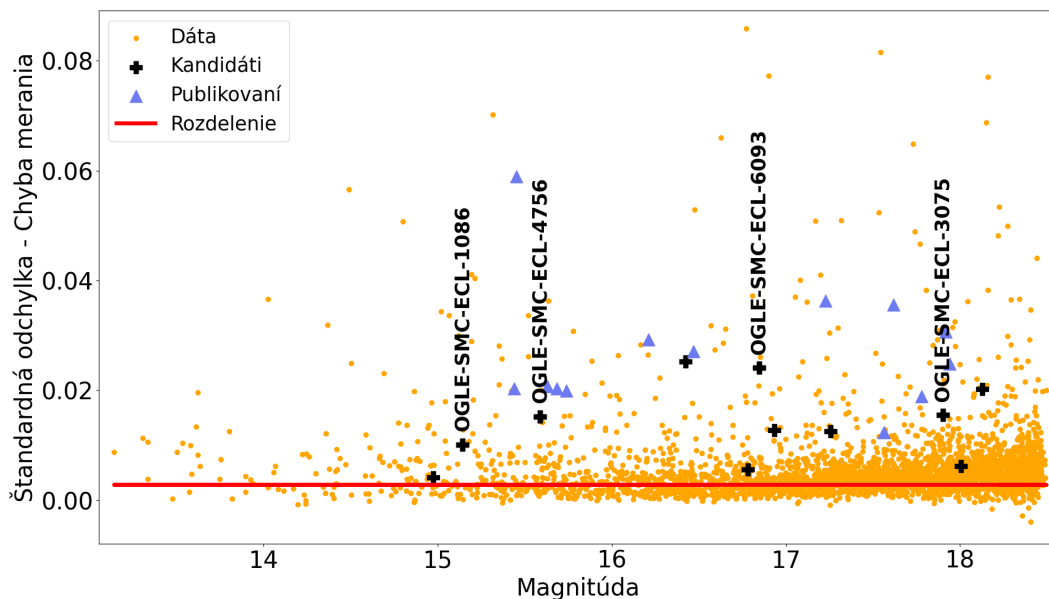
V programe využívame pozorovania popísané vyššie, ktoré boli implementované. Pomocou dát z článku Zasche a kol. (2019) z LMC a pomocou publikovaných kandidátov z článku Pawlak a kol. (2013) z SMC sme vytvorili aj rozdeľovacie krivky, ktoré nám hovoria o tom, kde by sa už nemal nachádzať možný kandidát na viacnásobný systém. Pre vizualizáciu toho čo robí náš program sme zvolili nasledujúce dva grafy (Obr. 2.2 a 2.3).

Na Obr. 2.2 môžeme vidieť závislosť Štandardnej odchýlky - Chyby merania na Magnitúde. Oranžovou farbou sme znázornili všetky hviezdy z Malého Magellanovho mračna, ktoré prešli prvotným filtrom – nachádzajú sa v oboch projektoch a ich stredná magnitúda je menšia než 18,5 mag. Vidíme, že slabších hviezd je omnoho viac než jasnejších, aj preto je zložitejšie zohnať iné než fotometrické dáta. Vieme, že čím ma hviezda väčšiu magnitúdu, tým je jej chyba väčšia. Preto sme na y-ovej osi odčítali Chybu merania od Štandardnej odchýlky.

Čiernu farbu sme zvolili pre znázornenie kandidátov na dvojjákrytové systémy, u ktorých sme zistili druhú periódu zákrytu (viď Kapitola 3.1). Vypísané sú tie hviezdy, u ktorých bolo potvrdené toto chovanie (viď Kapitola 3.2) Modrou farbou sú znázornení kandidáti na dvojjákrytové systémy, ktorí boli publikovaní v článku Pawlak a kol. (2013).

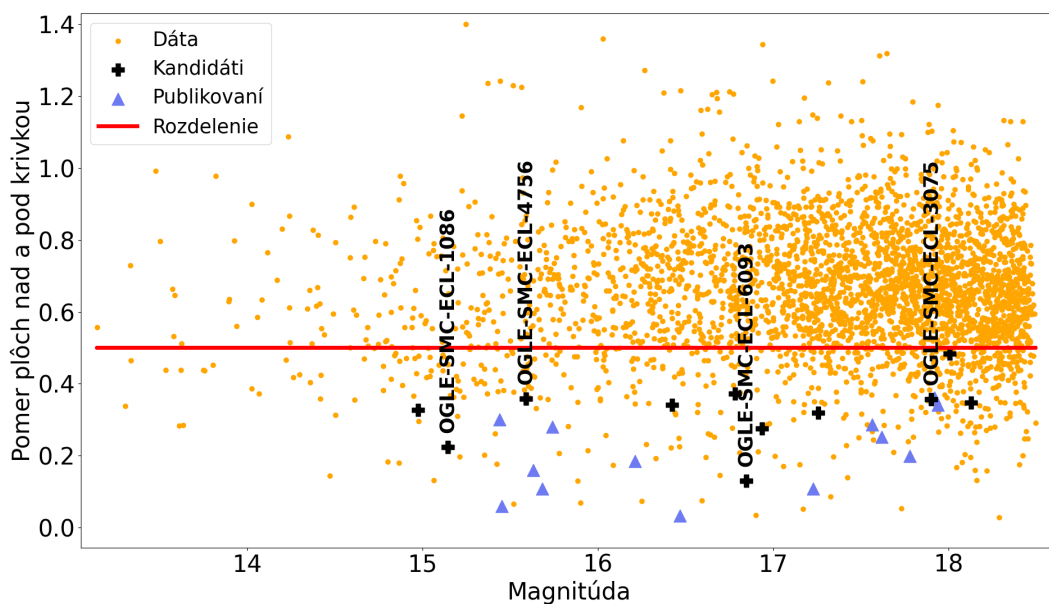
Tento graf nám hovorí o tom, aký majú rozptyl dáta. Čím majú väčší rozptyl odrátaný od chyby merania, tým je pravdepodobnejšie, že hviezda by mohla byť

dvojjákyrová. Keď je rozdiel rovný 0, tak tam určite nedochádza ku žiadnym iným zmenám jasnosti.



Obr. 2.2: Závislosť Štandardnej odchýlky - Chyby merania na Magnitúde.

Na Obr. 2.3 je znázornená závislosť Pomeru plôch nad a pod krivkou od Magnitúdy. Značky v grafe sú určené rovnako ako pri predchádzajúcom grafe. Tento graf nám hovorí o tom, že pokiaľ tento pomer je väčší ako 1, tak dochádza ku zjasňovaniu hviezdy a táto hviezda nás nezaujíma. Zaujímajú nás hviezdy, u ktorých dochádza ku stemňovaniu, a teda tento pomer chceme, aby bol malý. A ako môžeme vidieť všetky publikované systémy ((Pawlak a kol., 2013)), aj naši noví kandidáti majú tento pomer nízky.



Obr. 2.3: Pomer oblasti bodov nad a pod oblasťou priemernej štandardnej odchýlky v závislosti od Magnitúdy.

Všetky kritéria, ktoré sme využili v programe spĺňalo 409 zákrytových dvojhviezd. Teda sme získali 409 podozrivých systémov na viacnásobné systémy.

2.1.1 False Positive

Aby sme sa vyhli analyzovaniu hviezd, ktoré boli určené nesprávne (False Positive), tak sme ich ešte ručne prechádzali. Po ručnom prechádzaní sme získali 74 systémov, ktoré sme detailnejšie analyzovali v ďalšom kroku.

Dôvodov prečo dvojhviezda bola označená programom ako podozrivý systém mohlo byť niekoľko. Dvojhviezdy, ktoré majú oblasť mimo zákryt veľmi krátku a strmú, tak vo väčšine prípadov spadli do oblasti podozrivých systémov na viacnásobné systémy chybné. Potom sa tam nachádzali hviezdy, ktorým sa s časom menila magnitúda (dochádzalo ku ich zjasňovaniu / stemňovaniu). V niektorých prípadoch sme zistili, že daná perióda, ktorú sme získali nie je správna, a teda naša metóda určila tieto dvojhviezdy nesprávne. Potom sme tam nachádzali dvojhviezdy, ktorých zákryty majú porovnateľnú hĺbku s chybou merania. A v niektorých prípadoch dochádzalo ku posunu svetelnej krivky v OGLE III a OGLE IV, aj keď sme sa tomu snažili vyvarovať.

V ďalšom vylepšovaní tejto metódy bude potrebné brať tieto False Positive do úvahy a vylepšiť to tak, aby ich tam bolo čo najmenej.

2.2 Analýza vhodných systémov

Na analýzu a modelovanie svetelných kriviek vhodných systémov sme využili open-source program PHOEBE. Prv sme namodelovali svetelnú krivku páru A a získali sme jej reziduá vykreslené v čase, ktoré sme vložili do pythonovského programu a využitím knižnice Py-PDM (viď Kapitola 2.2.2) sme získali periódu páru B. Následne sme vo PHOEBE namodelovali svetelnú krivku páru B a získali jeho reziduá.

Reziduá z páru A odpovedajú svetelnej krivke páru B už s odčítaným párom A. A reziduá páru B odpovedajú svetelnej krivke páru A. Tieto reziduá sme znova modelovali, aby sme získali výsledné modely svetelných kriviek aj s modelovaním tretieho svetla.

Modelovanie tretieho svetla je dôležité, pretože nám hovorí o tom, koľko percent svetla k nám preniká z jednej dvojhviezdy a koľko z druhej dvojhviezdy. Zároveň to nemusí ešte znamenať, že tieto objekty sú naozaj gravitačne viazané.

O tom či dané objekty, v našom prípade zákrytové dvojhviezdy, sú gravitačne viazané, zistíme až z vykreslenia O – C diagramu a jeho analýzy.

2.2.1 PHOEBE

PHOEBE = PHysics Of Eclipsing BinariEs je voľne dostupný kód na modelovanie zákrytových dvojhviezd. Dajú sa v ňom vytvoriť a fitovať svetelné krivky a krivky radiálnych rýchlostí pomocou parametrov danej dvojhviezdy (Prša a Zwit-ter, 2005).

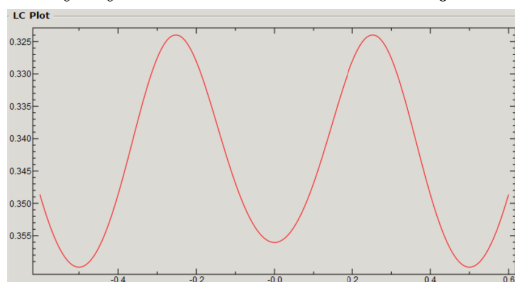
Na stránke <http://phoebe-project.org/> sa dajú stiahnuť nové, ale aj staršie verzie PHOEBE a ich dokumentácia. Najnovšia verzia využíva programovací jazyk python, ktorý sa dá použiť vo všetkých operačných systémoch. My sme využívali

starú verziu PHOEBE 0.32, ktorá sa dá nainštalovať vo Windowse a využíva grafické rozhranie. Pre túto verziu existuje aj step-by-step manuál, ktorý sme využívali aj my v našej práci (viď Zasche (2016)).

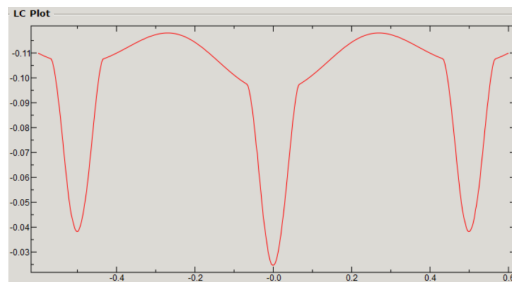
Modely

PHOEBE je založený na modeli Wilson-Devinney (Wilson a Devinney, 1971). Na výpočet modelu dvojhviezdy si môžeme zvoliť metódu diferenčných korekcií alebo simplexovú metódu. Pre spracovanie sme využívali metódu diferenčných korekcií.

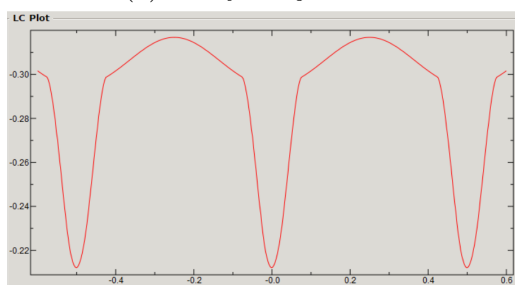
Prvým krokom na uľahčenie modelovania je vo PHOEBE výber modelu hviezdy, ktorý vychádza z tvaru svetelnej krivky:



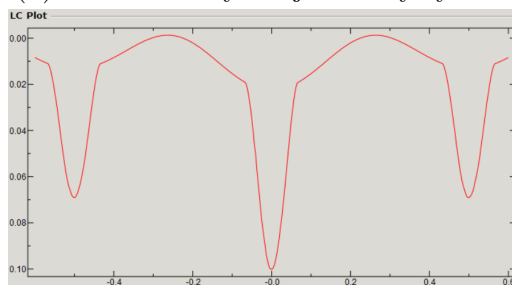
(a) X-ray dvojhviezda



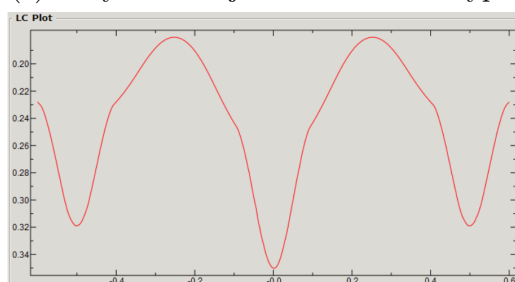
(b) Neobmedzený dvojhviezdny systém



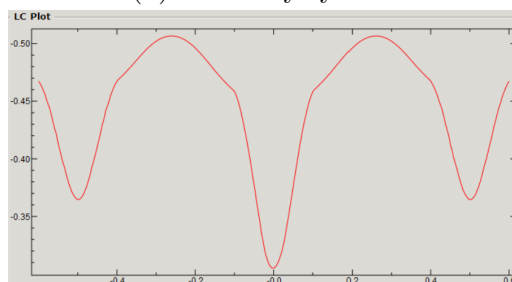
(c) Dotyková dvojhviezda W UMa typu



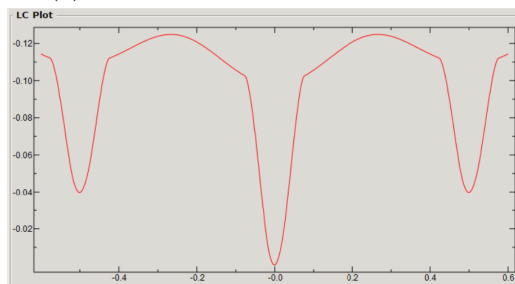
(d) Oddelený systém



(e) Polodotkový systém - primár



(f) Polodotkový systém - sekundár



(g) Dotyková dvojhviezda nie v tepelnom kontakte



(h) Dotkový systém

Obr. 2.4: Ilustratívne modely.

Na Obr. 2.4 sú vykreslené ilustratívne modely toho ako to môže vyzerat v rôznych situáciach pri rôznej geometrickej a fyzikálnej konfigurácii. Tieto grafy boli vytvorené vo PHOEBE.

Počiatkové nastavenie programu

Po vložení dát sme si zvolili vhodný model, ktorý je popísaný vyššie. A následne sme využili čas primárneho zákrytu a periódu dvojhviezdy, ktoré sú známe z projektu OGLE.

Na uľahčenie procesu fitovania sme si na začiatku zvolili niektoré počiatkové hodnoty. V prvom rade išlo o **teplotu** dvojhviezdy. Na začiatok sme si zvolili teplotu primára na 20 000 K a teplotu sekundára ako 15 000 K. Niekedy sme si teplotu sekundára zvolili vyššiu, podľa toho či sa javili hviezdy zo svetelnej krivky porovnateľne jasné. Takúto vysokú teplotu sme si zvolili kvôli tomu, že Malé Magellanovo mračno je od nás vzdialené približne 69 kpc, a teda sa ku nám dostane svetlo hlavne z horúcich hviezd, napr. typu B.

Ďalej sme si určili **relatívnu svietivosť** hviezd, ktorá nám posunula model svetelnej krivky vo vertikálnom smere. Počiatkový **sklon dráhy** sme si určili podľa hĺbky zákrytov a následne počiatkové **povrchové potenciály** oboch hviezd, ktoré nám menili šírku zákrytov.

V ďalšom kroku sme si zvolili **albedo** ako $ALB = 1.0$ a **koefficient gravitačného zjasňovania** ako $GR = 1.0$. Bolo to určené z predpokladu, že máme horúce hviezdy s teplotou $T > 7200\text{K}$ (Lucy, 1968).

Počiatkové **tretie svetlo** sme zvolili ako 0.5. Predpokladali sme, že 50% svetla k nám putuje z páru A a ďalších 50% z páru B. **Koeficienty okrajového stemenia** získame interpoláciou v tabuľkách (van Hamme, 1993).

Po odhadnutí týchto počiatkových hodnôt sme sa pustili do procesu fitovania.

Fitovanie

Zvolené počiatkové hodnoty sa používajú v počiatkovom modeli. Na začiatku fitovania sme nechali fitovať iba relatívnu svietivosť primárnej zložky L_1 , sklon dráhy i a teplotu sekundárnej zložky T_2 . Tieto parametre sme fitovali až kým hodnota kvality fitu (*cost function*) neprestala klesať.

Následne sme zafixovali teplotu T_2 a sklon dráhy i a uvoľnili čas primárneho zákrytu HJD_0 a obe povrchové gravitačné potenciály Ω_1, Ω_2 . To sme znova fitovali kým *cost function* neprestala klesať. Potom sme znovu interpolovali okrajové stemenie.

V ďalšom kroku sme sa pozreli či daná hviezda nemá excentrickú dráhu. To zistíme tak, že sa pozrieme na sfázovanú svetelnú krivku. Pokiaľ máme primárne minimum na 0 a sekundárne minimum mimo hodnoty 0.5 alebo sú minimá rôzne široké, tak dochádza ku excentrickej dráhe. V tom prípade musíme fitovať aj excentricitu e a argument pericentra ω . Najprv je vhodné si zvoliť nejakú vhodnú počiatkovú hodnotu a až tak fitovať, aby to konvergovalo rýchlejšie ku správnej hodnote. Excentricitu e a argument pericentra ω fitujeme samostatne, takže nemáme žiadne iné parametre uvoľnené. Keď má hviezda excentrickú dráhu, tak automaticky jej modelovanie bude trvať dlhšiu dobu, preto je vhodné ich fitovať samostatne.

Následne excentricitu e a argument pericentra ω zafixujeme a uvoľníme parametre $HJD_0, T_2, \Omega_1, \Omega_2, i, L_1$ a znova ich fitujeme až kým *cost function* neprestane

klesať. Na konci znova interpolujeme okrajové stemnenie.

Týmto spôsobom sa dá získať model páru A. Keď si ho vykreslíme, tak program PHOEBE nám umožní vykresliť aj reziduá. Pri tých reziduách je viditeľné, že sú väčšie ako by boli, ak by to ovplyvňovala iba chyba merania. To naznačuje, že sa tam nachádza ďalší objekt.

Z reziduí sa dá získať perióda páru B vid Podkapitola 2.2.2 (Hľadanie periódy). Po získaní periódy páru B opakujeme modelovanie rovnako ako pre pár A.

Keď už máme reziduá páru A aj páru B, tak ďalej modelujeme svetelné krivky na nich. Ako počiatkové hodnoty použijeme hodnoty z predchádzajúceho modelovania. V tomto postupe sa budeme snažiť namodelovať krivku aj s tretím svetlom.

Uvoľníme si parametre $HJD_0, T_2, \Omega_1, \Omega_2, i, L_1$. Tieto parametre budú v ďalšom postupe stále uvoľnené. V jednom kroku fitovania si uvoľníme tretie svetlo a potom ho hneď zafixujeme, aby zvyšné hodnoty skonvergovali, pretože zmenením tretieho svetla sa menia všetky parametre. Keď sa dostaneme na najnižšiu hodnotu cost function, tak si ju zapamätáme a znova fitujeme tretie svetlo, ktoré následne zafixujeme. To sa opakuje až kým hodnota cost function nie je najnižšia možná pre danú hodnotu tretieho svetla.

2.2.2 Hľadanie periódy

Na určenie vhodnej periódy bola použitá pythonovská knižnica Py-PDM. Tá využíva metódu minimalizácie fázovej disperzie na určenie vhodnej periódy pomocou Stellingwerfovej štatistiky (Stellingwerf, 1978).

Stellingwerfova štatistika

Nech máme observačné dáta reprezentované dvoma vektormi a to magnitúdy x a časy t . A máme počet týchto dát N . Tak potom ich rozptyl si vyjadríme ako:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}), \quad (2.1)$$

kde \bar{x} je priemerná hodnota magnitúd a $i = 1, \dots, N$. Vyberieme si M vzoriek, ktoré majú rozptyl s_j^2 , kde $j = 1, \dots, M$, tak ako vo vzťahu 2.1, ale pre dátové body n_j . Pre všetky vzorky platí:

$$s^2 = \frac{\sum_{j=1}^M (n_j - 1) s_j^2}{\sum_{j=1}^M n_j - M}. \quad (2.2)$$

Chceme minimalizovať rozptyl dát, tak si rozdelíme fázu na M binov v intervale $[0, 1]$, pričom v každom bine bude n_j bodov. Definujeme si:

$$\Theta_S = \frac{s^2}{\sigma^2} \quad (2.3)$$

Ak tam nie je žiadna perióda, tak $\Theta_S \sim 1$, inak $\Theta_S \ll 1$ (Stellingwerf, 1978).

Py-PDM

Na stránke <https://github.com/ckm3/Py-PDM.git> nájdete dostupný zdrojový kód pre túto knižnicu. A na stránke <https://py-pdm.readthedocs.io> sa nachádza dokumentácia.

Na určenie vhodnej periódy bola použitá funkcia `pdmpy.pdm(t, y, s=None, f_min=0, f_max=1, delf=0.1, nbin=10)`, pričom na vstupe má:

- **t** - pole časov
- **y** - pole magnitúd
- **s** - sigma od každého y, ak nie, tak pole núl
- **f_min** - minimum frekvencie
- **f_max** - maximum frekvencie
- **delf** - delta frekvencia
- **nbin** - počet binov

a na výstupe dostaneme:

- **frequency_array** - pole frekvencií
- **theta_array** - pole Θ_S

Po získaní pola frekvencií f a pola Θ_S sme si zobrali $i = 15$ minimálnych Θ_{S_i} a vykreslili sme si svetelné krivky, pričom periódu sme získali zo vzťahu:

$$P_i = \frac{1}{f_i}. \quad (2.4)$$

Po vykreslení sme sa pozreli, ktorá perióda je správna pre pár B. Správnu periódu sme určili tak, že sme sa v prvom rade pozreli na svetelnú krivku či sú na nej viditeľné oba zákryty. Ak tam bol iba jeden, tak sme vedeli, že tá perióda je polovičná a ak ich tam bolo viac, tak je to iný násobok periódy. Takže sme hľadali periódu s dvoma zákrytmi tak, aby to nebola rovnaká perióda ako pár A alebo jej alias. Vykreslili sme si viac svetelných kriviek, pretože v niektorých prípadoch sme získavali nefyzikálne riešenie.

Nie je vhodné zobrať hneď prvú periódu z toho dôvodu, že by to mohla byť stále perióda páru A alebo jej nejaký násobok. Zvolili sme počet 15, aby sme si boli istý, že máme tú najvhodnejšiu, aj keď väčšinou do 5 miním sme sa dostali ku tej pravdepodobne správnej hodnote.

3. Výsledky spracovania

V Kapitole 2.1 sme popísali metódu zvolenú na výber vhodných systémov na ďalšiu analýzu. Po ručnom prechádzaní systémov, ktoré nám určil náš program, sme získali 74 systémov na ďalšiu analýzu (viď Kapitola 2.2). V skutočnosti sme analyzovali iba 61 systémov, pretože zvyšných 13 sa už nachádzalo v článku Pawlak a kol. (2013). Týchto 13 systémov má už známu druhú periódu, takže sme sa zamerali na tie, o ktorých ešte nič nevieme.

Zo 61 systémov sme našli druhú periódu u 11 z nich a tieto systémy sme následne podrobnejšie analyzovali podľa postupu v Kapitole 2.2. V Tabuľke 3.1 a 3.2 sú vypísané získané parametre hviezd z našej analýzy. Identifikačné číslo (**ID**) hviezd sme v tabuľkách skrátili len na posledné štvorčíslenie a označenie či ide o pár A alebo pár B. Názvy týchto hviezd, ako sa dajú vyhľadať aj v databáze SIMBAD, sú **OGLE SMC-ECL-0000** pričom nuly označujú štvorčíslenie, ktoré je v našom prípade ID hviezd.

ID	$JD_0 - 245000$ [d]	P [d]	ω [rad]	e
1086 A ¹	5000,3005 ± 0,0019	2,1806775 ± 0,0000001	0,45 ± 0,09	0,043 ± 0,003
1086 B ¹	5001,5294 ± 0,0024	3,3209476 ± 0,0000213	0,0	0,0
1086 A ²	4994,3543 ± 0,0016	2,1806775 ± 0,0000001	2,45 ± 0,16	0,015 ± 0,006
1086 B ²	5000,5499 ± 0,0026	3,3209476 ± 0,0000213	3,00 ± 1,16	0,020 ± 0,004
2339 A	5000,2882 ± 0,0011	0,7288356 ± 0,0000068	0,0	0,0
2339 B	4994,6131 ± 0,0018	3,3957587 ± 0,0000110	0,0	0,0
2417 A	5004,0128 ± 0,0032	7,5382434 ± 0,0001132	0,35 ± 0,19	0,090 ± 0,001
2417 B	5003,0577 ± 0,0028	7,0791273 ± 0,0001632	4,47 ± 0,02	0,277 ± 0,017
2515 A	5000,1357 ± 0,0008	1,4645691 ± 0,0000053	0,0	0,0
2515 B	5000,7366 ± 0,0019	2,6522033 ± 0,0000112	0,0	0,0
2636 A	5001,1211 ± 0,0081	1,6442688 ± 0,0000083	0,0	0,0
2636 B	5003,5910 ± 0,0032	2,4265072 ± 0,0000057	0,0	0,0
3075 A	5000,1236 ± 0,0017	1,3588980 ± 0,0000041	0,0	0,0
3075 B	5000,6198 ± 0,0026	2,4158745 ± 0,0000223	5,93 ± 0,17	0,080 ± 0,006
3628 A	5000,4571 ± 0,0007	2,6788110 ± 0,0000010	0,0	0,0
3628 B	4999,9269 ± 0,0009	0,8155409 ± 0,0000008	0,0	0,0
4756 A	5000,9054 ± 0,0007	0,9177267 ± 0,0000009	0,0	0,0
4756 B	5001,4607 ± 0,0032	2,0604751 ± 0,0000061	0,0	0,0
5925 A	5000,7728 ± 0,0007	2,9089132 ± 0,0000116	0,0	0,0
5925 B	5001,7163 ± 0,0067	8,210647 ± 0,0000538	0,0	0,0
6093 A ³	5001,0850 ± 0,0005	0,9019100 ± 0,0000013	0,0	0,0
6093 B ³	5001,2141 ± 0,0033	2,0303332 ± 0,0000100	0,35 ± 0,09	0,258 ± 0,009
6093 A ⁴	5001,1160 ± 0,0003	0,9019290 ± 0,0000010	0,0	0,0
6093 B ⁴	5001,2345 ± 0,0039	2,0303332 ± 0,0000100	0,21 ± 0,06	0,288 ± 0,004
6093 A ⁵	5001,1310 ± 0,0004	0,9019265 ± 0,0000011	0,0	0,0
6093 B ⁵	5001,2296 ± 0,0047	2,0303332 ± 0,0000100	0,14 ± 0,11	0,273 ± 0,005
6121 A	5000,1131 ± 0,0008	0,8193829 ± 0,0000010	0,0	0,0
6121 B	5000,2740 ± 0,0018	1,2751661 ± 0,0000024	0,0	0,0

*^{1,2} Hviezda s ID 1086 bola rozdelená pri analýze na 2 časti: ¹ OGLE 3, ² OGLE 4.

*^{3,4,5} Hviezda s ID 6093 bola rozdelená pri analýze na 3 časti: ³ OGLE 3.1, ⁴ OGLE 3.2, ⁵ OGLE 4, pričom OGLE 3.1 a 3.2 dáva všetky dáta z OGLE 3.

Tabuľka 3.1: Orbitálne parametre dvoch vnútorných dvojhviezd.

V Tabulke 3.1 sú vypísané orbitálne parametre vnútorných dvojhviezd. Teda čas primárneho zákrytu $JD_0 - 245000$, perióda P , argument pericentra ω a excentricita e . Všetky parametre okrem periódy boli fitované pomocou PHOEBE. Perióda páru A síce bola známa z projektu OGLE, ale v niektorých prípadoch sme našli presnejšiu periódu pomocou analýzy O – C diagramov. Perióda páru B bola zistená pomocou knižnice Py-PDM (viď Kapitola 2.2.2) a aj táto perióda bola spresňovaná pri analýze O – C diagramov.

ID	i [deg]	T_1/T_2	R_1/R_2	L_1/L_2	L_3 [%]
1086 A ¹	68,4 ± 1,5	1,28 ± 0,06	1,31 ± 0,15	2,52 ± 0,85	48 ± 11
1086 B ¹	86,6 ± 2,7	2,03 ± 0,09	2,00 ± 0,42	12,54 ± 5,49	79 ± 7
1086 A ²	78,1 ± 1,4	1,64 ± 0,06	2,13 ± 0,16	9,11 ± 1,97	47 ± 6
1086 B ²	81,3 ± 4,4	1,66 ± 0,10	1,46 ± 0,23	4,85 ± 2,23	71 ± 11
2339 A	84,0 ± 1,6	2,03 ± 0,15	1,70 ± 0,12	7,50 ± 2,73	73 ± 7
2339 B	85,4 ± 0,6	0,97 ± 0,04	1,16 ± 0,06	1,28 ± 0,15	31 ± 13
2417 A	88,6 ± 0,6	1,00 ± 0,04	1,07 ± 0,03	1,14 ± 0,05	56 ± 5
2417 B	88,4 ± 1,4	1,06 ± 0,06	1,24 ± 0,01	1,86 ± 0,37	41 ± 13
2515 A	84,4 ± 3,1	2,95 ± 0,14	1,65 ± 0,11	17,24 ± 3,58	73 ± 5
2515 B	80,3 ± 2,5	1,62 ± 0,12	1,19 ± 0,13	2,94 ± 1,01	69 ± 12
2636 A	84,5 ± 1,7	1,00 ± 0,02	1,32 ± 0,10	1,72 ± 0,30	64 ± 7
2636 B	70,2 ± 1,2	1,39 ± 0,03	1,03 ± 0,01	1,87 ± 0,04	61 ± 7
3075 A	77,2 ± 5,7	1,38 ± 0,07	1,19 ± 0,04	2,25 ± 0,15	64 ± 16
3075 B	77,1 ± 6,4	1,37 ± 0,08	1,29 ± 0,27	2,82 ± 1,57	53 ± 19
3628 A	80,5 ± 1,2	2,06 ± 0,03	1,41 ± 0,01	4,59 ± 0,10	14 ± 7
3628 B	80,7 ± 5,0	1,08 ± 0,04	1,04 ± 0,04	1,22 ± 0,09	75 ± 7
4756 A	73,3 ± 4,4	1,34 ± 0,02	1,00	1,50 ± 0,01	72 ± 4
4756 B	41,0 ± 2,7	1,04 ± 0,01	1,00	1,07 ± 0,01	38 ± 9
5925 A	76,8 ± 1,7	1,21 ± 0,01	1,10 ± 0,05	1,60 ± 0,17	45 ± 8
5925 B	80,9 ± 3,2	1,68 ± 0,11	1,33 ± 0,08	3,93 ± 0,12	73 ± 16
6093 A ³	88,1 ± 0,4	1,04 ± 0,02	1,07 ± 0,10	1,21 ± 0,32	42 ± 6
6093 B ³	95,3 ± 0,9	1,28 ± 0,06	1,01 ± 0,02	1,43 ± 0,16	61 ± 6
6093 A ⁴	87,3 ± 0,3	1,03 ± 0,01	1,07 ± 0,12	1,20 ± 0,29	40 ± 7
6093 B ⁴	97,0 ± 1,4	1,10 ± 0,02	1,01 ± 0,01	1,17 ± 0,10	59 ± 8
6093 A ⁵	88,6 ± 2,3	1,07 ± 0,03	1,16 ± 0,09	1,48 ± 0,24	39 ± 5
6093 B ⁵	96,1 ± 2,0	1,12 ± 0,09	1,01 ± 0,01	1,19 ± 0,14	59 ± 7
6121 A	72,2 ± 3,1	1,37 ± 0,04	1,01 ± 0,02	1,57 ± 0,07	56 ± 13
6121 B	72,9 ± 2,2	2,43 ± 0,35	1,05 ± 0,06	4,66 ± 2,05	67 ± 10

*1,2 Hviezda s ID 1086 bola rozdelená pri analýze na 2 časti: ¹ OGLE 3, ² OGLE 4.

*3,4,5 Hviezda s ID 6093 bola rozdelená pri analýze na 3 časti: ³ OGLE 3.1, ⁴ OGLE 3.2, ⁵ OGLE 4, pričom OGLE 3.1 a 3.2 dáva všetky dáta z OGLE 3.

Tabuľka 3.2: Parametre odvodené zo svetelných kriviek dvoch vnútorných dvojhviezd.

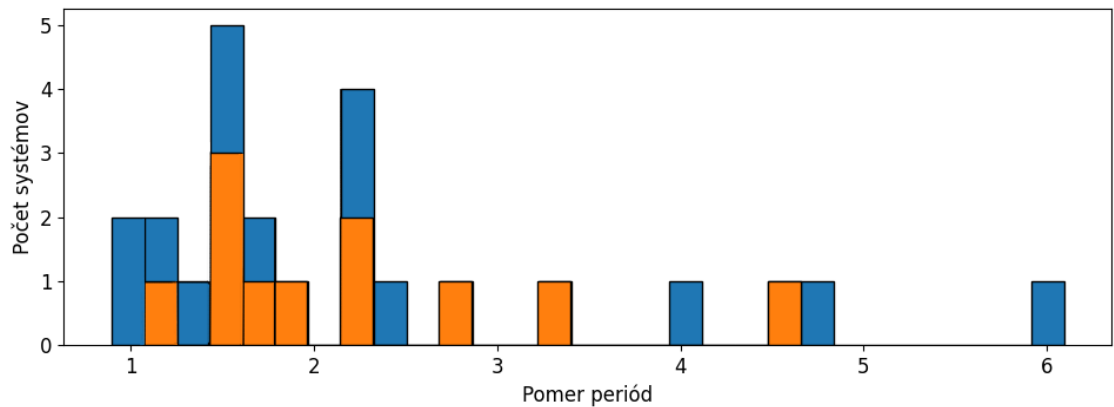
V Tabulke 3.2 sú vypísané parametre hviezd odvodených zo svetelných kriviek vnútorných dvojhviezd, ktoré sú vykreslené v Kapitole 3.1. Teda sklon dráhy i , pomer teplôt T_1/T_2 , pomer polomerov R_1/R_2 , pomer luminozít L_1/L_2 a percento svetivosti tretieho svetla L_3 .

Všetky parametre sme najprv fitovali z fixným tretím svetlom na 50%, pretože sme predpokladali, že polka svetla putuje od jednej dvojhviezdy a druhá polka od druhej. V skutočnosti to tak nie je a to môžeme vidieť aj v našich výsledkoch. Keď sme začali fitovať tretie svetlo, tak sa začali meniť aj zvyšné parametre, ktoré

sme predtým fitovali. Na určenie chýb parametrov sme nevyužívali chyby, ktoré nám dalo PHOEBE, ale pozerali sme sa na to, ako sa budú meniť parametre, keď budeme meniť tretie svetlo. Tretie svetlo sme menili iba v rozsahu 1% hodnoty minimálnej nájdenej cost function vo PHOEBE a predsa chyba tretieho svetla je $\sim 10\%$. Chyby z PHOEBE sme využívali iba okrajovo, pričom sme sa pozerali či naša chyba je menšia alebo väčšia ako chyba z PHOEBE. Väčšinou naše chyby vyšli väčšie ako chyby určené pomocou PHOEBE.

Pozreli sme sa aj na pomer períód párov (väčšia perióda / menšia perióda), histogram sa nachádza na Obrázku 3.1. Pričom sme použili dáta, ktoré sme my analyzovali (oranžová farba), ale aj dáta z článku Pawlak a kol. (2013), všetky dáta sa nachádzajú v Malom Magellanovom mračne. Z článku sme vynechali 2 hviezdy, ktoré mali pomer hviezdy veľmi veľký, a teda by to zneprehľadnilo náš histogram.

V článku Zasche a kol. (2019) vytvorili tiež takýto histogram a zistili, že najviac nimi analyzovaných systémov 2+2 malo rezonanciu 1:1 alebo 3:2. V našom prípade je najviac zastúpená rezonancia 3:2 a 9:4.



Obr. 3.1: Histogram pomeru períód páru A ku páru B. Pričom vždy sme delili väčšiu periódu od menšej. Oranžovou farbou sú označené nami analyzované systémy z SMC a modrou kandidáti z SMC z článku Pawlak a kol. (2013).

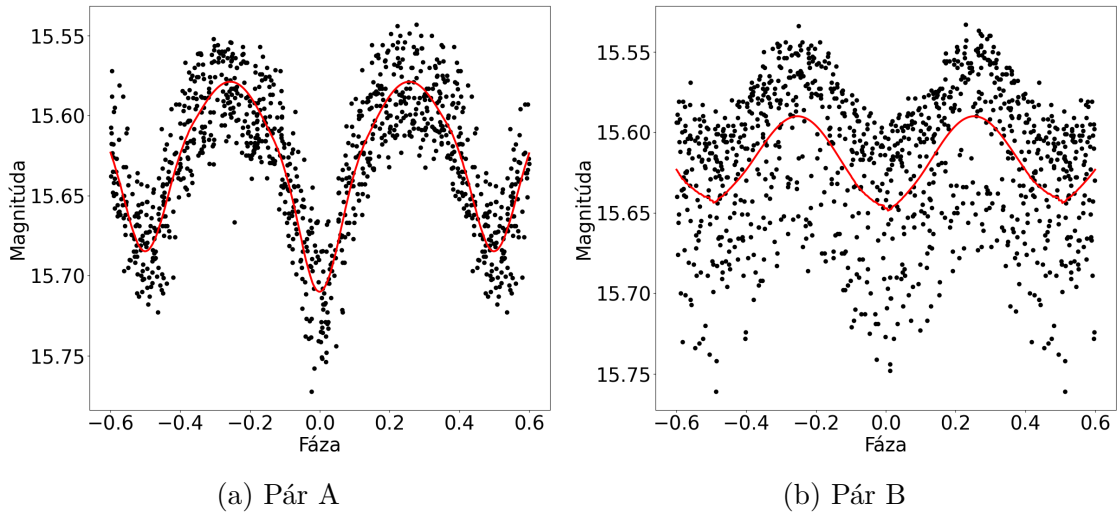
3.1 Svetelné krivky

OGLE SMC-ECL-4756

Hviezdu OGLE SMC-ECL-4756 sme si na začiatku vykreslili vo PHOEBE s periódou $P_A = 0,92d$. To môžeme vidieť na Obrázku 3.2a. Keď sme sa pozreli na túto svetelnú krivku, tak sme predpokladali, že je to dotykový systém. Je to hviezda s jasnosťou 15,59mag. Jej rozptyl dát (0,027mag) neodpovedá chybe merania (0,006mag), ktorá bola získaná z projektu OGLE. Resp. môžeme vidieť väčší rozptyl dát než pri dvojhviezdach s rovnakou svietivosťou. Preto náš poloautomatický systém vybral túto hviezdu na ďalšiu analýzu.

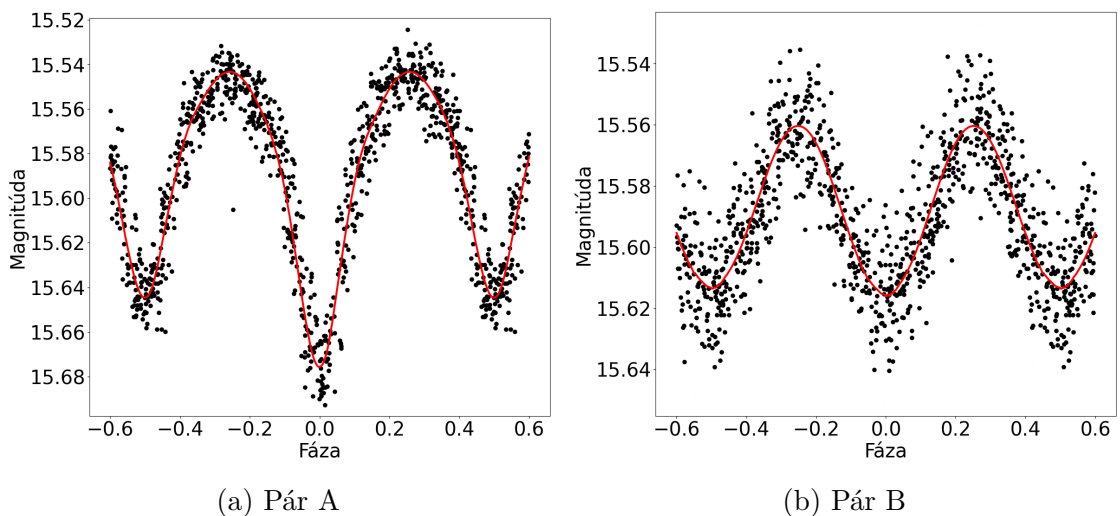
Svetelnú krivku sme modelovali vo PHOEBE, pričom prvotný model sme použili dotykový systém. Na úvod sme si zafixovali teplotu primára na 20000K pre každú hviezdu. Je jasné, že teplota každej primárnej hviezdy v našom zozname nebude takáto, ale nemáme spektroskopické merania, aby sme určili presnejšie túto teplotu.

Vychádzali sme len z poznatku, že SMC je vzdialená galaxia, a teda na to, aby sme dokázali pozorovať tieto hviezdy, musia byť dostatočne horúce. Ďalej sme si zafixovali získanú periódu, pretože pri fitovaní aj periódy by nedochádzalo ku správnym výsledkom. Albedo, koeficient gravitačného zosvetľovania a parameter synchronizovania boli zafixované na 1. Pre fitovanie aj týchto parametrov by sme potrebovali mať presnejšie dáta.



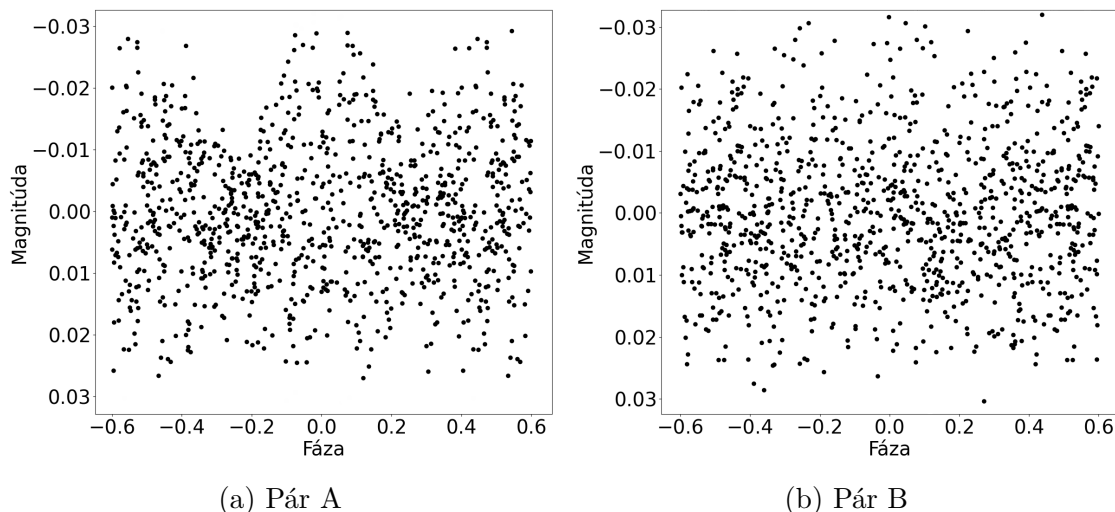
Obr. 3.2: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-4756 vykreslená bez odčítania druhého páru.

Ďalej sme postupovali podľa postupu v Kapitole 2.2. Na výstupe sme získali reziduá tejto hviezdy, z ktorých sme boli schopní získať periódu páru B $P_B = 2,06d$. Aj tento pár sme si na začiatku vykreslili vo PHOEBE, to môžeme vidieť na Obrázku 3.2b. V tomto prípade je tento rozptyl dát výraznejší, takže pár B má menšiu amplitúdu než pár A. Znova podľa tejto krivky predpokladáme, že je to dotykový systém a podľa toho to aj modelujeme.



Obr. 3.3: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-4756 vykreslená po odčítaní druhého páru.

Po odčítaní páru A od páru B a naopak získame výsledné svetelné krivky, ktoré môžeme vidieť na Obrázku 3.3. Pri porovnaní svetelných kriviek pred a po odčítaní vidíme, že rozptyl dát sa zreteľne zmenšil. Vykreslenie reziduí od svetelných kriviek po odčítaní druhého páru môžeme vidieť na Obrázku 3.4.



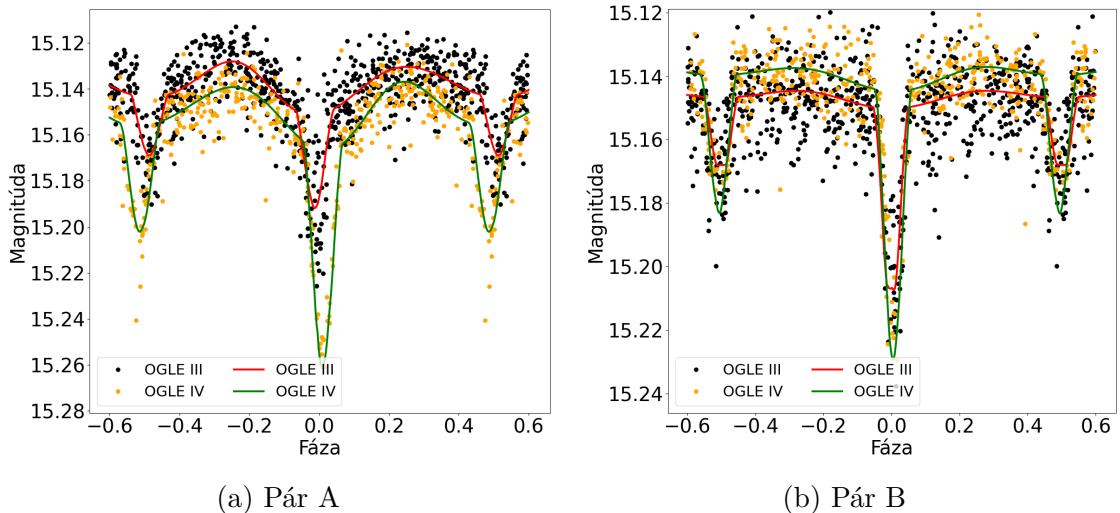
Obr. 3.4: Svetelná krivka reziduí OGLE SMC-ECL-4756 po odčítaní druhého páru.

Popri tom, že sme si namodelovali krivku, sme získali parametre, ktoré sú vypísané v Tabulkách 3.1 a 3.2. Ani pri jednom páre sme nezistili excentrickú dráhu. Tým, že sme predpokladali, že sú oba páry dotykové systémy, tak pomery oboch polomerov sú 1. Podľa výsledkov tretieho svetla by k nám malo prísť viac svetla od páru B ako od páru A. Podľa svetelných kriviek to však vyzerá naopak, keďže amplitúda páru B bola zreteľne menšia. Práve tento fenomén nám vysvetlil sklon dráhy páru B, ktorý nám vyšiel ako 41° . Tým, že zákryty vidíme pod týmto uhlom nám dokazuje to, že pri 90° by sme videli pár B ako silnejší. Teplota primára páru A je 1,34-krát väčšia ako sekundára, a teda je primár aj jasnejší. Pri páre B môžeme vidieť, že primár a sekundár sú skoro rovnako teplé, a teda aj rovnako jasné.

OGLE SMC-ECL-1086

Ďalšou analyzovanou hviezdou je hviezda OGLE SMC-ECL-1086. Svetelnú krivku tejto hviezdy môžeme vidieť na Obrázku 3.5, pričom je vykreslený zvlášť pár A a pár B. Svietivosť tohto systému je 15,14mag. Pre prvotné modelovanie sme zvolili oddelený systém a fixované parametre boli rovnaké ako pri predchádzajúcej hviezde. Dáta sme rozdelili na 2 časti, pretože sme si všimli, že u tejto hviezdy dochádza ku zmene svetelnej krivky postupom času. Perióda páru A je $P_A = 2,18\text{d}$ a zistená perióda páru B je $P_B = 3,32\text{d}$.

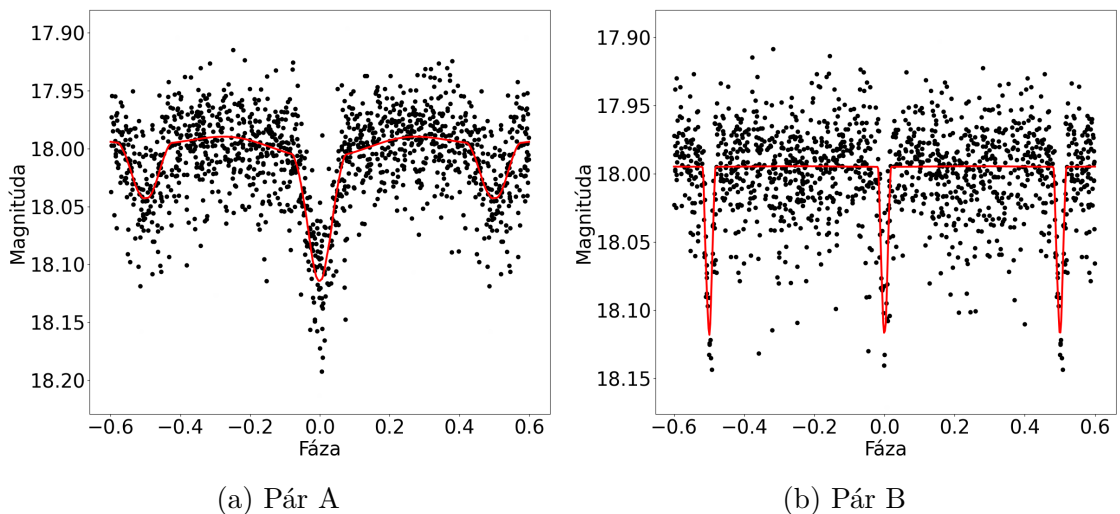
Ku posunu svetelných kriviek v čase došlo pravdepodobne tým, že tieto dvojhviezdy majú excentrickú dráhu. Pri páre B v čase merania projektom OGLE III sme modelovali krivku s nulovou excentricitou, ale pri OGLE IV sme ju už nemohli zanedbávať. Ďalej podľa fitovania tretieho svetla sme zistili, že viac svetla by malo k nám prichádzať z páru A. Je to viditeľné aj zo svetelných kriviek, keďže hĺbky zákrytov páru A sú o niečo hlbšie ako pri páre B. Podľa sklonu dráhy vieme, že ak by mal pár A aj pár B 90° sklon dráhy, tak by bol tento rozdiel ešte výraznejší. Keďže teraz je sklon dráhy páru A menší ako páru B.



Obr. 3.5: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-1086.

OGLE SMC-ECL-2339

Hviezda OGLE SMC-ECL-2339 je jedna zo slabších analyzovaných hviezd. Jej svetivosť je 18,01mag. To že sa jedná o slabšiu hviezdu môžeme vidieť aj na rozptyle dát svetelných kriviek odčítaných párov (viď Obrázok 3.6). Aj napriek tomu sa nám podarilo nájsť a namodelovať pár B.



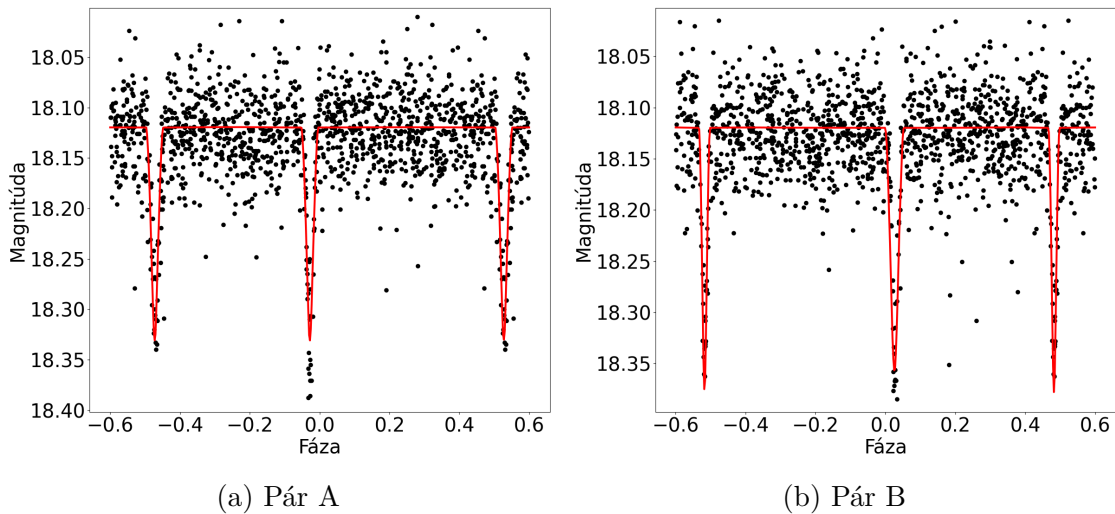
Obr. 3.6: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-2339.

Svetelné krivky sme prvotne modelovali ako oddelené systémy a fixovali sme parametre tak ako pri prvom systéme. Perióda páru A je $P_A = 0,73d$ a pár B má periódu $P_B = 3,40d$. Modelovanie páru B bolo trochu náročnejšie z toho dôvodu, že v zákrytoch nie je veľký počet bodov a rozptyl dát je skoro taký veľký ako hĺbky zákrytov. Pri páre A sú tieto zákryty o niečo výraznejšie.

Z modelovania sme zistili, že tieto dva páry nemajú excentrickú dráhu. Pri páre A by mal byť primár väčší a teplejší ako sekundár. A pri páre B by mal byť primár a sekundár približne rovnako teplý a rovnako veľký. Z fitovania tretieho svetla vyplýva, že z páru B by k nám malo prenikať viac svetla ako z páru A.

OGLE-SMC-ECL-2417

Najslabšou analyzovanou hviezdou je OGLE-SMC-ECL-2417, pričom jej svietivosť je 18,13mag. Na Obrázku 3.7 môžeme vidieť svetelnú krivku páru A a páru B tejto hviezdy. Svetelné krivky boli namodelované s tým, že oba páry sú oddelené systémy a postupovali sme rovnako ako pri prvom systéme. Hodnota periódy páru A je $P_A = 7,54d$ a páru B je $P_B = 7,08d$. Svetelné krivky oboch párov sú si podobné v hĺbke a šírke zákrytov. Vo svetelných krivkách si môžeme všimnúť, že pár A má zákryt sekundára o niečo širší ako primára a primár neleží v strede medzi sekundármi. Pri páre B si môžeme všimnúť, že primár tiež neleží v strede medzi sekundármi. Preto v tomto prípade sme museli modelovať krivku aj s excentrickou dráhou.



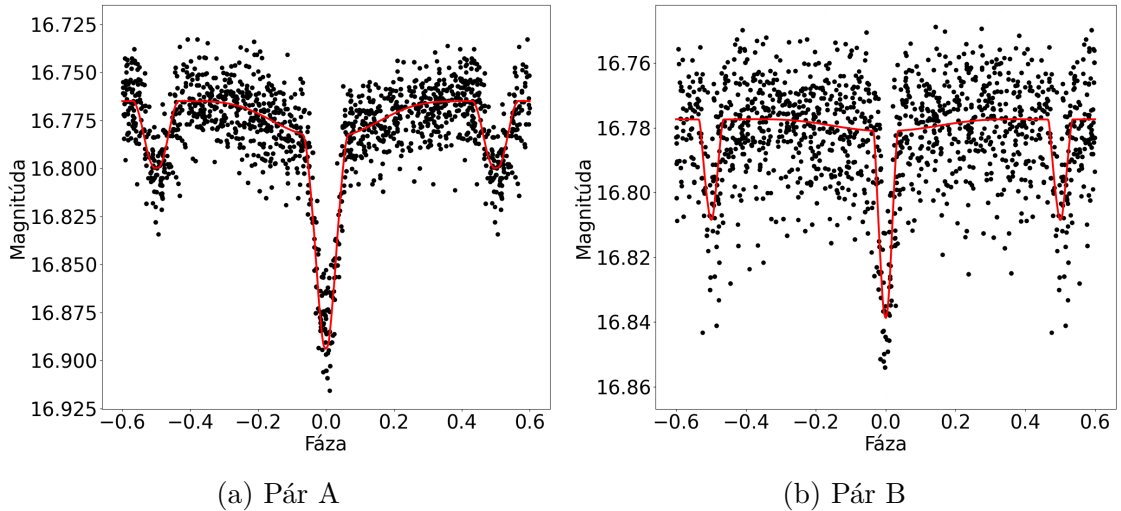
Obr. 3.7: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-2417.

Excentricita páru A je 0,090 a páru B 0,277. Pri páre A sme zistili, že primár a sekundár sú približne rovnako veľké a teplé. Pri páre B je primár o niečo väčší a svietivejší ako sekundár. A z fitovania tretieho svetla vyplýva, že približne polovica svetla ide z páru A a polovica z páru B. To potvrdzuje aj to, že hĺbky zákrytov sú porovnateľné.

OGLE SMC-ECL-2515

Na Obrázku 3.8 môžeme vidieť svetelnú krivku páru A a páru B hviezdy OGLE SMC-ECL-2515. Svietivosť tohto systému je 16,78mag. Na prvotné modelovanie svetelných kriviek sme použili model oddelených systémov. Perióda páru A je $P_A = 1,46d$ a získaná perióda páru B je $P_B = 2,65d$. Ani jeden pár nevykazuje známky excentrickej dráhy.

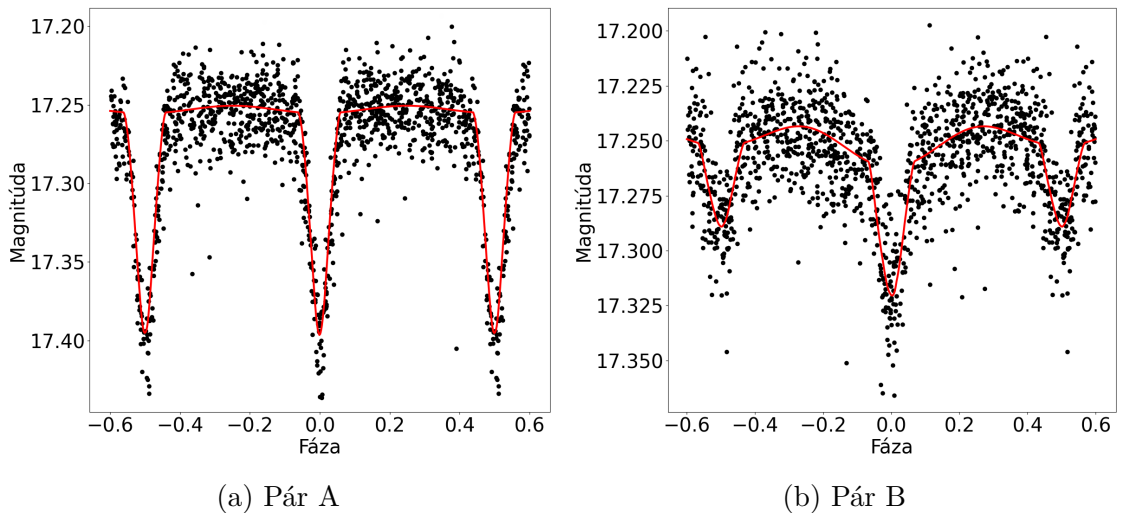
Na svetelnej krivke páru A vidíme, že primár má oveľa hlbší zákryt než sekundár, ktorý má hĺbku len o niečo väčšiu ako rozptyl dát. To nám hovorí aj výsledok modelovania, teda že primár je teplejší a väčší než sekundár. Pri páre B je tiež primár väčší a teplejší, ale je to menej výrazné než pri páre A. Z modelovania tretieho svetla nám vyplýva, že približne rovnako svetla k nám putuje z páru A aj z páru B. Čo môže vyplývať z toho, že síce v páre A je primár hlboký, ale sekundár nie je, pričom pár B má hlbší zákryt sekundára, aj keď menej hlboký primár.



Obr. 3.8: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-2515.

OGLE SMC-ECL-2636

Svetelnú krivku páru A a páru B hviezdy OGLE SMC-ECL-2636 môžeme vidieť na Obrázku 3.9. Tento systém má 17,26mag. Podľa svetelných kriviek sme určili na začiatok, že sú to oddelené systémy. Pričom perióda páru A je $P_A = 1,64d$ a páru B je $P_B = 2,43d$. Tieto dvojhviezdy nemajú excentrickú dráhu. Pri svetelných krivkách si ešte môžeme všimnúť, že pár A má hlbšie zákryty než pár B.

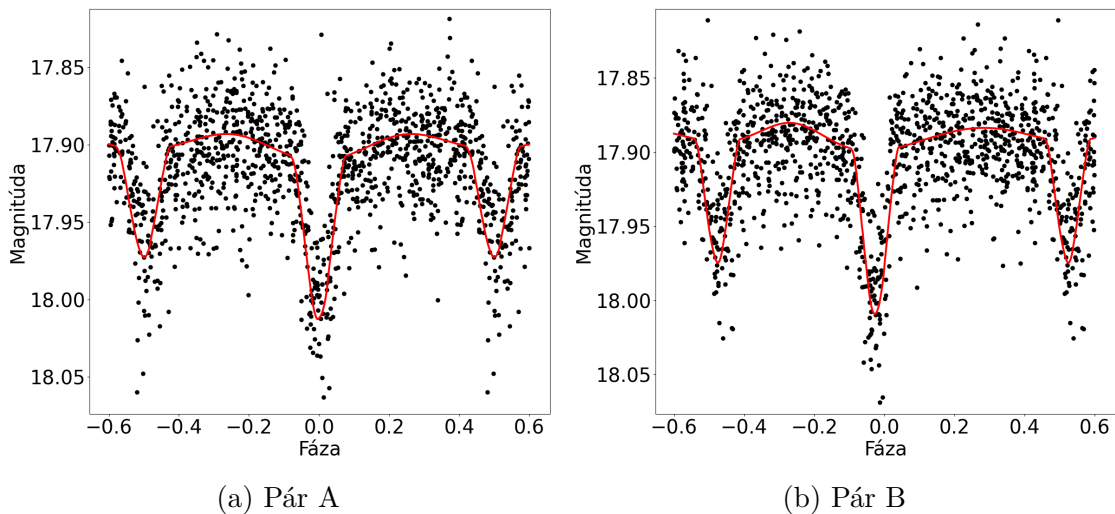


Obr. 3.9: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-2636.

Sklon dráhy páru A je 84° a páru B je 70° . Pri modelovaní tretieho svetla sme zistili, že zhruba rovnaké svetlo by malo ísť z oboch párov. Takže to, že vidíme pár A výraznejšie než pár B má za príčinu menší sklon dráhy u páru B. Pár A má primár a sekundár približne rovnako veľký a teplý čo je viditeľné aj zo svetelných kriviek. Pri páre B je primár o niečo teplejší, ale približne rovnako veľký ako sekundár.

OGLE SMC-ECL-3075

Hviezda OGLE SMC-ECL-3075 je jedna zo slabších systémov s menšou hĺbkou zákrytov. Tento systém je vykreslený na Obrázku 3.10, kde môžeme vidieť svetelnú krivku páru A a páru B. Svietivosť tohto systému je 17,90mag. Prvotný model pre modelovanie sme zvolili oddelený systém pre oba páry. Perióda páru A je $P_A = 1,36\text{d}$ a páru B je $P_B = 2,42\text{d}$. Môžeme si všimnúť, že hĺbka zákrytu páru A a páru B je približne rovnaká ako pre primár, tak pre sekundár. Pár A nevykazuje známky excentrickej dráhy. No pri páre B si môžeme všimnúť, že primár sa nenachádza presne v strede medzi sekundárnymi zákrytmi, čo je znak toho, že tam dochádza ku excentrickej dráhe.



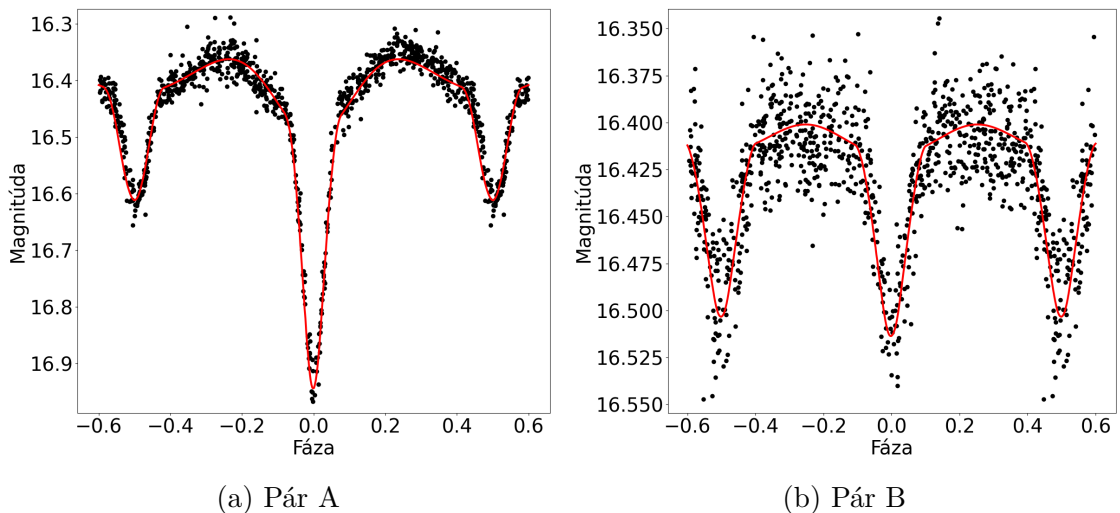
Obr. 3.10: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-3075.

Modelovaním excentricity páru B sme zistili, že $e_B = 0,080$. Tým, že sme do modelovania zaviedli excentrickú dráhu pri páre B, tak sa nám skomplikoval výpočet a aj to môže byť príčina získania väčších chýb než pri páre A, ktorý je bez excentrickej dráhy. Pri modelovaní tretieho svetla sme zistili, že rovnaké svetlo by malo putovať z oboch párov. Ale chyba tohto tretieho svetla je v pomere k iným modelovaným dvojhviezdam veľká. To môže byť spôsobené pri páre B excentrickou dráhou, ale aj tým, že je to už slabšia dvojhviezda, s veľkým rozptylom dát a nie až tak veľkými hĺbkami zákrytov.

OGLE SMC-ECL-3628

Hviezda OGLE SMC-ECL-3628 je pomerne jasná hviezda s hlbokým primárnym zákrytom páru A. Svietivosť tohto systému je 16,42mag. Svetelné krivky páru A a páru B sú vykreslené na Obrázku 3.11. Svetelné krivky boli modelované pomocou modelu oddeleného systému. Perióda páru A je $P_A = 2,68\text{d}$ a získaná perióda páru B je $P_B = 0,82\text{d}$. Zo svetelných kriviek je vidno, že pár A je dominantnejší a má väčšie hĺbky zákrytov než pár B. Pri modelovaní sme zmenili albido sekundára na 0,5 a gravitačne zosvetlenie sekundára na 0,5. Zvyšné parametre boli riešené rovnako ako pri prvom systéme. Pár A ani pár B nevykazujú známky excentrickej dráhy.

Z modelovania páru A vyplýva, že primár je väčší a teplejší než sekundár. Pričom pri páre B je primár a sekundár porovnateľne veľký a teplý. Z modelovania tretieho

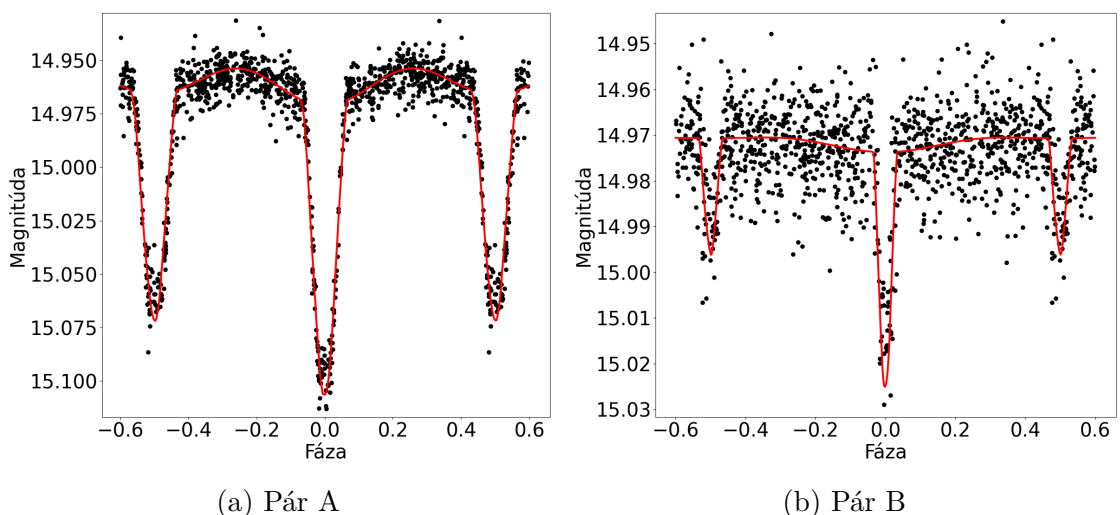


Obr. 3.11: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-3628.

svetla vyplýva, že 75% svetla vidíme z páru A a 14 % z páru B, to môžeme vidieť aj zo svetelných kriviek, že pár A je silnejší.

OGLE SMC-ECL-5925

Na Obrázku 3.12 môžeme vidieť svetelnú krivku páru A a páru B hviezdy OGLE SMC-ECL-5925. Svetivosť tohto systému je 14,97mag čo z tohto systému robí najjasnejší nami analyzovaný systém. Na modelovanie svetelných kriviek bol použitý model oddeleného systému pri oboch pároch. Perióda páru A je $P_A = 2,91d$ a páru B je $P_B = 8,82d$. Pár A má výrazne hlbšie zákryty než pár B. Ani jeden pár nevykazuje známky excentrickej dráhy.



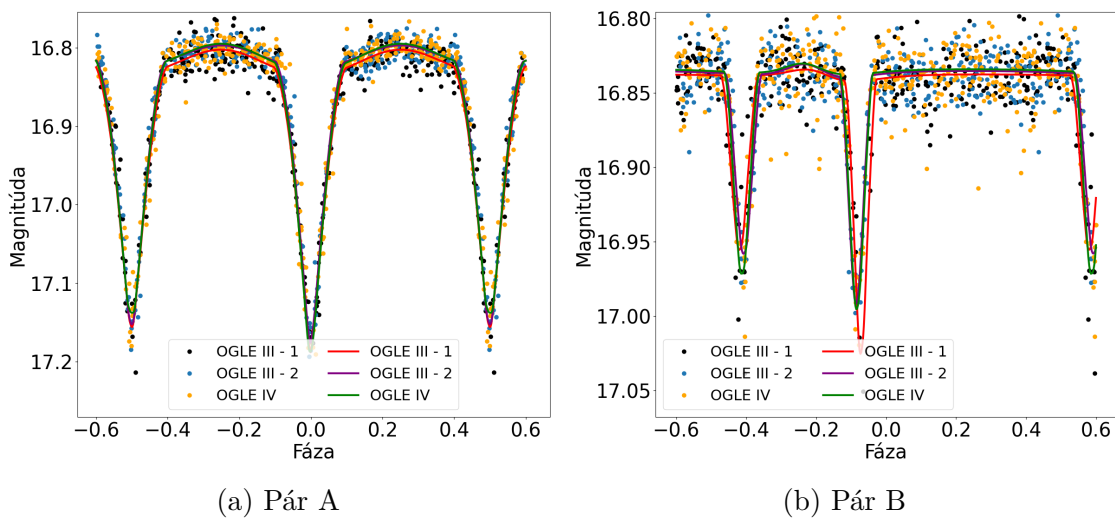
Obr. 3.12: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-5925.

Oba páry majú sklon dráhy približne rovnaký. Keď sa pozrieme na tretie svetlo, tak 73 % svetla k nám preniká z páru A a 45 % z páru B. Čo odpovedá aj svetelným krivkám, že pár A je dominantnejší než pár B.

OGLE SMC-ECL-6093

Svetelnú krivku páru A a páru B hviezd OGLE SMC-ECL-6093 môžeme vidieť na Obrázku 3.13. Systém má 16,85mag. Ako môžeme vidieť na svetelných krivkách, tak sme rozdelili dáta na 3 časové úseky: OGLE III - 1, OGLE III - 2, OGLE IV. OGLE III - 1 a OGLE III - 2 nám dávajú spolu všetky dáta systému z projektu OGLE III. Rozdelili sme to kvôli tomu, že pri vykreslení reziduí sme si všimli, že sa svetelné krivky časom menia a náš model úplne nesedel na dáta.

Pri páre A je perióda $P_A = 0,90d$, ale s tým, že táto perióda sa menila v čase na 5. resp. 6. desatinnom mieste. Túto zmenu sme nemohli zanedbať pri modelovaní. Pár B má periódu $P_B = 2,03d$, v tomto prípade sa s časom perióda výrazne nemenila. Ale pri modelovaní páru B, ktorý je ešte aj excentrický, dochádzalo ku posunu kriviek ako to vidíme aj na obrázku.



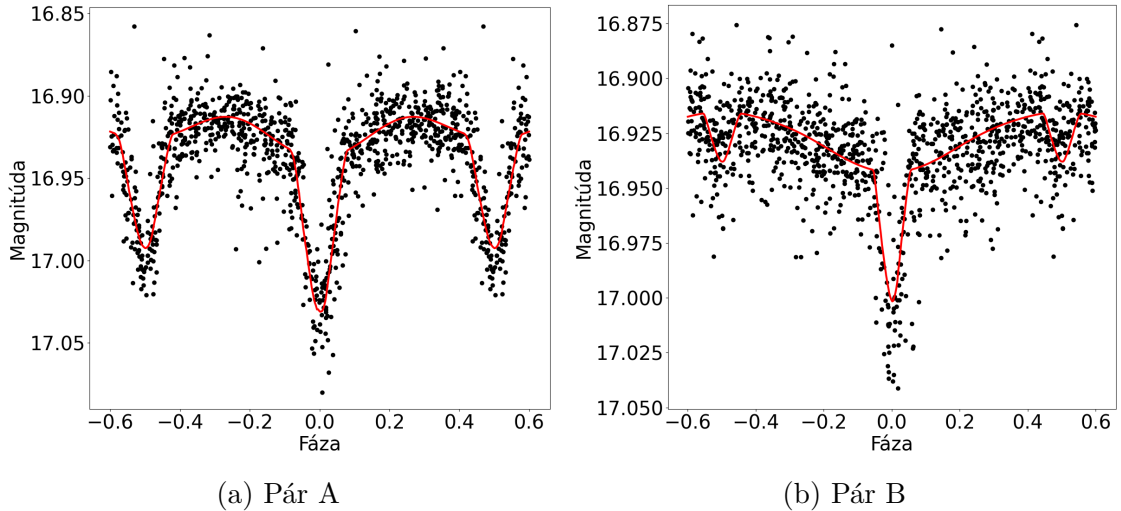
Obr. 3.13: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-6093.

Pár A nevykazoval žiadnu excentrickú dráhu. Pár B má excentricitu $\sim 0,3$ a táto excentricita sa menila na druhom desatinnom mieste s časom. Zo svetelných kriviek vidíme, že pár A je dominantnejší a to odpovedá aj výsledku fitovania tretieho svetla, kde vyšlo, že z páru A prichádza 60 % svetla a z páru B prichádza 40 %.

OGLE SMC-ECL-6121

Poslednou analyzovanou hviezdou je OGLE SMC-ECL-6121. Na Obrázku 3.14 môžeme vidieť svetelnú krivku páru A a páru B. Svietivosť tohto systému je 16,94mag. Svetelné krivky boli znova modelované pomocou modelu oddeleného systému. Perióda páru A je $P_A = 0,82d$ a perióda páru B je $P_B = 1,28d$. Ani jeden z párov nevykazuje excentrickú dráhu. Na páre A vidíme hlbšie zákryty, takže predpokladáme, že viac svetla k nám prichádza od neho.

Po modelovaní tretieho svetla sme zistili, že 67% svetla prichádza z páru A a 56 % z páru B. Tým, že sklon dráhy páru A je 72° a páru B 73° , tak v skutočnosti zákryty páru A a páru B by boli hlbšie, ak by inklinácia bola 90° .



Obr. 3.14: Svetelná krivka OGLE SMC-ECL-6121.

3.2 Dvojjákrytové systémy

Potom čo sme vytvorili modely našich 11 dvojhviezd, páru A a páru B, tak sme sa pozreli na ich O – C diagram. Teda pozerali sme sa na variácie okamžikov primárnych (plné krúžka) a sekundárnych (prázdne krúžka) zákrytov za určitú epochu. O – C diagramy boli vytvárané v spolupráci s vedúcim práce, pretože bol využitý jeho program, ktorý pomocou jednoduchšej metódy AFP - Automatic Fitting Procedure (Zasche a kol., 2014), prejde všetky vstupné dáta, rozdelí ich a s použitím mustru svetelnej krivky z PHOEBE práve odvodí jednotlivé okamžiky miním.

Na Obrázkoch 3.15 až 3.20 sú znázornené O – C diagramy dvojhviezd, u ktorých boli pozorované periodické zmeny. Ale tým, že nemáme príliš dlhé časové obdobia meraní týchto systémov, tak parametre sú len prvotne získané a budeme sa im ešte venovať. Až po dlhších časových obdobiach budeme vedieť presnejšie hodnoty.

V Tabuľke 3.3 sú znázornené vzájomné periódy P_{AB} páru A a páru B, amplitúda páru A A_A a amplitúda páru B A_B z O – C diagramu. Na identifikáciu hviezd (ID) sme znova použili skrátenú formu (posledné štvorčísle z názvu OGLE SMC-ECL-0000).

ID	P_{AB} [d]	P_{AB} [rok]	A_A [d]	A_B [d]
1086	3652,4	10,00	0,0080	0,0103
2339	3304,0	9,05	0,0018	0,0089
2515	3789,4	10,38	0,0047	0,0069
3075	2955,3	8,09	0,0019	0,0037
4756	1571,2	4,30	0,0131	0,0069
6093	5307,4	14,53	0,0148	0,0147

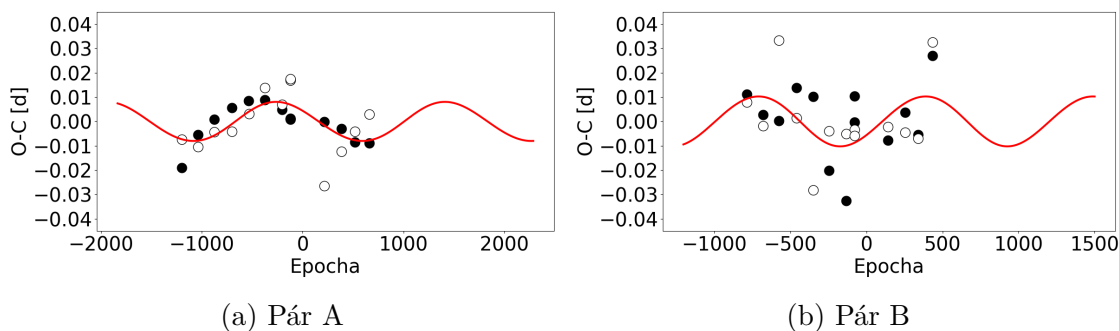
Tabuľka 3.3: Vlastnosti z O – C diagramu.

Na to, aby sme mohli tvrdiť, že daná hviezda je dvojjákrytová potrebujeme, aby v O – C diagrame bol pár A a pár B v protifáze s rovnakou periódou. Pokiaľ sme takúto periódu nenašli, tak to neznamená hneď, že tam nie je. Táto vzájomná perióda môže byť dlhšia než pozorovacia doba hviezd projektom OGLE. Alebo naše dáta nie sú dostatočne presné na pozorovanie tejto zmeny.

Pri fitovaní kriviek v O – C diagramoch bolo vždy niečo zafixované, pretože pokrytie dát nie je najlepšie, takže vo väčšine prípadov sa fixovala perióda. V niektorých prípadoch sa natvrdo nastavila kruhová dráha, pretože inak výsledky divergovali k príliš vysokým excentricitám alebo k veľmi dlhým dráham. Až budeme mať pokryté väčšie časové obdobie, tak sa bude dať lepšie nafitovať krivka a presnejšie určiť vzájomná perióda.

OGLE SMC-ECL-1086

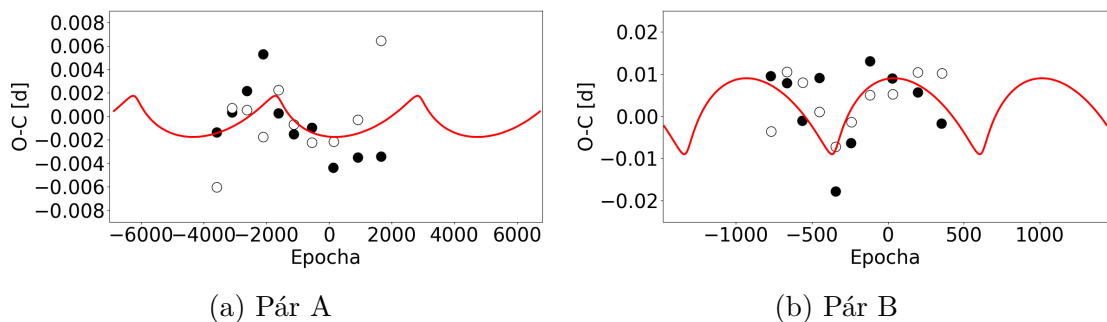
O – C diagramom hviezdy OGLE SMC-ECL-1086, ktorý je vykreslený na Obrázku 3.15, bola získaná vzájomná perióda 10,0 rokov. Vidíme, že pri páre A body padajú pekne na krivku, ale pri páre B je to neisté. Je to pravdepodobne aj kvôli tomu, že pár B má menšiu hĺbku zákrytov. Z týchto grafov nemôžeme určite tvrdiť, že je to dvojzákrytový systém, ale je to veľmi pravdepodobné. Pretože sme získali rovnakú periódu pre pár A a pár B, ale v protifáze. No potrebujeme mať viac dát, aby sme mali potvrdenú vzájomnú periódu cez dlhšiu epochu a vylepšený pár B.



Obr. 3.15: O–C diagram OGLE SMC-ECL-1086.

OGLE SMC-ECL-2339

Na Obrázku 3.16 je znázornený O – C diagram hviezdy OGLE SMC-ECL-2339. Vzájomná perióda je 9,1 roka. Pár A aj pár B majú rovnakú periódu a zároveň sú v protifáze. To je znak toho, že by to mal byť dvojzákrytový systém. Ale na to, aby sme to s istotou potvrdili, tak potrebujeme mať dátami pokrytú dlhšiu epochu alebo dáta s lepším rozptylom.

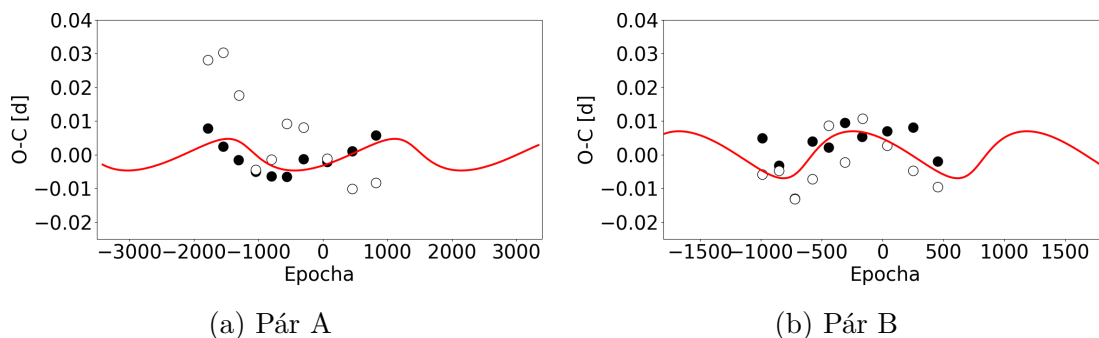


Obr. 3.16: O–C diagram OGLE SMC-ECL-2339.

Tento systém má 18mag mimo zákryt, takže je slabší, aj preto dáta majú väčší rozptyl od krivky a nie je isté či naozaj amplitúda páru A je menšia ako amplitúda páru B. Z analýzy tretieho svetla nám vyplynulo, že by malo k nám prenikať viac svetla z páru B, takže by sme mali vidieť menšiu amplitúdu pri páre B čo nevidíme. Preto by bolo vhodné spraviť viac pozorovaní na tejto hviezde, aby sme zistili ako to naozaj je.

OGLE SMC-ECL-2515

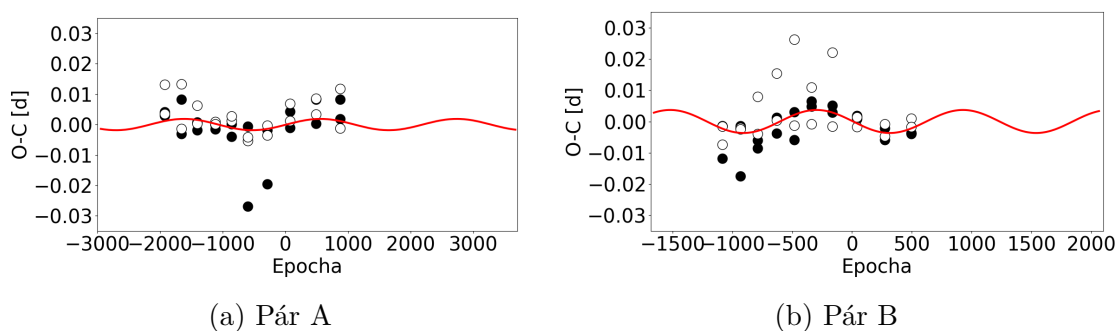
Ďalším analyzovaným systémom OGLE SMC-ECL-2515, ktorý má O – C diagram znázornený na Obrázku 3.17. Získali sme vzájomnú periódu 10,4 roka. Na grafe môžeme vidieť, že dáta z primára páru A ležia na krivke, ale dáta zo sekundára páru A majú väčší rozptyl. Je to spôsobené tým, že hĺbka zákrytu sekundára je malá (nie väčšia ako rozptyl dát) ako to môžeme vidieť na Obrázku 3.8. Pri páre B vidíme tiež odchýlky od krivky, ale menšie než pri sekundári páru A. Tieto odchýlky sú pravdepodobne spôsobené malou hĺbkou zákrytov a väčším rozptylom. Ale znova sú tieto krivky páru A a páru B v protifáze s rovnakou periódou. Takže pri získaní väčšieho množstva dát budeme môcť s istotou povedať, že je to dvojzákrytový systém.



Obr. 3.17: O–C diagram OGLE SMC-ECL-2515.

OGLE SMC-ECL-3075

OGLE SMC-ECL-3075 je jeden zo slabších systémov, 17,9mag, má na Obrázku 3.18 znázornený O – C diagram.



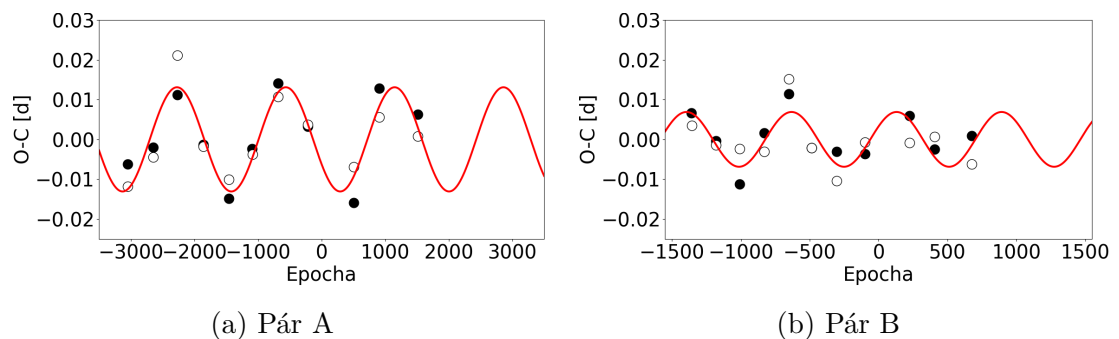
Obr. 3.18: O–C diagram OGLE SMC-ECL-3075.

Vzájomná perióda bola zistená ako 8,1 roka. Tým, že je to slabšia hviezda a jej hĺbky zákrytov pri sekundároch sú skoro rovnaké ako rozptyl dát a primári majú

hlbku zákrytu o niečo väčšiu ako rozptyl, ale nie o veľa (viď Obr. 3.10). Preto v O – C diagrame sú väčšinou dáta sekundárov vzdialenejšie od krivky. Ale aj v tomto prípade vidíme periodické krivky v protifáze.

OGLE SMC-ECL-4756

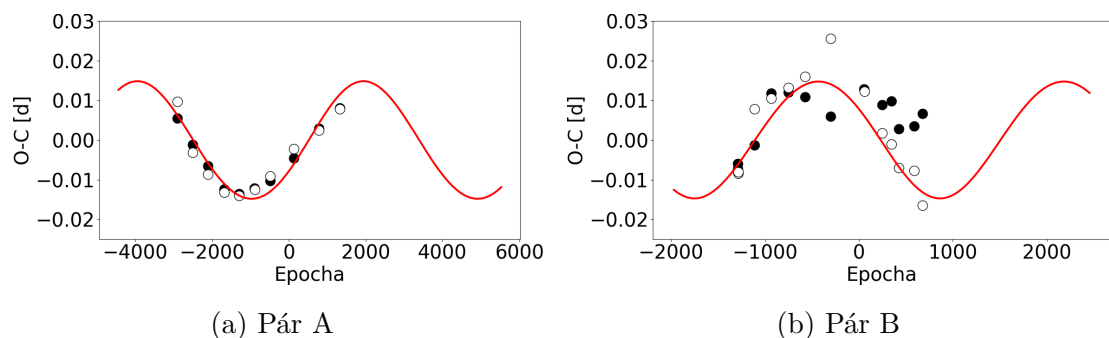
Najlepší nami získaný O – C diagram je pre systém OGLE SMC-ECL-4756 a je znázornený na Obrázku 3.19. Tento systém má vzájomnú periódu 4,3 roka. Keďže je táto perióda taká krátka, tak sme schopný vidieť dlhšiu epochu, čím vieme s väčšou istotou povedať, že táto perióda je správna, a teda, že je tento systém dvojzákrytový. Vidíme aj to, že krivky páru A a páru B sú v protifáze. Pár B má rozptýlenejšie dáta od krivky. To je spôsobené tým, že hĺbka zákrytov páru B je omnoho menšia ako páru A. Ale zároveň je táto hviezda pomerne jasná (15,5 mag), takže sme mohli získať v celku presnú vzájomnú periódu.



Obr. 3.19: O–C diagram OGLE SMC-ECL-4756.

OGLE SMC-ECL-6093

Na Obrázku 3.20 je znázornený posledný O – C diagram pre hviezdu OGLE SMC-ECL-6093. Vzájomná perióda bola získaná ako 14,5 roka, takže je dlhšia ako naše pozorované dáta.



Obr. 3.20: O–C diagram OGLE SMC-ECL-6093.

Táto hviezda má jasnosť 17 mag, ale má hlboké zákryty, takže sme ju v celku presne dokázali namodelovať. Pár B je excentrický a hĺbky zákrytov sú menšie než pri páre A, takže aj rozptyl dát v O – C diagrame pri páre B je väčší. Ale aj tak sme získali periodické krivky v protifáze. Pri získaní dát z dlhšej epochy budeme môcť

potvrdiť či táto perióda je naozaj správna. Ale už teraz môžeme povedať, že sa tieto dvojhviezdy navzájom ovplyvňujú, a teda sú to dvojjákrytové systémy.

Diskusia

Pre výber vhodných systémov na analýzu z dát z projektu OGLE z Malého Magellanovho mračna sme zvolili vlastný program. Nie sú známe metódy ako by sme mali postupovať pri tomto výbere vhodných systémov. Preto sme sa zamerali na to čo vieme a vidíme z vykreslenia svetelných kriviek.

Keď sa pozrieme na už známou dvojjákrytovú dvojhviezdu, tak oproti obvyčajnej dvojhviezde má väčší rozptyl dát a keďže druhý pár je tiež zákrytová dvojhviezda, tak nás zaujímajú iba stemňovania sústavy. Tieto poznatky sme využili pri tvorbe programu. Ako pri každom prvotnom modeli sme aj tu získali false positive výsledky. Možno tam budú aj nejaké false negative, ale o tých nevieme nič. Všimli sme si, že pri false positive výsledkoch sa opakovalo niekoľko typov hviezd. Najviac opakovaných false positive hviezd boli hviezdy, ktoré majú krátku dobu mimo zákryty, a teda náš program nesprávne zachytil štandardnú odchýlku mimo zákryt, a teda táto štandardná odchýlka bola väčšia než by mala v skutočnosti byť. Ďalším typom boli hviezdy, u ktorých dochádzalo ku zjasňovaniu resp. stemňovaniu v čase, ale nemalo to nič dočinenia so zákrytmi. Potom sme zistili, že je problém aj pri hviezdach, ktoré mali porovnateľnú hĺbku zákrytu s rozptylom dát. Tento prípad bol zvyčajne pri slabších hviezdach, aj preto sme zvolili hranicu 18,5 mag a slabšie hviezdy sme už nebrali do úvahy. Posledným, ale menej častým problémom bola zle nájdená perióda v projekte OGLE.

Na to, aby sme sa vyvarovali týmto false positive výsledkom by bolo najlepšie, aby sme rovno získali model hviezd, resp. nafitovanú svetelnú krivku a z toho reziduá. Ale na to by sme potrebovali dlhší výpočetný čas a komplikovanejší program. Na modelovanie by nám mohla poslúžiť aj novšia verzia PHOEBE, ktorá je napísaná v jazyku python, v ktorom sme písali aj náš program. Túto problematiku by sme chceli v budúcnosti vyriešiť a rozšíriť náš program tak, aby sa dal použiť aj na iné projekty.

Po získaní vhodných systémov sme sa pustili do ich ďalšej analýzy. Pri modelovaní vo PHOEBE sme v niektorých prípadoch prišli na to, že väčší rozptyl dát je spôsobený zlým napasovaním projektov OGLE III a OGLE IV na seba, aj keď sme mali rozdiel magnitúd medzi OGLE III a OGLE IV ako voľný parameter.

Pri modelovaní systémov sme museli niektoré parametre zafixovať, aby nám vychádzali reálne riešenia. Na začiatku sme museli zafixovať periódu, potom albedo, koeficient gravitačného zjasňovania a parameter synchronizovania, tieto 3 parametre boli zafixované na 1. Ďalej sme zvolili teplotu primára na 20 000 K. Tým, že nemáme spektroskopické merania, tak sme si povedali, že Malé Magellanovo mračno je vzdialené 69 kpc od nás, a teda na to, aby z tejho vzdialenosti ku nám dorazilo svetlo, tak tieto hviezdy musia byť horúce, napr. typu B. Vieme, že reálne tieto hviezdy budú mať inú teplotu, ale na to, aby sme zistili periódu druhého páru a z O – C diagramu vzájomnú periódu dvojhviezd, nebude mať tento zafixovaný parameter dopad. Kde sme mohli, tam sme nechali excentricitu, a teda aj argument pericentra na 0, pretože pri fitovaní týchto parametrov sa komplikuje počítanie zvyšných parametrov.

Po získaní modelu svetelnej krivky páru A sme z jej reziduí v čase hľadali periódu páru B. Vo viacerých prípadoch sme takúto periódu nenašli. Môže to byť kvôli tomu, že variácie boli spôsobené iným javom než zákrytom napr. pulzáciami alebo inými

fyzikálnymi zmenami, alebo ten rozptyl, ktorý sme v dátach videli bol spôsobený čisto chybou merania, ale väčšou než udáva OGLE. Pri určovaní periódy B sme využili pythonovskú knižnicu Py-PDM. V tomto prípade sme si nemohli zobrať hneď prvú periódu, ktorú sme týmto spôsobom získali. Je to kvôli tomu, že jednak nám to niekedy dalo aj z reziduí periódu páru A, ale vo viacerých prípadoch sme získali nejaký násobok periódy páru B. Preto sme sa museli pozrieť na vykreslenú svetelnú krivku s touto periódou a či tam vidíme dobre oba zákryty. To môže byť ďalší dôvod toho, prečo v niektorých systémoch sme nenašli takúto periódu. Pretože sme využívali ľudské oko a to nie vždy vidí to čo program.

Následne sme si namodelovali aj pár B. Svetelné krivky hviezd u ktorých sme našli pár B sú vykreslené na Obrázkoch 3.2 - 3.14 a ich získané parametre sú v Tabuľkách 3.1 a 3.2. Chyby parametrov sme vypočítali podľa toho ako sa menilo riešenie pri zmene tretieho svetla o 1% cost function. Zistili sme, že tretie svetlo sme získali vo väčšine prípadov s chybou až $\sim 10\%$. A tak ako sme menili tretie svetlo, tak sa menili aj zvyšné parametre. Chyby, ktoré nám vygenerovalo PHOEBE boli vo väčšine prípadov o dosť menšie ako naše vypočítané chyby.

Vieme, že tretie svetlo nám udáva koľko percent svetla prichádza od jedného páru a koľko od druhého. Preto by sme predpokladali, že dokopy by nám malo dávať 100%. Ale po väčšine, po sčítaní tretích svetiel, sme získali niečo väčšie ako 100%. Je to spôsobené tým, že ako k nám putuje svetlo, tak do vstupnej apertúry na CCD čipe môže tiež zasvietiť aj iná hviezda, ktorá je zhodou okolností blízko našej pozorovanej dvojzákrytovej hviezdy, ale nemá s ňou nič spoločného. Väčšie hodnoty než 100% sú normálne, skôr by nastal problém pokiaľ by u nejakého systému vyšla hodnota výrazne menšia ako 100%.

Ďalšou zaujímavosťou je to, že sme získali z 11 hviezd 3 také čo majú blízky pomer rezonančných periód 3:2, to môžeme vidieť na Obrázku 3.1. Aj o tom sa zaoberá článok Zasche a kol. (2019), a teda že dáta systémov 2+2 naznačujú možnosť rezonančných konfigurácii ako 1:1 alebo 3:2. A práve na to, aby sa to potvrdilo, je potrebné mať viac overených dát takýchto systémov.

Po získaní modelov a ich parametrov sme chceli zistiť či naši kandidáti na dvojzákrytové systémy sú naozaj dvojzákrytové systémy. Na to slúži O – C diagram. Pri analýze O – C diagramu sme získali aj presnejšie periódu páru A a páru B. Z O – C diagramu vieme zistiť vzájomný pohyb páru A a páru B vďaka detekcii periódy zmien a amplitúdy zmien v O – C diagrame. Tieto informácie sme zistili pri 6 hviezdach (viď Tabuľka 3.3). Vidíme, že väčšinou vychádzajú periódy porovnateľne dlhé ako časová škála pozorovaných dát. Dlhšie periódy neboli zaznamenané kvôli tomu, že máme nedostatok dát na dlhšom časovom intervale a kratšie periódy neboli zistené, pretože majú príliš malú amplitúdu a naša metóda nie je až taká presná pre určenie okamžikov minim s ďaleko vyššou presnosťou.

To, že sme pri 5 hviezdach nenašli vzájomnú periódu hneď neznamená, že tam nie je, je možné, že je omnoho dlhšia než naše pozorovania, a teda sa za tých 10 rokov neprejavila veľká zmena.

Amplitúdy v O – C diagramoch nám hovoria, že pokiaľ má pár menšiu amplitúdu než ten druhý, tak je bližšie ku ťažisku, a teda má väčšiu hmotnosť. Tento fakt väčšinou odpovedal našemu výsledku modelovania vo PHOEBE, určení pomeru oboch tretích svetiel. Ale naše dáta nie sú dostatočne dlhé na to, aby sme s istotou mohli povedať, že parametre, ktoré sme dostali z O – C diagramu sú presné. Sú to len prvotné výsledky, ktoré je potrebné vylepšiť tým, že sa pokúsime získať viacročné

merania daných hviezd. Je možné sa pozrieť do projektu OGLE II, či neboli vtedy merané, alebo aj do iných katalógov. Ale tým, že sme si natipovali hviezdy, tak sa na nich môžeme zamerať a objekty budú môcť byť zaradené do pozorovacieho programu pre ďalekohľad DK154 na dlhšiu sezónu.

Najlepší O – C diagram sme získali z hviezdy OGLE SMC-ECL-4756. Je to z toho dôvodu, že má periódu len 4,3 roka, a teda sme dokázali získať viac periód za pozorovanú epochu. Pri páre B tejto hviezdy dochádza ku väčším rozptylom dát od krivky, a teda nie je úplne isté či je tá amplitúda správna. Tak by bolo dobré mať nejaký pozorovací čas pre túto hviezdu na ďalekohľade.

Hviezda OGLE SMC-ECL-6093 vyzerá byť nádejná, ale keďže nemáme ani jednu periódu tak by bolo vhodné túto hviezdu pozorovať. V týchto rokoch by sa mala dostať na maximum amplitúdy v O – C diagrame a keby sme získali toto maximum, tak by sme vedeli lepšie určiť amplitúdu a periódu.

Ďalej by sme sa mohli pokúsiť získať viac dát pre systém OGLE SMC-ECL-1086 a OGLE SMC-ECL-2515, aby sme zistili ako sa bude ďalej vyvíjať a ak by sme mali dáta z lepších ďalekohľadov, tak nie len krivky v O – C diagrame by mohli byť lepšie, ale aj svetelné krivky by sme mohli získať s väčšou presnosťou.

Systémy OGLE SMC-ECL-2339 a OGLE-SMC-ECL-3075 sú slabšie systémy, u ktorých je síce viditeľná zmena periódy a aj krivky sú v protifáze, ale tým že sú tieto systémy slabšie, tak by bolo vhodné sa na nich zamerať a získať lepšie dáta tým, že sa zlepší kadencia merania týchto systémov.

Spektroskopické merania existujú pri systémoch OGLE SMC-ECL-1086 (Evans a kol., 2004) a OGLE SMC-ECL-6093 (Ramachandran a kol., 2019), kde bola získaná teplota približne 23 000 K čo zhruba odpovedá nášmu predpokladu. Pre tieto merania nie je spravená detailná analýza. Je u nich získaný hlavne odhad spektrálneho typu. Sú to slabšie hviezdy na spektrálnu analýzu. Tým, že majú krátku periódu, tak by sme potrebovali na ich pozorovanie buď nastaviť dlhšiu expozičnú dobu, alebo ich skúmať pomocou väčšieho ďalekohľadu. Mohli by sme sa pokúsiť spraviť spektroskopické meranie aj pre systém OGLE SMC-ECL-4756, aby sme aj u neho vedeli spektrálny typ. Možno by malo potom zmysel znova namodelovať tieto hviezdy aj s lepšie odhadnutou teplotou.

Záver

V tejto práci sme vytvorili poloautomatický program na výber podozrivých objektov na viacnásobné systémy. Náš program vybral zo 6138 zákrytových dvojhviezd z OGLE III a zo 7938 zákrytových dvojhviezd z OGLE IV 74 vhodných systémov medzi ktorými bolo 13 kandidátov na dvojjákrytové systémy z článku Pawlak a kol. (2013), ktorých sme ďalej neanalyzovali. V článku Pawlak a kol. (2013) sa nachádza 15 kandidátov, ale 2 z nich neboli detekovaní v OGLE III a zároveň v OGLE IV, takže náš program ich nezaznamenal.

Ďalšou analýzou sme získali 11 nových kandidátov na dvojjákrytové systémy, ktorí ešte neboli publikovaní. Títo kandidáti prispievajú ku štatistikám o štvorhviezdach. Nájdenie dvojjákrytových systémov nie je triviálne, keďže na nich pripadá len približne 0,3% zo všetkých detekovaných dvojhviezd v SMC. V LMC vychádza pomer známych kandidátov na dvojjákrytové systémy ku všetkým detekovaným dvojhviezdami v LMC tiež približne na 0,3 % (Zasche a kol., 2019).

Analýzou našich kandidátov sme získali periódu páru B, zistili sme či je detekovaná excentrická dráha a získali sme parametre o daných hviezdach (sklon dráhy, pomer teplôt, pomer polomerov, pomer luminozít a tretie svetlo). Tretie svetlo zohrávalo rolu aj v určení chýb, keďže s posunom cost function len o 1% sa tretie svetlo posunulo zhruba o 10%. Všetky parametre o hviezdach uvádzame v Tabuľkách 3.1 a 3.2.

Ďalej sme sa pozreli na O – C diagram týchto hviezd a u 6 z nich (55%) sme dokázali získať vzájomnú periódu a amplitúdu oboch párov. Ale tým, že časové obdobie našich dát je zhruba len 10 rokov, tak pri väčšine z týchto hviezd je to krátka doba na to, aby sme určili presne túto periódu, a tak sú tieto získané parametre zatiaľ len prvotné a musíme dané hviezdy ešte pozorovať. Získané parametre sú v Tabuľke 3.3.

Zoznam použitej literatúry

- ALLEN, C. ; POVEDA, A. . H.-A. A. (2006). Runaway stars, trapezia, and subtrapezia. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, **25**, 13–15.
- BORKOVITS, T. (2022). Eclipsing binaries in dynamically interacting close, multiple systems. *Galaxies*, **10**(1), 9. doi: 10.3390/galaxies10010009.
- BRUNIER, S. (2009). Magellanic clouds — irregular dwarf galaxies. <https://www.eso.org/public/images/b01/>. Online 27.4.2022.
- EVANS, C. J., HOWARTH, I. D., IRWIN, M. J., BURNLEY, A. W. a HARRIES, T. J. (2004). A 2df survey of the small magellanic cloud. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **353**(2), 601–623. doi: 10.48550/ARXIV.ASTRO-PH/0406409.
- FANG, X., THOMPSON, T. A. a HIRATA, C. M. (2018). Dynamics of quadruple systems composed of two binaries: Stars, white dwarfs, and implications for ia supernovae. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **476**(3), 4234–4262. doi: 10.1093/mnras/sty472.
- GOODWIN, S. a KROUPA, P. (2005). Limits on the primordial stellar multiplicity. *Astronomy and Astrophysics*, **439**(2), 565–569. doi: 10.1051/0004-6361:20052654.
- GUINAN, E. a ENGLE, S. (2006). The brave new world of binary star studies. *Astrophysics and Space Science*, **304**(1-4), 5–11. doi: 10.1007/s10509-006-9069-0.
- HARMANEC, P., MAYER, P. a ZASCHE, P. (2021). Dvojhvězdy. *Astronomický ústav Univerzity Karlovy*.
- HILDITCH, R. W. (2001). *An introduction to close binary stars*. Cambridge University Press. ISBN 978-0521798006. URL https://www.ebook.de/de/product/5823902/r_w_hilditch_an_introduction_to_close_binary_stars.html.
- KALLRATH, J. a MILONE, E. (2009). Eclipsing binary stars: Modeling and analysis.
- KIRK, B., CONROY, K., PRŠA, A., ABDUL-MASIH, M., KOCHOSKA, A., MATIJEVIČ, G., HAMBLETON, K., BARCLAY, T., BLOEMEN, S., BOYAJIAN, T., DOYLE, L., FULTON, B., HOEKSTRA, A., JEK, K., KANE, S., KOSTOV, V., LATHAM, D., MAZEH, T., OROSZ, J., PEPPER, J., QUARLES, B., RAGOZZINE, D., SHPORER, A., SOUTHWORTH, J., STASSUN, K., THOMPSON, S., WELSH, W., AGOL, E., DEREKAS, A., DEVOR, J., FISCHER, D., GREEN, G., GROPP, J., JACOBS, T., JOHNSTON, C., LACOURSE, D., SAETRE, K., SCHWENGLER, H., TOCZYSKI, J., WERNER, G., GARRETT, M., GORE, J., MARTINEZ, A., SPITZER, I., STEVICK, J., THOMADIS, P., VRIJMOET, E., YENAWINE, M., BATALHA, N. a BORUCKI, W. (2016). Keplereclipsing binary stars. vii. the catalog of eclipsing binaries found in the entirekeplerdata set. *The Astronomical Journal*, **151**(3), 68. doi: 10.3847/0004-6256/151/3/68.
- KOPAL, Z. (1955). The classification of close binary systems. *Annales d'Astrophysique*, **18**(6), 379.

- LEE, C.-U., KIM, S.-L., LEE, J., KIM, C.-H., JEON, Y.-B., KIM, H.-I., YOON, J.-N. a HUMPHREY, A. (2008). V994 herculis: the multiple system with a quadruple-lined spectrum and a double eclipsing feature. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **389**(4), 1630–1636. doi: 10.1111/j.1365-2966.2008.13708.x.
- LUCY, L. B. (1968). The structure of contact binaries. *The Astrophysical Journal*, **151**, 1123. doi: 10.1086/149510.
- MARDLING, R. a AARSETH, S. (2001). Tidal interactions in star cluster simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **321**(3), 398–420. doi: 10.1046/j.1365-8711.2001.03974.x.
- OGLE. The optical gravitational lensing experiment. <http://ogle.astrouw.edu.pl/>. Online 27.4.2022.
- PAWLAK, M., GRACZYK, D., SOSZYNSKI, I., PIETRUKOWICZ, P., POLESKI, R., UDALSKI, A., SZYMANSKI, M. K., KUBIAK, M., PIETRZYNSKI, G., WYRZYKOWSKI, L., ULACZYK, K., KOZŁOWSKI, S. a SKOWRON, J. (2013). Eclipsing binary stars in the ogle-iii fields of the small magellanic cloud. *ACTA ASTRONOMICA*, **63**, 323–338. doi: 10.48550/ARXIV.1310.3272.
- PAWLAK, M., SOSZYŃSKI, I., UDALSKI, A., SZYMAŃSKI, M. K., WYRZYKOWSKI, L., ULACZYK, K., POLESKI, R., PIETRUKOWICZ, P., KOZŁOWSKI, S., SKOWRON, D. M., SKOWRON, J., MRÓZ, P. a HAMANOWICZ, A. (2016). The ogle collection of variable stars. eclipsing binaries in the magellanic system. *Acta Astronomica*, **66**. doi: 10.48550/ARXIV.1612.06394.
- PRŠA, A. a ZWITTER, T. (2005). A computational guide to physics of eclipsing binaries. i. demonstrations and perspectives. *The Astrophysical Journal*, **628**(1), 426–438. doi: 10.1086/430591.
- RAMACHANDRAN, V., HAMANN, W. R., OSKINOVA, L. M., GALLAGHER, J. S., HAINICH, R., SHENAR, T., SANDER, A. A. C., TODT, H. a FULMER, L. (2019). Testing massive star evolution, star-formation history and feedback at low metallicity : Spectroscopic analysis of ob stars in the smc wing. *Astronomy and Astrophysics*, **625**, A104. doi: 10.48550/ARXIV.1903.01762.
- STELLINGWERF, R. (1978). Period determination using phase dispersion minimization. *The Astrophysical Journal*, **224**, 953. doi: 10.1086/156444.
- TOKOVININ, A. (1997). Msc - a catalogue of physical multiple stars. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, **124**(1), 75–84. doi: 10.1051/aas:1997181.
- TOKOVININ, A. (2007). Massive stars in interactive binaries. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, **367**, 615.
- TOKOVININ, A. (2018). The updated multiple star catalog. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **235**(1), 6. doi: 10.3847/1538-4365/aaa1a5.
- UDALSKI, A., SZYMANSKI, M. K., SOSZYNSKI, I. a R., P. (2008). The optical gravitational lensing experiment. final reductions of the ogle-iii data. *Acta Astronomica*, **58**(2), 69–87. doi: 10.48550/ARXIV.0807.3884.

- UDALSKI, A., SZYMAŃSKI, M. K. a SZYMAŃSKI, G. (2015). Ogle-iv: Fourth phase of the optical gravitational lensing experiment. *Acta Astronomica*, **65**, 1–38. doi: 10.48550/ARXIV.1504.05966.
- VAN HAMME, W. (1993). New limb-darkening coefficients for modeling binary star light curves. *The Astronomical Journal*, **106**, 2096. doi: 10.1086/116788.
- VANÝSEK, V. (1980). *Základy astronomie a astrofyziky*. Prvé vydanie. Academia, Praha.
- WILSON, R. E. a DEVINNEY, E. J. (1971). Realization of accurate close-binary light curves: Application to MR cygni. *The Astrophysical Journal*, **166**, 605. doi: 10.1086/150986.
- WOLF, M. (2015). Magellanova mračna. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, **60**(2), 105–112.
- ZASCHE, P. (2016). Phoebe – step by step manual. *OPEN EUROPEAN JOURNAL ON VARIABLE STARS*, pages 10–17. ISSN 1801-5964.
- ZASCHE, P. a UHLAŘ, R. (2016). Updated study of the quintuple system v994 herculis. *Astronomy and Astrophysics*, **588**, A121. doi: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628153>.
- ZASCHE, P., WOLF, M., VRAŠTIL, J., LIŠKA, J., SKARKA, M. a ZEJDA, M. (2014). Apsidal motion and a light curve solution for eighteen SMC eccentric eclipsing binaries. *Astronomy and Astrophysics*, **572**, A71. doi: 10.1051/0004-6361/201424273.
- ZASCHE, P., VOKROUHLICKÝ, D., WOLF, M., KUČÁKOVÁ, H., KÁRA, J., UHLAŘ, R., MAŠEK, M., HENZL, Z. a CAGAŠ, P. (2019). Doubly eclipsing systems. *Astronomy and Astrophysics*, **630**, A128. doi: 10.1051/0004-6361/201936328.