

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Časová reverzibilita náhodného procesu

Autor: Ondřej Paclík

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce se zabývá časově reverzibilními Markovovými řetězci s diskrétním časem a jejich vlastnostmi. Hlavním cílem práce bylo sepsat potřebnou látku a následně vyřešit cvičení z kapitoly 6.5 z knihy [1]. V první kapitole práce jsou proto zopakovány základní pojmy z kurzu Náhodné procesy 1, v kapitole 2 autor zavádí samotný pojem časové reverzibility. Kapitoly 3 a 4 pak obsahují řešené příklady a různá tvrzení o reverzibilních procesech.

HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma práce je vhodné pro bakalářskou práci a bylo podle mého názoru zpracováno kvalitně a v souladu se zadáním.

Vlastní příspěvek. Za vlastní příspěvek autora lze považovat řešení příkladů a důkazy tvrzení v kapitolách 2–4. Tato tvrzení autor formuloval na základě cvičení z kapitoly 6.5 z knihy [1]. Dále pak doplnil ještě vlastní ilustrativní příklady a porovnání různých postupů výpočtu.

Matematická úroveň. Matematický text je formulován rigorózně. Na řešených příkladech a tvrzeních autor prokázal pochopení dané látky a schopnost samostatně formulovat matematický text. Jednotlivé kroky řešení či důkazů jsou vysvětleny většinou velmi podrobně.

Práce se zdroji. Využité zdroje jsou vždy řádně citovány.

Formální úprava práce je velmi dobrá. Jako drobnou výtku bych zde uvedla, že autor se rozhodl jednotlivé příklady ve své práci nečíslovat, ale na řadě míst se na ně vzájemně odkazuje, což je pak pro čtenáře poněkud nepřehledné. Práce také obsahuje několik velmi hezkých ilustrativních obrázků, na které se bohužel autor v textu nijak neodkazuje a není konzistentní v tom, zda píše nebo nepíše tečku na konci popisku.

Práci považuji za kvalitní a pečlivě zpracovanou. Připomínky níže se vesměs vztahují jen k drobným nedostatkům a přepisům v matematickém textu.

PŘIPOMÍNKY A DOTAZY:

1. Jaký by byl závěr v příkladu na str. 24–25 pro $\lambda > \mu$ pouze na základě věty 9 (tj. bez další znalosti klasifikace stavů pro tento případ)?
2. Str. 25, poslední řádek: V rovnosti nesedí meze. Odvozený tvar π_0 (str. 25, ř.4) pak pro speciální volbu $\lambda_j \equiv \lambda$ a $\mu_j \equiv \mu$ nedával totéž jako příklad ze str. 24.
3. V části 3.3 je řada kroků vysvětlena až do zbytečných detailů, mě ale naopak trochu chybí vysvětlení, proč lze X_{t+1} vyjádřit předpisem na str. 26. Zároveň formulace „uvažujme následující náhodné veličiny X_{t+1} “ zde není zcela vhodná, protože X_t už bylo slovně zavedeno. Také si myslím, že by více komentáře zasloužila rovnost na 3. řádku na str. 28. Dále se na str. 28 uvádí, že autor jde dokazovat, že $E(X_n - m/2) \rightarrow 0$ pro $n \rightarrow \infty$, následně ale vidíme, že tento vztah pro $m = 1$ neplatí. Bylo by tedy vhodnější tvrzení formulovat s podmínkou $m > 1$.

4. V důkazu na str. 34 (3. odstavec) je uvedeno, že $p_{ii}^{(2)} = p_{ij}p_{ji}$. Není spíše $p_{ii}^{(2)} = \sum_{k \in S} p_{ik}p_{ki}$? Změnilo by to nějak argumentaci?
5. Ve větách 17 a 20 autor předpokládá symetrickou \mathbf{P} , což asi nebyl záměr, protože tvrzení dokazuje pro obecnou \mathbf{P} .
6. Drobné chyby a překlepy v matematickém textu:
 - Na str. 33 v 1. a 4. řádku jsou chyby v indexech. Dále pak označení indexů k, l jako „jevy“ považuji za poněkud nešťastné.
 - Na str. 40 (řádek 9) se (4.13) se dosazuje do (4.11), nikoliv (4.12). V následující rovnosti pak vypadlo p_{23} za závorkou.
 - Str. 43, 3. řádek: chybí exponent -1 u $(\alpha + \beta)$.
 - Str. 51, 10. řádek: $q_{ij} = \beta p_{ij}$.
7. Formální a formulační nedostatky:
 - Str.7: Česky správně je Chapmanova-Kolmogorovova nerovnost.
 - Str. 24: Není mi úplně jasné, co chtěl autor sdělit větou za (3.11). Dále pak asi půjde o geometrickou posloupnost, ne řadu.
 - Na str. 36, 2. řádek: zjevně chybí část věty.
 - Výraz „normalita pravděpodobnostního rozdělení“ v poznámce pod čarou 2 na str. 36 evokuje něco zcela jiného, než má asi autor na mysli.

ZÁVĚR

Předloženou práci doporučuji uznat jako bakalářskou.

RNDr. Šárka Hudecová, Ph.D.
 KPMS MFF UK
 V Praze dne 17. srpna 2022

Reference

- [1] Grimmett, G.R. a Stirzaker, D.R. (2001): One thousand exercises in probability. Třetí vydání. Oxford University Press.