



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

David Fiala

Stejnoseměrné elektromotory ve výuce fyziky

Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Peter Žilavý, Ph.D.

Studijní program: Fyzika se zaměřením na vzdělávání

Studijní obor: FMUP

Praha 2022

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne

Podpis autora

Poděkování.

Název práce: Stejnoseměrné elektromotory ve výuce fyziky

Autor: David Fiala

Katedra: Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Peter Žilavý, Ph.D., Katedra didaktiky fyziky

Abstrakt: Předkládaná práce se zabývá stejnosměrnými elektromotory ve výuce fyziky. Její první část obsahuje teoretický základ, následuje přehled studijních materiálů, učebnic fyziky a výběr z odborné literatury, ve kterých je toto téma obsaženo. Praktická část se skládá ze čtyř sekcí. V první se věnuje jednoduchým elektromotorům, které jsou snadno uplatnitelné v hodinách fyziky jak na základních tak na středních školách. Druhá část porovnává dvě stavebnice komutátorového elektromotoru. Ve třetí části je představen vytvořený applet, který ilustruje princip činnosti stejnosměrného elektromotoru s kotvou tvořenou třemi cívkami. V závěru praktické části je popsáno a zpracováno školní měření na elektromotoru sestaveném z jedné z porovnávaných stavebnic.

Klíčová slova: stejnosměrný elektromotor, komutátorový elektromotor, komutátor, výuka fyziky

Title: DC electric motors in physics education

Author: David Fiala

Department: Department of Physics Education

Supervisor: RNDr. Peter Žilavý, Ph.D.,

Abstract: The presented work deals with DC electric motors in physics teaching. Its first part contains a theoretical basis, followed by an overview of study materials, physics textbooks and selection from professional literature in which this topic is included. The practical part consists of four sections. The first deals with simple electric motors that are easy to apply in physics classes at both primary and secondary schools. The second part compares two commutator electric motor kits. The third part presents an applet that illustrates the principle of operation of a DC electric motor with an armature consisting of three coils. At the end of the practical part, the school measurement on an electric motor assembled from one of the compared kits is described and processed.

Keywords: DC electric motors, brushed DC motor, commutator, physics teaching

Obsah

Úvod	2
1 Teoretická část	4
1.1 Základní pojmy	4
1.2 Základní princip elektromotorů	6
1.3 Dělení stejnosměrných elektromotorů	16
1.4 Rozdíly mezi elektromotory s jinak zapojeným budícím vinutím .	18
2 Stejnosměrné elektromotory v učebnicích	22
2.1 Učebnice pro základní školy	22
2.2 Učebnice pro střední školy	27
2.3 Shrnutí	28
3 Praktická část	29
3.1 Jednoduché elektromotory	29
3.2 Elektro stovebnice Merkur	31
3.3 Elektro stovebnice Jiskra	34
3.4 Applet v programu Geogebra	37
3.5 Závislost rychlosti otáčení na napětí pro derivační elektromotor .	41
Závěr	46
Seznam použité literatury	47
Seznam obrázků	49
Seznam tabulek	51

Úvod

V dnešní době sledujeme stále větší pokles zájmu studentů o technické obory, které jsou pro naši společnost velmi důležité.

Jedním z faktorů, který tuto skutečnost způsobuje je složitost těchto oborů a pro studenty je tak těžko přístupná.

Z mojí zkušenosti ze studia na gymnáziu můžu říct, že technické obory pro nás nebyly zpřístupněné a pokud se někdo tomuto tématu věnoval bylo to z většiny již od raného věku jako koníček a ne vlivem školství. Je proto záhodno toto téma studentům více zjednodušovat studentům přístup k tomuto oboru.

Je jisté, že to je běh na dlouhou trať a cílem této práce ani není tuto skutečnost změnit, ale pouze této změně napomocet. Téma této práce - stejnosměrné elektromotory - jsou krásným příkladem toho, jak lze na základě jednoduchého principu dospět k velmi užitečnému stroji, bez kterého se v dnešní době neobejdeme.

Inspirace studentů ke studiu technických oborů však není jediným přínosem tohoto tématu, nelze zanedbat ani didaktický přínos. Kombinují se v něm prvky elektromagnetismu, elektrických obvodů, mechaniky a z matematiky se uplatní goniometrické funkce. Pokud je již probráno téma derivací, lze v tomto tématu ukázat jejich další praktické využití.

Další výhodou je snadné experimentální vyzkoušení. Pro ty nejjednodušší elektromotory stačí tužkový monočlánek, magnet, kancelářská sponka a kus lakovaného drátu. Pokud by vyučující chtěl jít více do hloubky, jsou k dispozici různé elektro stavebnice například od známé firmy Merkur.

Výhodou tohoto tématu je i snadná adaptace na různé úrovně vzdělávání. Princip stejnosměrných elektromotorů lze vysvětlit již na začátku deváté třídy na základní škole, ale s hlubším porozuměním, lze ho snadno aplikovat i ve výuce ve vyšších ročnících na gymnáziích, případně vysokých školách.

Nezanedbatelným přínosem může být také diskuze ohledně různých typů elektromotorů a jejich využití - z jakého důvodu se kde jaký dá využít a na dalším tématu tak studentům přiblížit složitost světa, ve kterém žijí.

Cíl práce

Cílem této práce je zpracovat téma stejnosměrných elektromotorů na úrovni, která je o trochu vyšší než středoškolská a poskytnout učitelům fyziky pomůcku a inspiraci pro zpracování tohoto tématu v hodinách fyziky. Tato práce je mířená pro střední školy gymnaziálního typu, kde jsou intelektuální schopnosti studentů na dostatečné úrovni, aby dokázali porozumět jak stejnosměrné elektromotory fungují.

Téma je nejprve teoreticky rozebereme, představíme krátký přehled aktuální situace jak je toto téma zpracováno v učebnicích fyziky a to jak na základních tak na středních školách. V praktické části byly sestaveny jednoduché elektromotory za využití domácích pomůcek, dále byly prozkoumány dvě stavebnice elektromotorů, které jsme porovnávali a zhodnotili, jaké je jejich využitelnost ve výuce. Naměřili jsme na nich závislost rychlosti otáček na napětí, což je pro pokročilejší studenty (např. na seminářích) zajímavé měření.

V aplikaci Geogebra byla vypracována jednoduchá interaktivní pomůcka pro detailnější rozebrání jednotlivých fází, které nastávají při otáčení elektromotoru včetně funkce komutátoru a indukovaného napětí na kotvě.

1. Teoretická část

Elektromotory jsou stroje, které přeměňují elektrickou energii na mechanickou. Jsou založeny na působení magnetického pole a elektrického proudu. Pokud do magnetického pole umístíme vodič, kterým bude protékat proud, bude na něj působit síla, případně do něj můžeme umístit cívku, která bude budit vlastní magnetické pole. Tato dvě pole na sebe budou vzájemně působit a pokud cívku vhodně umístíme, začne se otáčet.

Stejnoseměrné elektromotory se dělí do vícero kategorií, které mají různé vlastnosti a tedy i různé využití. V této kapitole si jak princip, tak jednotlivé druhy podrobněji rozebereme.

1.1 Základní pojmy

Pro přehlednost a základní orientaci v textu si na úvod shrneme základní pojmy, které se k elektromotorům váží a fyzikální principy, na základě kterých je teorie elektromotorů odvozena.

1.1.1 Stator

Nepohyblivá část elektromotoru se nazývá stator. Je na něm umístěn zdroj vnějšího magnetického pole, což může být permanentní magnet nebo elektromagnet, a zároveň jsou v něm umístěna ložiska, ve kterých se otáčí hřídel rotor.

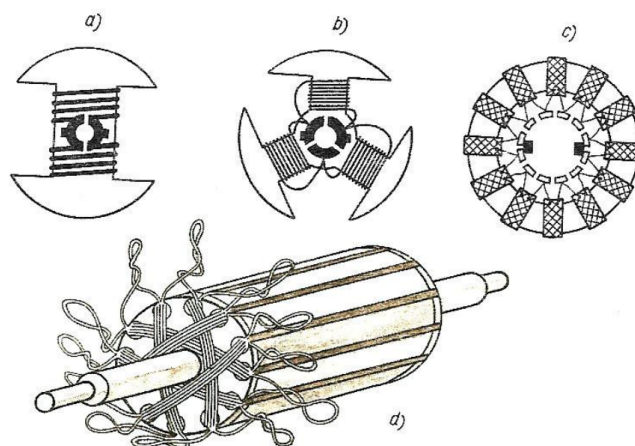
1.1.2 Rotor

Část motoru, která se otáčí se nazývá rotor, jsou na něm umístěny jednak vodiče, na které působí síla a jednak komutátor, který zajišťuje změnu proudu ve vodiči.

1.1.3 Kotva

Kotva je část elektromotoru, ve které se indukují napětí. Může ji tvořit několik vodičů, nebo jen jeden závit. Pokud je kotva tvořena cívkami, budeme je pro účely tohoto textu označovat jako větve.¹ Existuje vícero typů a druhů vinutí, podrobněji se jimi zabývat nebudeme, ale několik si jich ukážeme.

¹V nalezených zdrojích se pro ně neuzívalo speciální označení, pokud se na ně odkazovaly, pak pouze jako na cívky kotvy, v našem textu by se to ale brzy stalo nepřehledné



Kotvy komutátorových strojů:
 a) tvar I; b) trojdrážková; c) prstencová; d) bubnová.

Obrázek 1.1: Některé typy kotev, převzato z Zoufalý (2016)

1.1.4 Komutátor

Pokud by proud kotvou byl konstantní, kotva by se ustálila v jisté poloze a přestala by se otáčet, proto je nutná změna proudu ve vhodnou chvíli, aby síla nepřestala působit. Komutátor je jedním ze způsobů, jak této změny dosáhnout.

Komutátor se skládá z několika vodivých lamel, které jsou vodivě spojeny s jednotlivými větvemi/vinutími kotvy. Ke zdroji je připojen kartáči, které jsou pevně připojeny ke statoru. Při pohybu motoru na nich dochází k jiskření a často na nich dochází k poruchám. Podrobněji se funkcí komutátoru budeme zabývat později.

1.1.5 Ampérův zákon

Z Ampérova zákona vyplývá, že kolem přímého nekonečně dlouhého vodiče, kterým protéká proud, se vytvoří magnetické pole, jehož indukční čáry mají tvar soustředných kružnic. Velikost magnetické indukce \vec{B} , která jej popisuje je dána vztahem Broža (2021):

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}, \quad (1.1)$$

kde r je vzdálenost od vodiče, I je proud, který vodičem protéká, μ_0 je permeabilita vákua.

V elektromotoru však nemáme přímé vodiče, ale cívky. Pro velikost magnetické indukce v nekonečně dlouhé cívce (solenoidu) platí vztah Koupilová (2019a):

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot n, \quad (1.2)$$

kde n je počet závitů na jednotku délky cívky.

Pro velikost magnetické indukce ve středu kruhového závitu o poloměru r platí vztah Koupilová (2019b):

$$B_S = \frac{\mu_0 \cdot I}{2r}. \quad (1.3)$$

Pro velikost magnetické indukce uvnitř konečné cívky s N závitů platí přibližně vztah Reichl and Všeticka (2006):

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}, \quad (1.4)$$

kde I je proud cívkou a l délka magnetického obvodu.

Pokud by se vodiče nacházely v prostředí s relativní permeabilitou různou od 1, nahradíme ve výše uvedených vztazích μ_0 součinem $\mu_0 \cdot \mu_r$, kde μ_r je relativní permeabilita materiálu.

1.1.6 Faradayův zákon a Lenzovo pravidlo

Faradayův zákon říká, že pokud v uzavřené vodivé smyčce dojde ke změně magnetického toku, bude se na ní indukovat napětí a to v takové, že magnetické pole vytvořené vzniklým proudem bude působit proti této změně. Zjednodušeně řečeno se bude obvod (vodivá smyčka) chovat takovým způsobem, aby magnetický indukční tok jím procházející byl co "nejkonstantnější".

Vyjádřeno rovnicí:

$$u(t) = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.5)$$

kde $u(t)$ je okamžité indukované napětí, Φ je magnetický indukční tok smyčkou. Na středoškolské úrovni se dá zjednodušeně vyjádřit bez derivací:

$$u(t) \doteq -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (1.6)$$

1.1.7 Lorentzova síla

Lorentzova síla je souhrnná elektrická a magnetická síla působící na náboj:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (1.7)$$

kde \vec{F} je síla působící na náboj q pohybující se rychlostí \vec{v} který se nachází v elektrickém poli s elektrickou intenzitou \vec{E} a magnetickém poli s magnetickou indukcí \vec{B} a .

Pokud tento vztah aplikujeme na vodič, kterým protéká proud I , nacházející se v magnetickém poli s indukcí \vec{B} a jeho délka je l , vyjde nám vztah:

$$\vec{F} = \vec{B}\vec{I}l \sin \alpha, \quad (1.8)$$

α je úhel mezi vodičem a magnetickou indukcí.

1.2 Základní princip elektromotorů

Princip elektromotorů se v nalezených zdrojích vysvětluje dvěma různými způsoby. První z nich se opírá o Lorentzovu sílu, popisující působení magnetického pole na vodič s proudem. Nalezené zdroje používají jeden závit, kterým protéká proud a jednoduchý komutátor. Tohoto přístupu využívají tyto zdroje: Vrána and Kocman (2004); Palla and Opl (2015); Jaroslav (2012); Nave (2016); Šálek (2014).

Druhý způsob vysvětluje vznik momentu síly na základě vzájemného přitahování či odpuzování pólů elektromagnetů². Cívkami kotvy protéká proud a vzniká v nich magnetické pole. Na statoru bývají dva póly, ke kterým se cívky přitahují, respektive se od nich odpuzují podle toho, jak jimi protéká proud. Tohoto přístupu využívají tyto zdroje: Zoufalý (2016); Wikipedie (2021).

Téma stejnosměrných elektromotorů je zpracováno i na úrovni základních škol, učebnice Bohuněk (2014); Míček and Kroupa (2013); Lustigová (1999) vysvětlují pomocí vzájemného působení elektromagnetů, učebnice Rauner et al. (2013) ho vysvětluje pomocí Lorentzovy síly a učebnice Kubínek et al. (2017) kombinuje oba přístupy, větší důraz klade na druhý způsob. Enevová and Kaplanová (2021) se zabývá pouze střídavými elektromotory, ale principiálně se blíží spíše k vysvětlení pomocí Lorentzovy síly.

Tyto dva přístupy se mohou na první pohled zdát jako ekvivalentní, tedy jeden jev popisují ze dvou různých úhlů, ale po podrobnějším prozkoumání zjistíme, že ekvivalentní nejsou. Je také zajímavé, že většina odborných zdrojů se kloní spíše k vysvětlení pomocí Lorentzovy síly, zatímco většina učebnic využívá zdůvodnění pomocí vzájemného působení elektromagnetů.

Dvěma hlavními body, které jsou společné pro oba přístupy, je vznik momentu síly, což je samotnou podstatou elektromotorů a vznik indukovaného napětí, které ovlivňuje maximální výkon a změnu proudu motorem v čase.

Žádný z uvedených zdrojů nepočítá s momentem síly podrobněji, my jsme se o to s inspirací ze sbírky řešených úloh z fyziky Katedry didaktiky fyziky Matematicko-fyzikální fakulty UK, konkrétně řešených úloh Koupilová (2021) a Koupilová (2019c), v dalším textu pokusili.

1.2.1 Pomocí Lorentzovy síly

V mnoha materiálech a učebnicích se princip elektromotoru vysvětluje pomocí působení Lorentzovy síly na jeden obdélníkový závit cívky, který rotuje v magnetickém poli. Výhodou tohoto způsobu zavedení je snadný matematický popis, nevýhodou je značné zjednodušení skutečnosti.

Pokud bychom chtěli rotaci elektromotoru tímto způsobem vysvětlit například pro trojdrážkovou, nebo prstencovou kotvu, zjistili bychom, že cívky by měly tendenci rotovat kolem své osy, která je odlišná od hřídele. V kotvě by pouze vznikalo napětí, větve kotvy by se pokoušely kroutit, ale kotva by se netočila. Vysvětlení bychom museli založit na jiném principu.

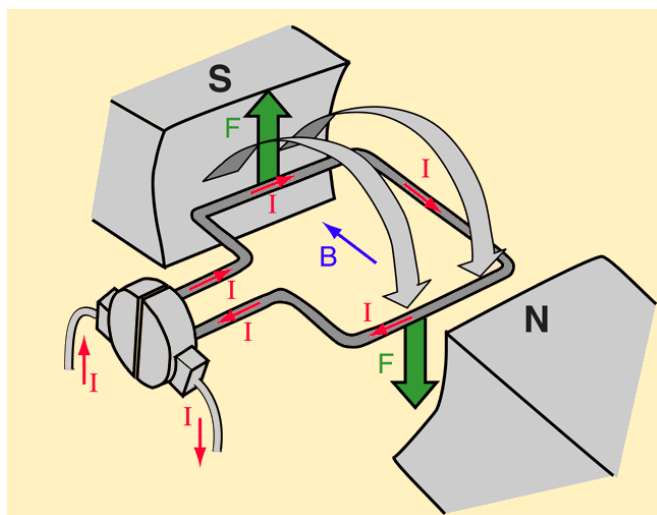
Pro bubnové typy kotev jednoduché elektromotory by toto vysvětlení bylo dostačující.

Vznik momentu síly

Následující text je souhrnem a ucelením toho, jak obecně vypadá odvození na základě Lorentzovy síly. Budeme převážně čerpat z materiálu Vrána and Kocman (2004), který tento způsob popisu rozvádí nejlépe, zbylé zdroje často pouze uvedou vztah bez bližšího vysvětlení.

Princip je možno ukázat na interaktivním appletu nobsy (2018).

²Případně elektromagnetu a permanentního magnetu



Obrázek 1.2: Vznik momentu síly v jednom závitě, převzato z Nave (2016)

Na obrázku 1.2 je ukázán princip fungování elektromotoru na jednom závitě. Dva konce cívky jsou připojeny ke komutátoru, kterého se dotýkají dva kartáče. Kartáče jsou pak připojeny ke zdroji stejnosměrného napětí.

Závit je umístěn v magnetickém poli vyvolaném buď jinou cívkou, nebo permanentním magnetem. Na obrázku je druhá situace. Jak proud cívkou protéká, působí na ní Lorentzova síla (zelené šipky) Vrána and Kocman (2004)

$$F = B \cdot I_a \cdot l, \quad (1.9)$$

která způsobuje rotaci. Moment síly pak určíme ze vztahu

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (1.10)$$

kde \vec{r} je vzdálenost vodiče kolemého na směr magnetické indukce od osy otáčení.

Po rozepsání vektorového součinu dostaneme:

$$\vec{M} = r \cdot F \sin \alpha = r \cdot B \cdot I_a \cdot l \sin \alpha = \frac{B \cdot S \cdot I_a \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{\Phi \cdot I_a \cdot \sin \alpha}{2} \quad (1.11)$$

Vrána and Kocman (2004) uvádí bez odvození pro moment síly vztah

$$M = c \cdot \Phi \cdot I_a. \quad (1.12)$$

Až na konstanty se oba výrazy shodují.

Vznik indukovaného napětí

Jak se cívka otáčí v magnetickém poli, indukuje se na ní napětí. Toto napětí bude působit proti napětí na zdroji a bude růst spolu s rychlostí otáčení až do doby, kdy se vyrovná tomu zdrojovému.

Pokud bychom při vyšších otáčkách zdrojové napětí snížili, bude motor chvíli fungovat jako generátor, dokud se opět nevyrovná indukované a budící napětí.

Pohyují-li se vodiče délky l v magnetickém poli s indukcí \vec{B} rychlostí v (kolmou složkou na směr indukčních čar) určíme velikost indukovaného napětí ze vztahu Vrána and Kocman (2004):

$$u_{ind} = B \cdot l \cdot v \quad (1.13)$$

Rychlost vodiče je závislá na jeho vzdálnosti od osy otáčení a úhlové rychlosti vztahem

$$v = \omega \cdot r, \quad (1.14)$$

kde ω je úhlová rychlost a r je vzdálenost vodiče od osy otáčení. V našich experimentech budeme měřit rychlost otáček, ω z nich poté získáme vztahem:

$$\omega = n \cdot 2\pi \quad (1.15)$$

Ve výsledku je tedy indukované napětí rovno

$$u_{ind} = B \cdot 2r \cdot l \cdot \pi \cdot n = B \cdot S \cdot \pi \cdot n = \Phi \cdot \pi \cdot n \quad (1.16)$$

Vrána and Kocman (2004) uvádí vztah

$$U_{ind} = c \cdot \Phi \cdot \frac{\pi n}{30}, \quad (1.17)$$

kde c je mechanická konstanta stroje, Φ je magnetický indukční tok n je počet otáček za minutu, pokud bychom chtěli počet otáček za sekundu získáme vztah

$$U_{ind} = c \cdot \Phi \cdot 2\pi n. \quad (1.18)$$

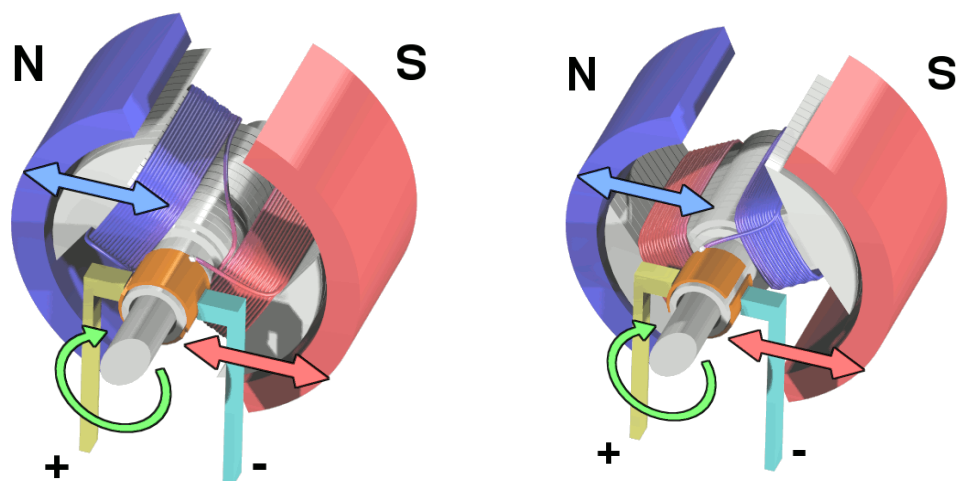
Až na konstanty jsou uvedené vztahy stejné.

1.2.2 Pomocí vzájemného působení pólů elektromagnetů

V Zoufalý (2016) a Wikipedie (2021) a v Vavříňák (2006) je princip vysvětlován na základě vzájemného působení magnetických polí, respektive vzájemného odpuzování a přitahování pólů elektromagnetů. Tento přístup se zdá být robustnější a vhodnější i pro elektromotory s jiným než bubnovým způsobem vinutí a je snadno pochopitelný i na základní škole, většina z nich to vysvětluje právě tímto způsobem.

Vzájemné působení magnetických polí je ale velmi složitá tematika a pokud bychom ho chtěli popsat matematikou střední školy, bude nutné provést celou řadu zanedbnání a přiblížení. Toho jsme se však dopouštěli i v předchozí části a jelikož to nikde ani náznakem není zpracováno, pokusíme se tento nedostatek napravit. Nejprve ale shrneme, jak k tomuto tématu přistupují nalezené zdroje.

Zoufalý (2016) používá k vysvětlení principu grafiku z Wikipedie (2021), kterou pouze popíše, nijak hlouběji jí nerozebírá, žádné vztahy ani závislosti neuvádí. Wikipedie (2021) sice vztahy uvádí, ale nejsou odvozeny a jsou shodné s těmi z předchozí části.



(a) Jedna fáze otáčky motoru

(b) Druhá fáze otáčky motoru

Obrázek 1.3: Princip otáčení motoru na základě vzájemného působení permanentních magnetů a elektromagnetu, převzato z Wikipedie (2021)

Vavříňák (2006) se pokusům o podrobnější vysvětlení vyhýbá, a na straně 83 pouze uvádí následující text:

Prochází-li cívkami hlavních pólů stejnosměrný proud, vytvoří s statické magnetické pole. Jelikož zároveň prochází proud přes komutátor do vinutí rotoru nacházejícího se v magnetickém poli hlavních pólů, bude na vinutí rotoru působit síla, která jím pohne a pootočí jej.

Jelikož předchozí postup selhává u motorů, které mají prstencová vinutí a nalezené materiály, které problematiku popisují druhým způsobem se problematikou zabývají spíše popisně, pokusíme se tento nedostatek v následujícím textu napravit. Odvození provedeme pro elektromotor s trojdrážkovou kotvou, pro který jsme v praktické části dělali měření, pokud by kotva měla vícero větví, byl by postup analogický.

V realitě se často jedná o vícero cívek v nehomogenním Zoufalý (2016) (budící magnetické obvody bývají zaoblené) časově nestacionárním (pro pole buzené cívkou je velikost magnetické indukce úměrná proudu, který pro sériové zapojení kotvy a budícího vinutí není konstantní) magnetickém poli.

Nehomogenita pole však není výrazná a principiálně tak můžeme uvažovat pole homogenní. Dále nastávají "ztráty" budícího magnetického pole, které celé neprochází kotvou a magnetický indukční tok v kotvě bude menší než uvnitř budící cívky.

Otáčení motoru

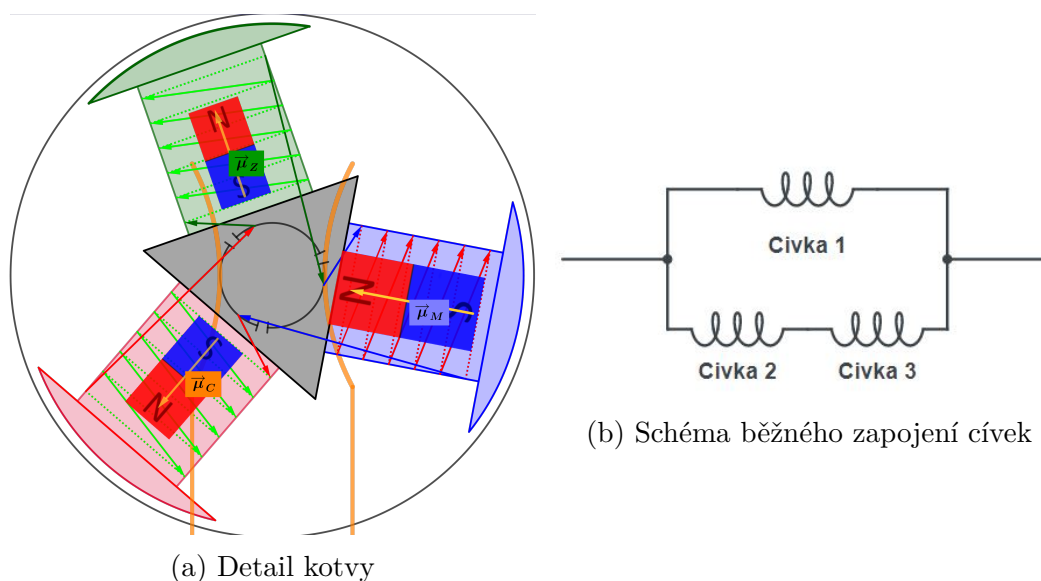
V následujícím textu budeme předpokládat, že vnější magnetické pole je homogenní, stacionární a v celém magnetickém obvodu má stejnou velikost, t.j. nedochází ke ztrátám. Dále budeme zanedbávat vliv magnetického pole kotvy na budící vinutí a indukčnost kotvy. Tyto efekty, zvláště indukčnost cívky a působení

jejího pole chod elektromotorů ovlivňují a technicky se to řeší, nicméně to je nad rámec tohoto textu.

V aplikaci Geogebra jsme vytvořili applet, který nám pomůže problematiku lépe pochopit a popsat. Nejprve si detailněji projdeme zapojení cívek v komutátoru a průběh otáčení elektromotoru, abychom věděli, z jakých fází se skládá a jak v jejich průběhu proud cívkami kotvy protéká.

Na obrázku 1.5 jsou jednotlivé fáze otáčení motoru. Cívky kotvy jsou vodivě spojeny k lamelám komutátoru. Vždy platí, že s jednou lamelou je vodivě spojen konec jedné cívky a počátek druhé. V kontaktu s kartáči, ke kterým je připojen zdroj napětí jsou vždy dvě lamely. K nim je vodivě připojena jedna cívka.

Přes třetí lamelu, která není v kontaktu s kartáčem jsou v sérii připojeny zbylé dvě cívky. V průběhu otáčení motoru jsou tak cívky vždy zapojeny způsobem vyobrazeným na obrázku 1.4b.



Obrázek 1.4: Zapojení cívek v kotvě

Cívky 2 a 3 jsou ke zdroji připojeny opačně než cívka 1, t.j. proti dohodnutému směru vinutí a směr magnetické indukce v nich generované bude mířit opačným směrem než v cívce 1.³

Jedna cívka je vždy zapojena paralelně ke zbývajícím dvěma, které jsou v sérii. Pro přehlednost se budeme k cívce, která odpovídá cívce 1 na obrázku 1.4b odkazovat jako k paralelní, zbylým dvěma jako k cívkám v sérii. V rámci otáčení se role jednotlivých cívek postupně mění.

Všechny cívky mají téměř stejný elektrický odpor a cívkou 1 tak protéká dvojnásobný proud než cívkami 2 a 3.

Vznik momentu síly

Tento princip popisuje vznik momentu síly pomocí vzájemného působení pólů magnetů, v praxi se tento přístup zjednodušuje na odpuzování respektive přitahování magnetů. Při odvození se budeme inspirovat postupem z příkladu ze

³Opačný směr je myšlen vzhledem k cívce. Tedy pokud by mířil k hřídeli, opačný směr by byl od hřídele.

sbírky Koupilová (2019c), který pro určení momentu síly, který působí na cívku s vnitřním magnetickým momentem $\vec{\mu}$ umístěnou v homogenním magnetickém poli s indukcí \vec{B} používá vztah:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (1.19)$$

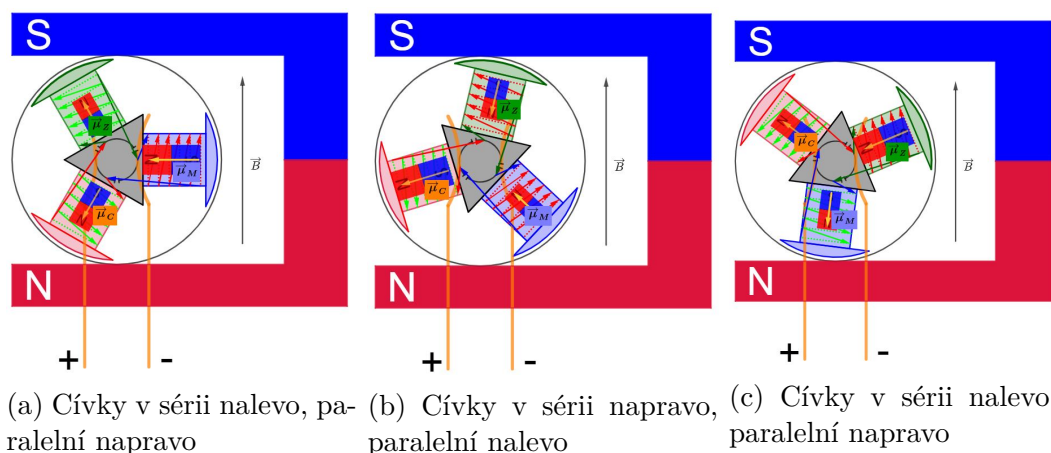
a pro velikost vnitřního magnetického momentu

$$\mu = N \cdot I \cdot S, \quad (1.20)$$

kde je N počet závitů, I proud protékající cívku a S plocha cívky. Směr magnetického momentu určíme tak, že prsty pravé ruky stočíme na cívku takovým způsobem, že prsty ukazují směr proudu. Palec pak ukazuje směr magnetického momentu cívky.

Velikost magnetického momentu je přímo úměrná proudu a vzhledem k tomu, že jednotlivé cívky kotvy mají stejný počet závitů i stejnou plochu, bude v paralelní cívce, kterou protéká dvojnásobný proud oproti cívkám v sérii, dvojnásobná velikost magnetického momentu.

Podíváme-li se na průběh otáčení kotvy, zjistíme, že se skládá celkem ze dvou fází. V první je paralelní cívka napravo, protéká jí proud proti dohodnutému směru vinutí a moment magnetického dipólu tak ukazuje směrem ke hřídeli, cívkami v sérii protéká proud po dohodnutém směru vinutí a moment tak ukazuje od hřídele. Po otočení o 60° dojde ke změně na komutátoru, paralelní cívka nyní bude nalevo od hřídele, bude jí protékat proud po směru vinutí a magnetický moment bude ukazovat od hřídele, zbylými dvěma cívkami bude protékat proud proti vinutí a magnetický moment bude ukazovat ke hřídeli. Po otočení o dalších 60° bude paralelní cívka opět napravo a celý cyklus se opakuje.



Obrázek 1.5: Jednotlivé fáze otáčení motoru

Moment síly je kolmý na oba vektory $\vec{\mu}$ a \vec{B} . Podle pravidla pravé ruky míří "do papíru". Tento závěr platí pro všechny tři cívky.

Velikost momentu určíme ze vztahu

$$M = \mu \cdot B \cdot \sin \alpha = N \cdot I \cdot S \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (1.21)$$

Jak již bylo zmíněno, moment síly od všech cívek bude ukazovat stejným směrem, všechny se otáčejí kolem stejné osy, jednotlivé příspěvky tedy můžeme

sečíst a získáme tak celkový moment síly na kotvu. Cívky rozdělují plný úhel na třetiny, jsou od sebe vždy odkloněny o 120° .

$$\begin{aligned} M &= M_{par} + 2 \cdot M_{ser} = NISB \sin \alpha + N \frac{I}{2} SB \sin(\alpha + 120^\circ) + N \frac{I}{2} SB \sin(\alpha + 240^\circ) \\ &= NISB \cdot \left(\sin \alpha + \frac{\sin(\alpha + 120^\circ) + \sin(\alpha + 240^\circ)}{2} \right) = NISB \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{2} \right) \quad (1.22) \end{aligned}$$

Úhel α je úhel, který svírá vektor vnějšího magnetického pole s vektorem magnetického momentu vybrané cívky. Zapojení na komutátoru se mění vždy po 60° , přičemž se střídají dvě různé fáze (viz. 1.5a a 1.5b, na obrázku 1.5c je opět 1. fáze).

Ve druhé fázi by úhel α začínal na 240° a $\sin \alpha$ by měl opačné znaménko než v první fázi, avšak cívka je v této fázi zapojena obráceně a tedy i proud prochází v opačném směru, což změnil směr magnetického momentu a úhel α tak zůstane stejný jako v první fázi a v obou fázích se tak pohybuje ve stejném intervalu a sice $\alpha \in (60^\circ; 120^\circ)$.

Výraz $\frac{\sin \alpha}{2}$ dosahuje maximální hodnoty pro úhel $\alpha = 90^\circ$ a minimální pro $\alpha = 60^\circ$ a $\alpha = 120^\circ$.

Hodnota magnetického momentu se tak pohybuje v rozmezí od $M = NISB \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$ do $M = NISB \cdot \frac{1}{2}$, průměrná hodnota výrazu $\frac{\sin \alpha}{2}$ pak je

$$\frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\sin \alpha}{2} d\alpha = \frac{3}{2\pi} \approx 0,48$$

Průměrná hodnota momentu síly pak je $M = N \cdot I \cdot S \cdot B \cdot \frac{3}{2\pi}$

Vznik indukovaného napětí

Ve většině případů se zdroje indukovaným napětím hlouběji nezabývají, odrazí se pouze od vztahu 1.13 který doplní o konstanty stroje. V lepším případě vykreslí graf průběhu indukovaného napětí v čase.

Pro určení indukovaného napětí v cívce vyjdeme z Faradayova zákona

$$u_{ind}(t) = N \cdot \left(-\frac{d\Phi}{dt} \right) \quad (1.23)$$

kde U_{ind} je indukované napětí, N je počet závitů cívky kotvy, $\frac{d\Phi}{dt}$ je derivace magnetického toku podle času. Magnetický tok cívkami kotvy je závislý na velikosti vnějšího magnetického pole (kterou pro naše účely můžeme považovat za konstantní) a ploše, kterou magnetické pole protéká. Tato plocha se bude v čase měnit, jak se bude kotva otáčet:

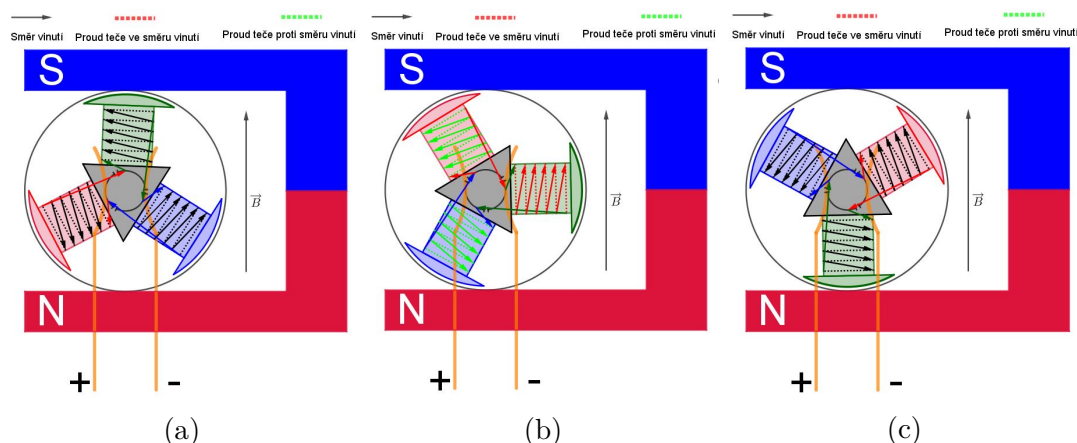
$$S = S_{civka} \cdot \cos(\alpha(t)), \quad (1.24)$$

kde S je průmět plochy cívky do směru magnetické indukce, S_{civka} je plocha cívky v řezu, α je úhel, který svírá normála plochy cívky s vektorem magnetické indukce.

Jak se bude měnit úhel α , bude se měnit i průmět plochy, tedy i magnetický indukční tok a tedy se bude indukovat napětí, které bude dáno vztahem:

$$u_{ind} = N \cdot B \cdot S_{civka} \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = NB \cdot \omega \sin(\alpha(t)) \quad (1.25)$$

Vezmeme si jednu cívku (např. zelenou na obrázku 1.6) a určíme jaké napětí se na ní bude v průběhu jejího otáčení indukovat a jak je v těchto momentech připojena ke komutátoru.

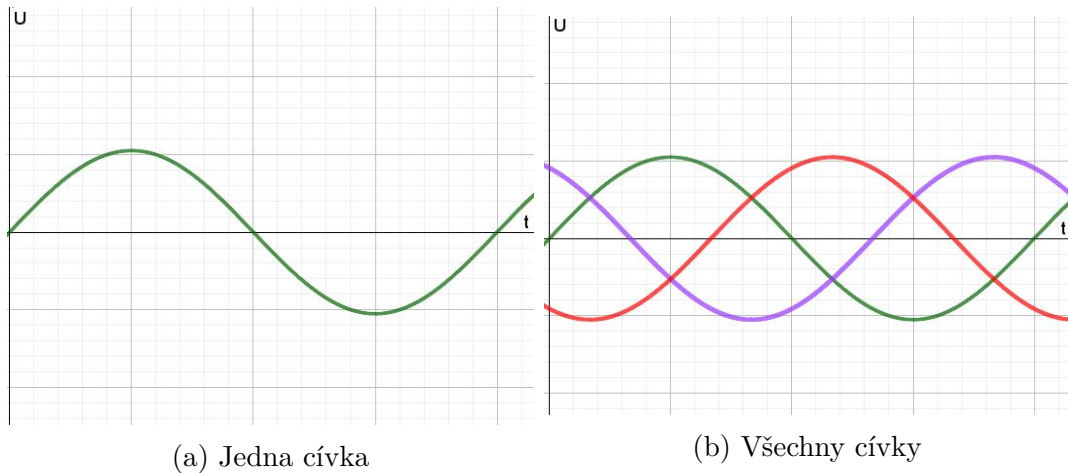


Obrázek 1.6: Různé polohy cívek kotvy

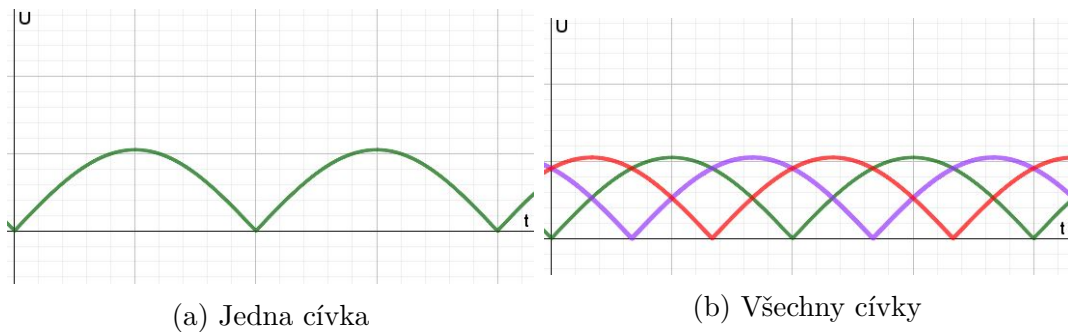
Začneme s polohou, kdy je normálový vektor plochy cívky rovnoběžný se směrovým vektorem indukce viz 1.6a. V tuto chvíli je tok cívku maximální. Následně klesá v situaci, která je na obrázku 1.6b, kdy je tok nulový a na 1.6c záporný (proti hodnotě na počátku cyklu) maximální. V tuto chvíli se indukovalo napětí které by budilo proud ve směru vinutí (výsledná magnetická indukce v cívce působí proti změně, která ho vyvolala). Bude tedy působit proti napětí na zdroji.

V druhé půlotáčce bude cívka připojena ke komutátoru obráceně a magnetický tok bude nejprve "záporný", následně bude růst k nule a poté k maximální kladné hodnotě. Indukované napětí bude působit proti směru vinutí a opět bude působit proti napětí na zdroji. Indukované napětí na komutátoru tak bude mít vždy stejnou polaritu a průběh odpovídající funkci $|\sin \alpha|$.

Pro zbylé dvě cívky bude průběh stejný, jen posunutý o 120° . Vše je vyobrazeno na obrázcích 1.7 až 1.9

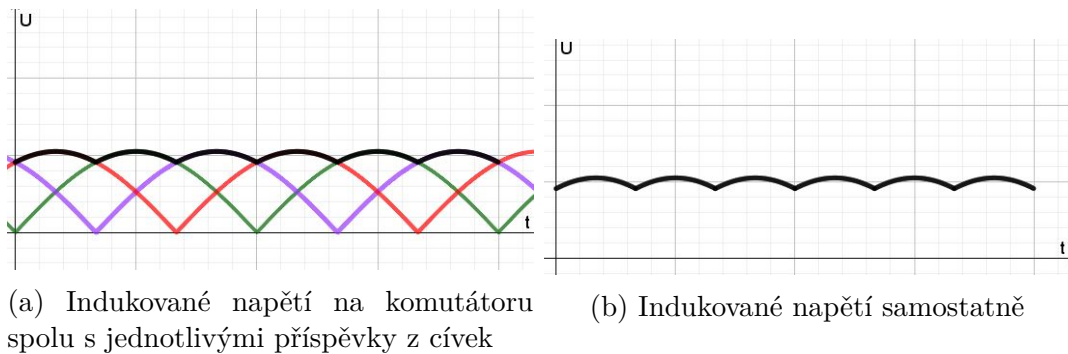


Obrázek 1.7: Průběh indukovaného napětí na cívkách



Obrázek 1.8: Průběh indukovaného napětí na komutátoru

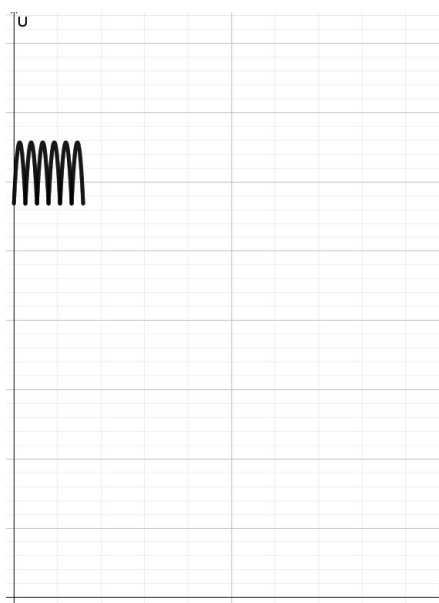
Jak bylo zmíněno výše, jsou vždy dvě cívky v sérii zapojeny paralelně ke třetí. Na těchto dvou cívkách se indukované napětí sčítá. Vždy po 60° se mění, která cívka je zapojena paralelně a které dvě jsou v sérii. Díky tomu, že $\sin \alpha = -(\sin(\alpha + 120^\circ) + \sin(\alpha + 240^\circ))$ a díky vlivu komutátoru je příspěvek paralelní cívky i cívek v sérii stejný. Výsledný průběh indukovaného napětí je na obrázku 1.9.



Obrázek 1.9: Výsledné indukované napětí na komutátoru

Na obrázcích je průběh pro jednu otáčku kotvy. Z rovnice 1.25 pozorujeme, že velikost indukovaného napětí přímo závisí na úhlové rychlosti, tedy na otáčkách

za sekundu. Pokud zvýšíme rychlost otáček, budeme pozorovat zvýšení indukovaného napětí, zároveň ale budou "kopečky" jednotlivých příspěvků cívek strmější a napětí se bude pohybovat ve větším intervalu.



Obrázek 1.10: Indukované napětí na komutátoru při vyšších otáčkách

1.3 Dělení stejnosměrných elektromotorů

Stejnospěrné elektromotory se dělí do mnoha kategorií, nejčastěji podle způsobu usměrnění proudu v kotvě, zdroje budícího magnetického pole, případně způsobu zapojení budícího vinutí a kotvy, je-li zdroj budícího pole elektromagnet.

1.3.1 Historická výjimka

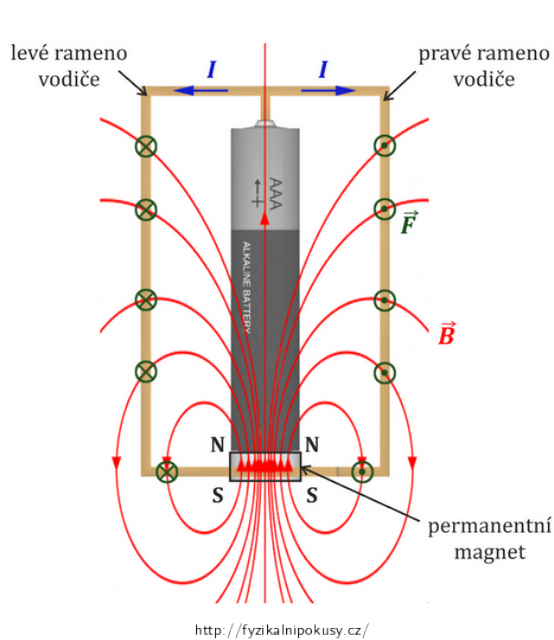
Na začátku uvedeme jeden elektromotor, který nespádá ani do jedné kategorie, nicméně pro jeho historický význam a využití v demonstračních experimentech je zde uveden.

Jedná se o homopolární motor, který se skládá pouze z vodiče, zdroje napětí a magnetu. Homopolární motory fungují přímo na principu Lorentzovy síly, kdy se vodič skládající se z jedné smyčky připojí na zdroj napětí a vloží se do magnetického pole.

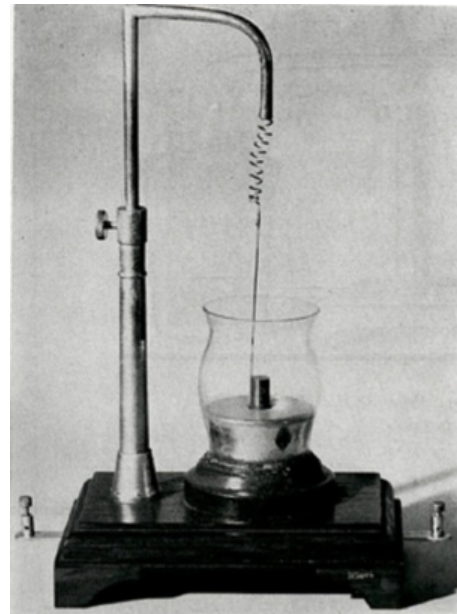
Na obrázku 1.11a je vyobrazení jednoho z nich. Pozorujeme, že na levé rameno vodiče působí opačná síla než na pravé rameno, což vytváří moment síly, který působí na smyčku vodiče a ten se začne otáčet.

Na obrázku 1.11b je první sestrojený elektromotor vůbec. V roce 1821 ho sestrojil Michael Faraday jako demonstrační experiment. Vodič je zanořen do rtuti, ve které je položen magnet.

Homopolární elektromotory nemají kromě demonstračních pokusů žádné reálné využití a od jejich objevu uběhlo do vynalezení prvních využitelných elektromotorů 13 let. Doppelbauer (2022)



(a) Princip homopolárního motoru



(b) Historický význam, převzato z Doppelbauer (2022)

Obrázek 1.11: Homopolární elektromotor

1.3.2 Podle způsobu usměrnění proudu

Bezkartáčové elektromotory

Cívkami kotvy musí vždy procházet střídavý proud. U komutátorových strojů to zajišťuje komutátor, avšak ten bývá velmi poruchový. S rozvojem elektroniky a řídicích obvodů je možné proud měnit vnějším obvodem. Jejich velkou výhodou je snadné řízení otáček a nižší poruchovost. Nevýhodou je dražší a komplikovanější řídicí obvod. Do této kategorie spadají například větráčky počítače.

Kartáčové

Do kartáčových elektromotorů patří ty elektromotory, které mají komutátor. Liší se způsobem buzení vnějšího magnetického pole, případně způsobem napájení kotvy a budího vinutí.

1. Magnetické pole buzené permanentním magnetem

Vnější magnetické pole může být buzeno permanentním magnetem, kotva má vlastní zdroj napětí. Největší výhodou je větší efektivita, neboť se nemusí energie spotřebovávat na buzení pole. Nevýhodou je horší ovladatelnost otáček a nižší maximální výkon, respektive pro dosažení vyšších výkonů je nutné kotvou pouštět silnější proud, což ho může poškozovat. Další nevýhodou je, že může být připojen pouze ke stejnosměrnému zdroji a pokud se otočí polarita zdroje, změní se směr otáčení elektromotoru.

Tento typ elektromotoru se nejvíce využívá v malých elektromotorech, kde výkon ani řízení otáček nehraje zásadní roli. Příkladem mohou být elektromotory do RC modelů, servomotory, případně jiné drobnější elektromotory.

2. Magnetické pole buzené cívkou, kterou prochází proud

Pokud se místo permanentního magnetu budí vnější magnetické pole cívkou, získáme vyšší kontrolu nad elektromotorem, neboť otáčky budou záviset nejen na proudu kotvou, ale i na proudu budícím vinutím. Pro různé zapojení pak motory získávají různé zajímavé charakteristiky.

Další potenciální výhodou může být, že pokud je zdroj stejný jak pro kotvu, tak i pro budící vinutí, směr otáčení nezávisí na polaritě zdroje. Při změně se nezmění jen směr proudu kotvou, ale i budícím vinutím, čímž se změní i orientace magnetického pole a změny se vyruší.

(a) Budící vinutí na zvláštním zdroji napětí

Kotvu a vinutí lze zapojit zvláště k různým zdrojům napětí. Lze tak snadno manipulovat oběma hodnotami. Je velmi podobný elektromotorům s permanentním magnetem.

(b) Kotva a budící vinutí v sérii

Kotvu a budící vinutí můžeme zapojit do série ke stejnému zdroji. Jeho výhodou je vysoký moment síly při nízkých otáčkách.

(c) Kotva a budící vinutí paralelně

Kotva a budící vinutí se zapojí paralelně ke stejnému zdroji. Výhodou jsou stabilní otáčky málo závislé na zátěži. Tyto motory se někdy označují jako derivační.

(d) Kotva a budící vinutí smíšeně

Toto zapojení kombinuje obě předchozí konfigurace a eliminuje tak určité nevýhody obou. Tyto motory mívají dvě separátní budící vinutí, jedno zapojené paralelně, druhé sériově.

1.4 Rozdíly mezi elektromotory s jinak zapojeným budícím vinutím

1.4.1 Motor s cizím nebo paralelním buzením

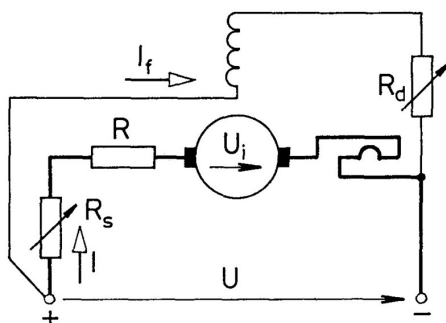
Jedná se o motory, kdy napětí a tedy i proudy na kotvě a na budícím vinutí nejsou na sobě závislé. V případě paralelního buzení je toto napětí stejné, v případě cizího může mít odlišnou hodnotu.

Motor s cizím buzením má proti derivačnímu tu výhodu, že se snadněji řídí otáčky. Ve výkonějších motorech, které vyžadují vysoké napětí, mohou při nízkých otáčkách a tedy nízké hodnotě indukovaného napětí téct kotvou veliké proudy, což by mohlo způsobit zničení. Proto se musí napětí na kotvě zvyšovat postupně, což je pro motory s cizím buzením snadnější než pro motory s paralelním buzením Palla and Opl (2015).

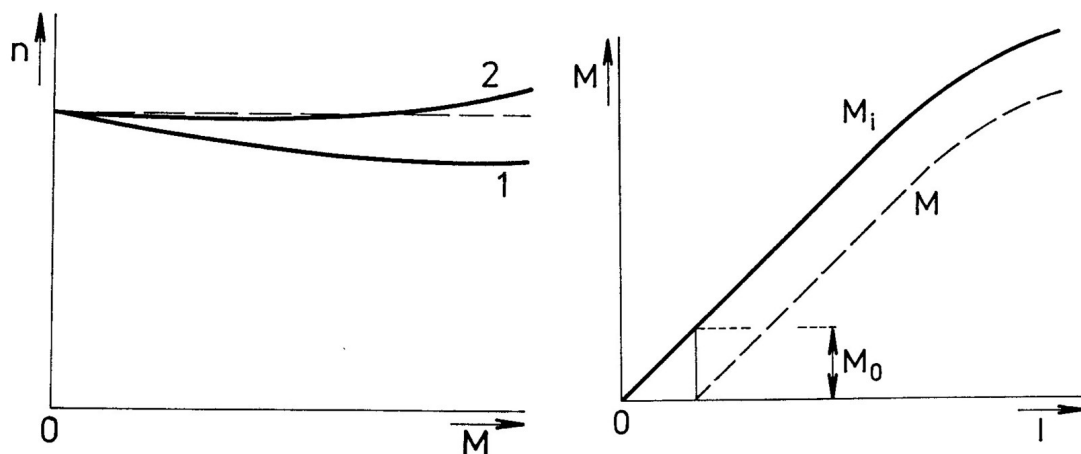
Na kotvě bude vlivem indukce napětí klesat, ale na budícím vinutí nikoliv, vnější magnetické pole bude nezávislé na čase.

Kotva bude zvyšovat své otáčky do chvíle, kdy se indukované napětí vyrovná zdrojovému. Pokud bychom zatížili kotvu, snížíme její otáčky, tím snížíme indukované napětí a zvýší se celkové napětí na cívce, čímž se zvýší proud a tedy i

magnetická indukce a tím i moment síly, což bude znamenat zrychlení. V praxi se to projeví tak, že rychlost otáček je velmi stabilní, téměř konstantní, čehož se využívá například u obráběcích strojů Palla and Opl (2015).



Obrázek 1.12: Schéma zapojení paralelního motoru, převzato z Vavříňák (2013)



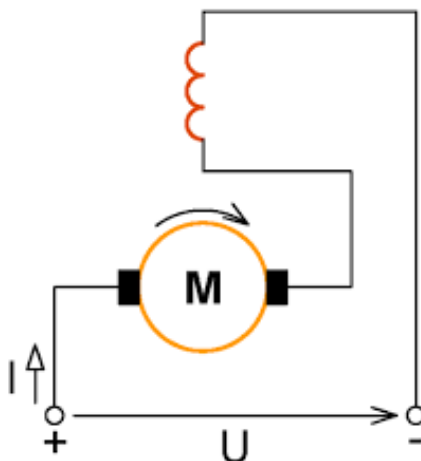
(a) Závislost počtu otáček na momentu síly

(b) Závislost momentu síly na proudu

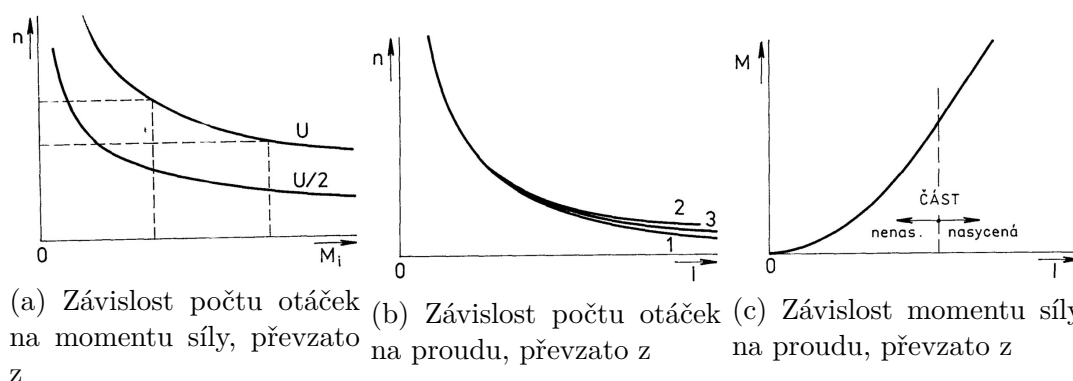
Obrázek 1.13: Závislosti pro motor s cizím nebo paralelním buzením, převzato z Palla and Opl (2015)

1.4.2 Motor se sériovým buzením

Sériové zapojení má kotvu a budící vinutí zapojené v sérii, což znamená, že protékající proud bude mít stejnou hodnotu jak v kotvě, tak v budícím vinutí. Proud bude mít maximální hodnotu hned při připojení zdroje napětí, neboť později bude proti zdrojovému napětí působit napětí indukované na kotvě a dle Ohmova zákona poklesne i proud.



Obrázek 1.14: Schéma zapojení sériového motoru, převzato z Palla and Opl (2015)



Obrázek 1.15: Charakteristiky sériového elektromotoru, převzato z Palla and Opl (2015)

Vysoký proud znamená vysokou hodnotu magnetické indukce jak v kotvě, tak v budícím vinutí, tedy i moment síly působící na kotvu bude maximální hned na počátku.

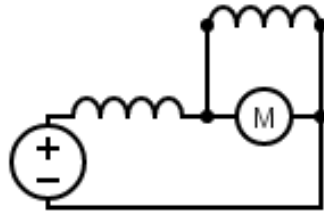
Budou-li se na druhou stranu otáčky zvyšovat, bude se zvyšovat i indukované napětí působící proti zdrojovému a výsledné napětí bude malé, tedy i proud, indukce a moment síly bude malý. Naměřená závislost otáček na momentu je hyperbola. Vavříňák (2013)

Tato vlastnost pak zapříčiňuje vyšší moment při nižších otáčkách motoru, čehož se využívá například u tramvají. Je ale nutné si dát pozor na motory, jejichž výkon je vyšší (cca více než 1kW), kde při počátečním zapojení mohou téct takové proudy, že by mohly motor zničit a musí se zapojovat přes odpory, nebo postupně zvyšovat napětí.

Kombinací grafů 1.15c a 1.15b vypořádáme, že při nízkém momentu síly klesá proud, což koreluje s vysokými otáčkami. Pokud se motor nezatíží, může rychlost otáček vzrůst nade všechny meze, což může být i pro samotný motor destruktivní. Palla and Opl (2015)

1.4.3 Motor se smíšeným buzením

Jiným názvem kompaundní motory. Tyto motory mají dvojí vinutí, jedno zapojené paralelně, druhé sériově s kotvou. Proti paralelním motorům se liší v tom, že rychlost otáčení se zmenšuje více. Proti sériovým mají tu výhodu, že i při nízkém zatížení otáčky nerostou na tak vysoké úrovni.



Obrázek 1.16: Schéma zapojení motoru se smíšeným buzením

2. Stejnoseměrné elektromotory v učebnicích

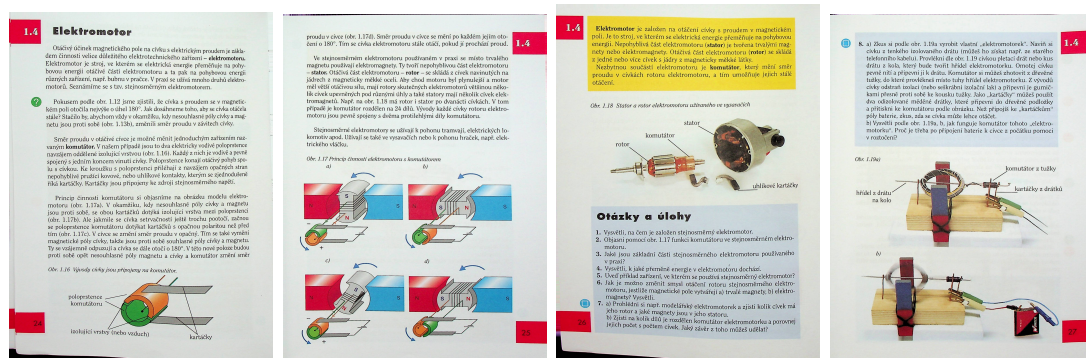
Toto téma se základně (principiálně) probírá na základní škole, některé učebnice dokonce ukazují na rozdílné vlastnosti paralelního a sériového zapojení rotoru a statoru.

Na středních školách gymnaziálního typu se na toto téma již nenavazuje, učebnice se zabývají obecnými poznatky jako je indukce, ale elektromotorem se nezabývají. Tato práce by měla učitelům na gymnáziích poskytnout alespoň hrubou kostru, o kterou by se mohli při výuce opřít. Jak již bylo zmíněno, toto téma ukazuje praktické využití naučených poznatků a otevírá okno do reálného světa inženýrství a vývoje.

Na středních odborných školách je toto téma probíráno dosti podrobně, důraz je však kladen na technické vlastnosti a praktické detaily, než na teoretické vlastnosti a propojení s fyzikálními principy a zákony. Dalo by se říct, že vzorečky popisující vlastnosti a chování motoru "padají z nebe". Jak již bylo zmíněno, velkým přínosem tohoto tématu je propojení teorie s praktickým využitím. Větší důraz chceme klást na teoretické pochopení principů než technické detaily.

2.1 Učebnice pro základní školy

2.1.1 Prometheus



Obrázek 2.1: Sken stránek z učebnice od nakladatelství Prometheus

V této učebnici Bohuněk (2014) se téma elektromotorů bere s větším důrazem na princip, než reálné využití ve světě. Jako model používá kotvu se dvěma cívkami a magnetické pole buzené permanentními magnety (v učebnici to spíše působí jako monopóly, ale věříme, že v tomto kontextu to na vnímání magnetů nemusí mít zásadní vliv). Na předchozích stranách se učebnice zabírala vzniku magnetického pole kolem cívky, kterou protéká proud a tím, jak určit kde má cívka severní a kde jižní magnetický pól. Stejně postupuje i u tohoto tématu, kdy cívkám kotvy přiřazuje póly a tím vysvětluje vznik točivého momentu. Je zajímavé si povšimnout, že na obrázku 1.17 b) a d) je kotva v mrtvých úhlech, kdy by k rotaci došlo pouze tehdy, pokud by se motor točil už předtím.

Na dalších stranách učebnice ukazuje reálný elektromotor a návod na jednoduché domácí sestavení. Tento pokus, který je v učebnici popsán vyžaduje stavbu komutátoru, což je standardně nelehký úkol a ačkoliv by výsledek byl dobrý, ne vždy jsou pomůcky na výrobu komutátoru k dispozici.

Téma indukce učebnice uvádí po tématu elektromotorů a s elektromotory ho nijak nepropojuje.

2.1.2 Fraus



Obrázek 2.2: Sken stránek z učebnic od nakladatelství Fraus

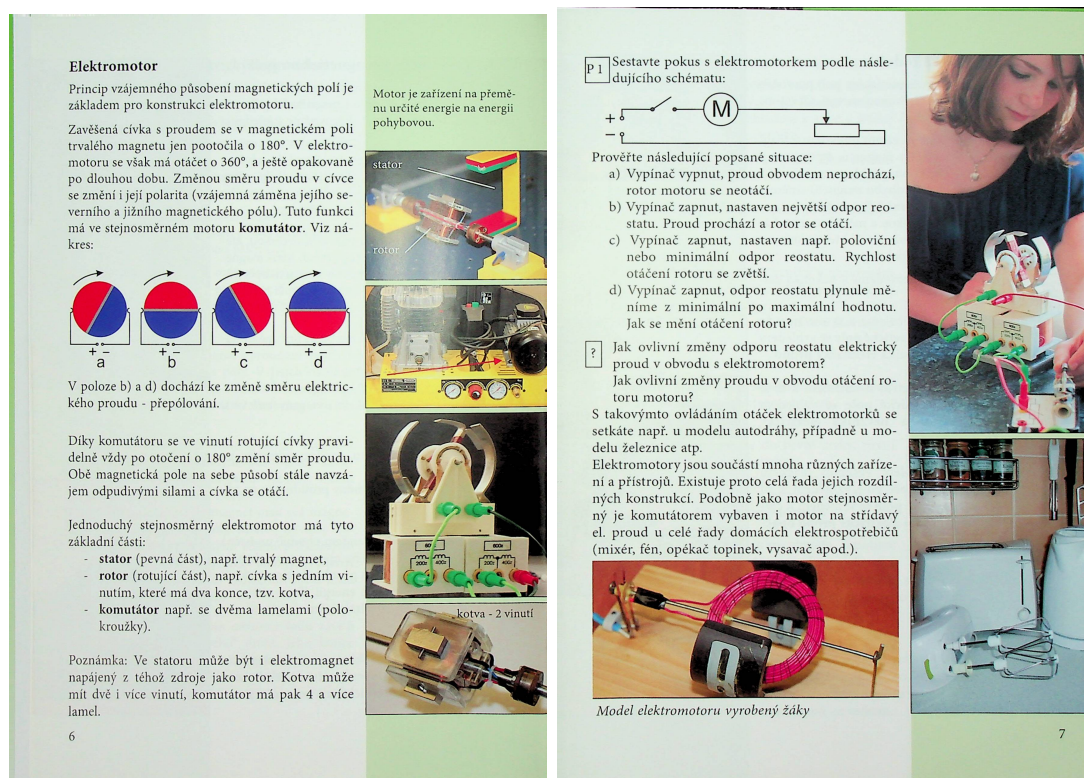
Tato učebnice Rauner et al. (2013) se spíše zaměřuje na motory v reálném světě, téma uvádí obrázkem reálného elektromotoru, nejprve neprůhledného, následně s jednou průhlednou stěnou, kdy je vidět komutátor, avšak značně složitý.

Učebnice začíná historickým úvodem, indukce byla brána před elektromotory a dynamy již jsou probrána, díky tomu mohou uvést příběh z výstavy. Před samotným principem elektromotorů je jejich definice jako strojů, které přeměňují elektrickou energii na mechanickou.

Následuje řez dynamem, který může být pro některé žáky značně abstraktní, nutno podotknout, že jiný, jednodušší obrázek v učebnici není.

Na následující stránce se učebnice dokonce zabývá magnetickým polem buzeným cívku a uvádí stručné rozdíly mezi paralelním a sériovým zapojením kotvy a budící cívky a jejich využitím v domácnosti nebo ve strojírenství. Uvádí pojem třífázového motoru s kotvou nakrátko, což je dle našeho názoru naprosto zbytečné, děti sotva vědí, co to je třífázové napětí a kotvu nakrátko už vůbec a navíc jim znalost tohoto termínu nikdy k ničemu nebude.

2.1.3 Tvořivá škola



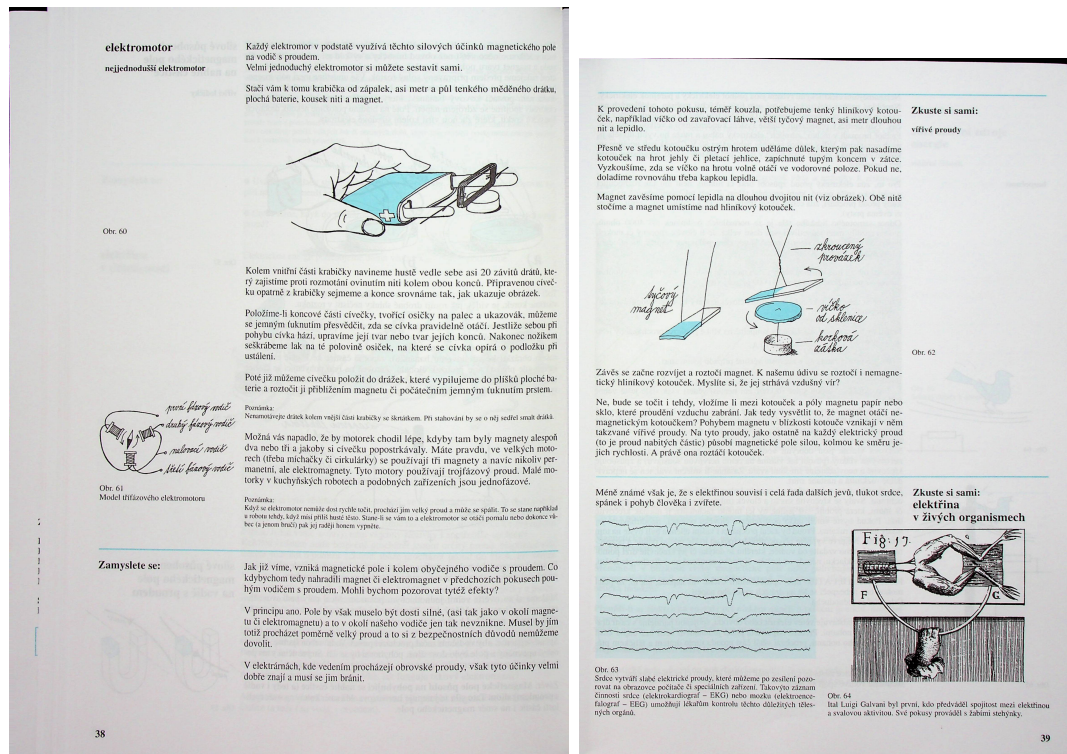
Obrázek 2.3: Sken stránek z učebnic od nakladatelství Tvořivá škola

Tato učebnice Míček and Kroupa (2013) se podobně jako Prometheus zabírá více samotným principem, než reálným využitím v praxi. Na obrázcích je jednoduché schéma komutátoru, ale opět se nám zdá, že by pro některé žáky mohlo být příliš abstraktní a chybí reálný příklad. Dále si myslíme, že na prvním obrázku v prostředním sloupci a posledním obrázku na druhé straně by bylo vhodné upravit popis, například doplnit o komutátor. Zároveň příklad kotvy se dvěma vnutíma by mohl být více z praxe méně ojedinělý případ, kde pozornost více zaujmou destičky okolo než samotné vnutí.

2.1.4 Prometheus 2

V této učebnici, Macháček (2001) kterou jsme měli k dispozici se téma elektromotorů neprobírá vůbec.

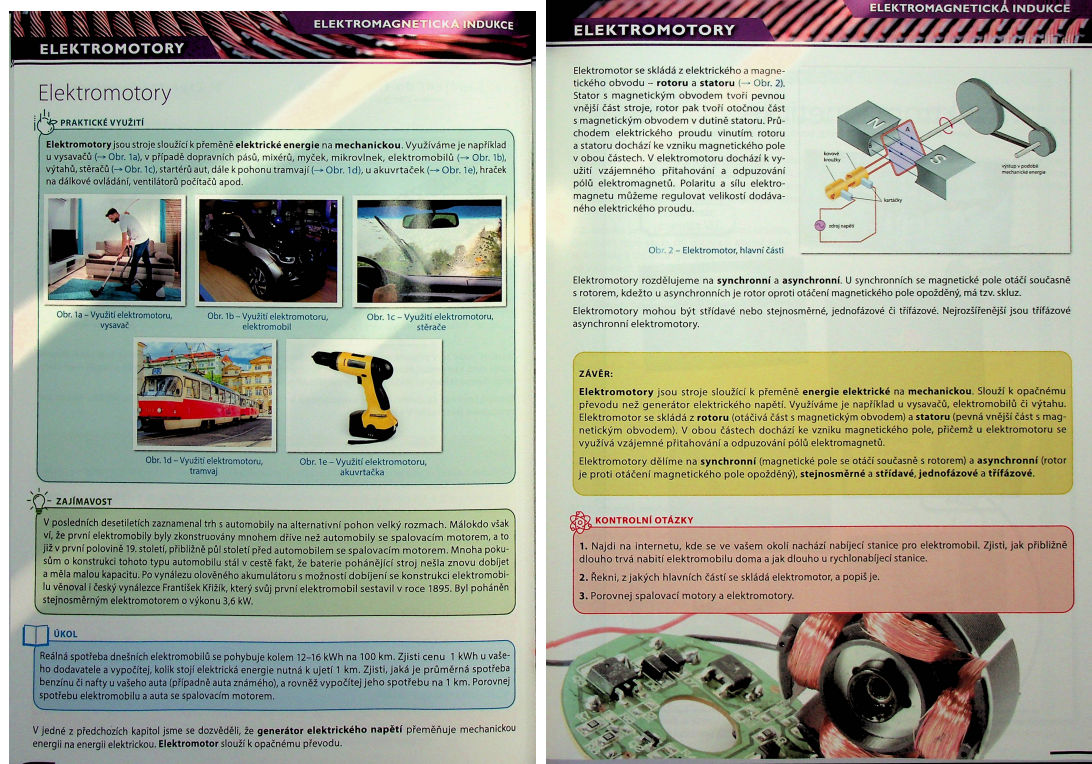
2.1.5 Fortuna



Obrázek 2.4: Sken stránek z učebnic od nakladatelství Fortuna

V této učebnici Lustigová (1999) se více klade důraz na jednoduchost a vlastní sestavení elektromotoru za použití co nejjednodušších pomůcek. Zde je příklad setrvačného elektromotoru, klade tak větší důraz na to, že v cívce, kterou protéká proud vzniká magnetické pole a že toho lze využít pro periodický pohyb. Navozuje jednoduchou představu třífázového elektromotoru, na druhou stranu komutátorem se nezabývá vůbec.

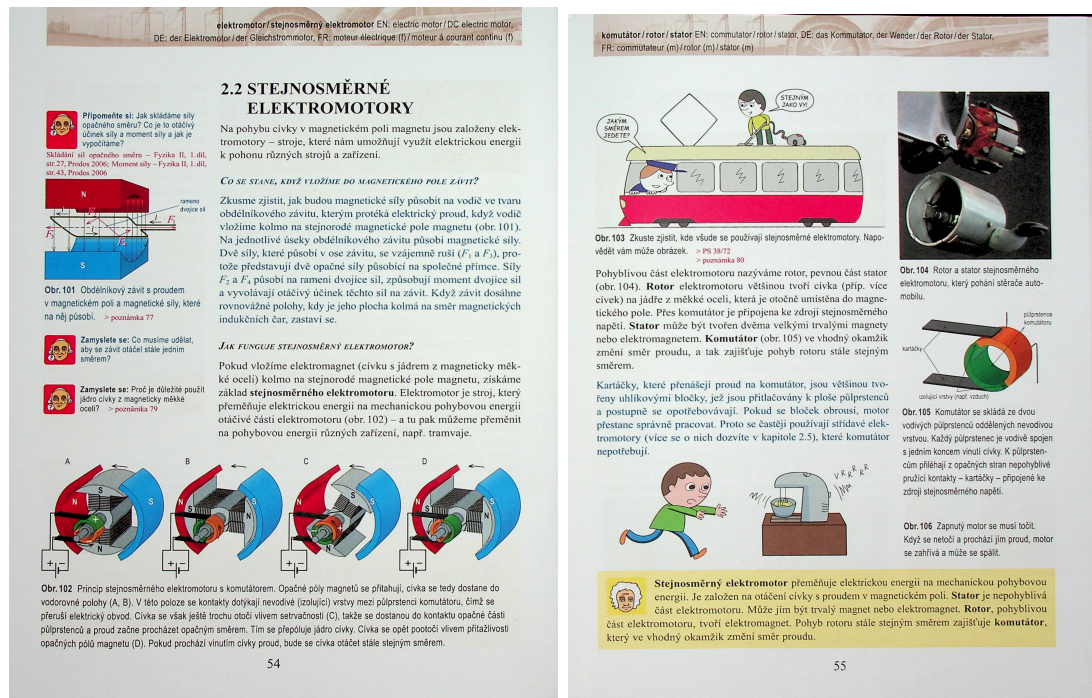
2.1.6 Hravá fyzika



Obrázek 2.5: Sken stránek z učebnic od nakladatelství Hravá fyzika

Tato učebnice začíná praktickým příkladem a jednoduchou motivací. Uvádí, kde všude se elektromotory využívají a co to vlastně je. Na následující stránce ukazuje jednoduší princip, polaritu v cívice mění zdrojem, nikoliv komutátorem, což nám připadá škoda, jinak je to pěkně zpracované.

2.1.7 Prodos



Obrázek 2.6: Sken stránek z učebnic od nakladatelství Prodos

Tato učebnice zajímavě kombinuje oba přístupy. Nejprve vysvětlí vznik sil pomocí Lorentzovy síly, následně ale ukazuje motor se dvěma cívkami a otáčení vysvětluje pomocí vzájemného působení magnetických polí. Je zajímavé si uvědomit, že pokud bychom si rozkreslili síly na cívku, která je zapojena způsobem jako na obrázku, zjistíme, že moment síly by cívku otáčel kolem své osy, která je ovšem uvnitř jádra, ke kterému je cívka připavněna a tedy pohybu brání. Vysvětlení otáčivého pohybu elektromotoru jako je na obrázku pomocí Lorentzovy síly selhává a je nutný přístup magnetického momentu.

Učebnice ale toto rozdělení nedělá, naopak navozuje dojem, že spolu tyto dva jevy souvisí.

Technický popis elektromotoru je pouze na velmi základní úrovni, využití spíše naznačuje.

2.2 Učebnice pro střední školy

2.2.1 Učebnice ELUC

Online učebnice ELUC Palla and Opl (2015) je projektem Olomouckého kraje. Téma stejnosměrných elektromotorů je zařazeno v kapitole stejnosměrných strojů, ve které jsou i dynamika a transformátory.

Stejnosměrné elektromotory probírá více z praktického hlediska, zabývá se motory, které mají v kotvě vícero cívek, zabývá se více technickými detaily, jako je průběh proudu při komutaci, reakci kotvy, nebo řízením otáček. Pro účely této práce je nejvíce zajímavá kapitola motory, která se zabývá charakteristikami motorů v závislosti na druhu buzení.

Princip motorů vysvětluje na základě Lorentzovy síly.

Tato učebnice působí velmi dobrým dojmem, informace v ní jsou přehledné a na vhodné úrovni. Její využitelnost na gymnáziích je pro technické detaily a zaměřenost na praktičnost téměř minimální.

2.2.2 SŠE Na Jizdarne

Učebnice Vavříňák (2006) Ostravské střední školy elektrotechnické Na Jízdárně je značně obsáhlá a komplexní. Princip elektromotoru odvozuje ze vzájemného vlivu dvou magnetických polí (jedno vnější, jedno cívky v kotvě). Matematicky to trochu popisuje, ale neodvozuje ze známých vztahů, respektive je nepropojuje s fyzikální teorií.

Opět se více věnuje různým typům vinutí a technickým detailům, nicméně dobře odvozuje vlastnosti motorů s různými typy buzení.

2.3 Shrnutí

2.3.1 Základní školy

Je vidět, že se toto téma v učebnicích probírá na různých úrovních a z různých stran. Některé učebnice kladou více důraz na reálné využití, jiné více na fyzikální princip. Některé informace rovnou předávají, jiné dávají prostor žákům, aby si na ně přišli sami. V některých je mnoho informací, v jiných se třeba úplně přeskočí. Někdy se zařazuje za téma indukce, jindy před.

Vzhledem k různosti žáků a jejich budoucích profesí je vhodná určitá kombinace obou přístupů. Myslíme si, že je nejlepší začít principem, který lze ukázat na jednoduchých obrázcích, nebo pomocí appletu nobsy (2018), následně je vhodné dodat i některé zajímavé informace ze strojírenství a ze života, ukázat obrázky reálných strojů.

Zároveň upřednostňujeme téma stejnosměrných elektromotorů, zvláště na základní škole, neboť jejich porozumění střídavému proudu, navíc o vícero fázích, není na dostatečné úrovni, aby plně porozuměli třífázovému asynchronnímu motoru, zato stejnosměrnému ano.

2.3.2 Střední školy

Učebnice pro střední odborné školy jsou jistě na vyšší úrovni než základní školy, ale i tyto se liší způsobem vysvětlení fungování motorů. Jsou více zaměřené na technické vlastnosti a ovládání elektromotorů než na didaktický přínos.

Je to samozřejmě pochopitelné, neboť jsou určeny pro žáky, kteří získané znalosti budou používat v zaměstnání, nicméně si myslíme, že i tyto učebnice by užily toto téma hlouběji teoreticky probrat a zamyslet se nad odvozením hlouběji.

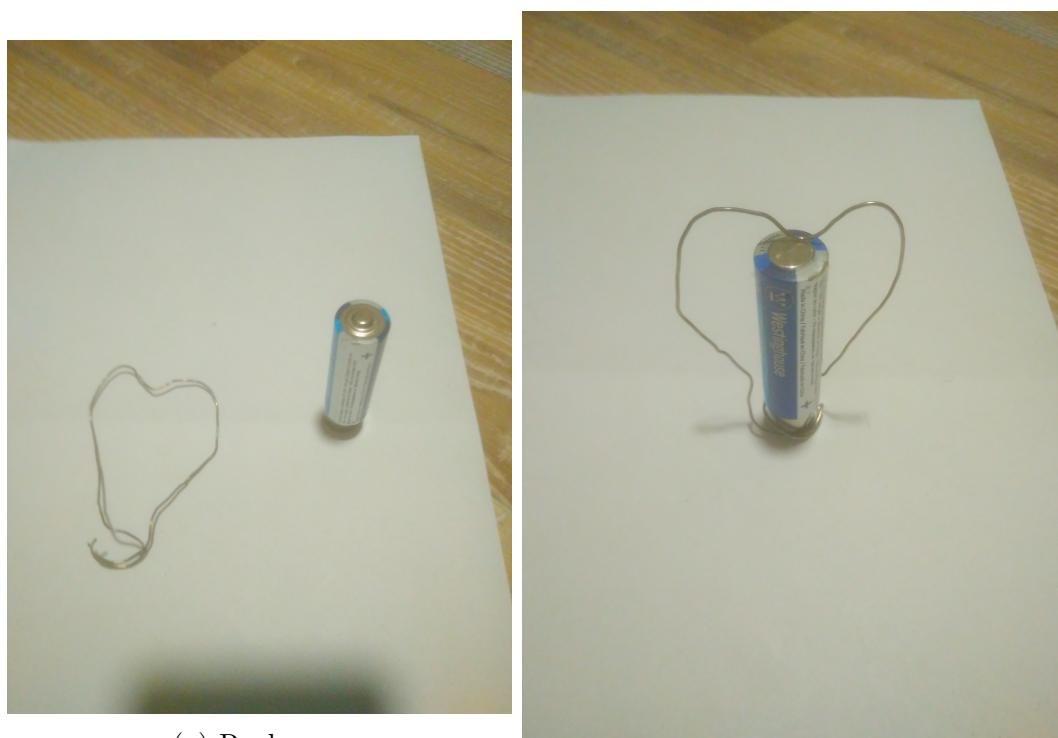
3. Praktická část

Cílem praktické části bylo vyzkoušet několik jednoduchých elektromotorů využitelných na základní škole, ale i na gymnáziích. Dále prozkoumat vybrané elektro stavebnice obsahující elektromotor a použít je k ověření závislosti otáček derivačního elektromotoru na napětí zdroje.

Dále vytvořit interaktivní applet v Geogebře, který umožňuje detailně porozumět principu činnosti trojdrážkového elektromotoru z uvedených stavebnic.

3.1 Jednoduché elektromotory

Jedním z nejjednodušších elektromotorů je homopolární elektromotor, který se skládá pouze z tužkového monočlánku, vodiče a magnetu. Jako vodič jsme použili snadno tvarovatelnou cínovou pájku.



(a) Rozložený

(b) V pohybu

Obrázek 3.1: Homopolární elektromotor

Tento elektromotor funguje na základě Lorentzovy síly. Vodiče se nacházejí v magnetickém poli magnetu a jelikož jimi protéká proud, působí na ně síla. Podrobněji byl princip vysvětlen v teoretické části. Výhodou experimentu je jednoduchost sestavení, nevýhodou je, že vodič odskakuje.

Jiné jednoduché elektromotory, kdy samostatná cívka rotuje v magnetickém poli, fungují na základě Lorentzovy síly a setrvačnosti, díky které zde komutátor vůbec není zapotřebí. Pohyb cívky se pak skládá ze dvou částí, kdy v první na ní působí síla a ve druhé jí vůbec neprotéká proud a cívka se pohybuje pouze setrvačností.

Jeden z nejjednodušších elektromotorů je takový, jaký byl ukázán v učebnici Lustigová (1999), kdy se cívka z lakovaného drátu, kde jedna polovina lakování byla na koncích vodičů seškrábnuta, položí do vypilovaných drážek v plíšcích ploché baterie.



(a) Rozložený



(b) V pohybu

Obrázek 3.2: Jednoduchý elektromotor podle Lustigová (1999)

Tento pokus je užitečný pro svou jednoduchost a využitelnost žáky, nicméně je nutné drát často různě upravovat, při vyšších otáčkách vyskakuje z vypilovaných drážek a vzhledem k délce kontaktů baterie je nutné mít cívku velmi úzkou, aby se nezarážela o plastový kryt baterie. Dále musí být blízko magnetu, o který se také může zasekávat. Navíc jsou zapotřebí obě ruce, kde jedna drží baterii s cívkou a druhá magnet. Další nevýhodou je, že ploché baterie nejsou tak dostupné jako monočlánky typu AA nebo AAA, což může být pro žáky, zvláště ty mladší, překážkou.

Rozhodli jsme se tyto nevýhody alepoň částečně eliminovat a postavit sice mírně komplikovanější elektromotor ale takový, do kterého by se daly zapojit tužkové monočlánky, cívka ani magnet by se nemusely držet a vše by bylo snadno sestavitelné.

Inspirovali jsme se Tutorial and BassTest (2019). Použili jsme karton, spínací špendlíky, tužkovou baterii, neodymový magnet a cívku z lakovaného drátu.



(a) Jednoduchý elektromotor



(b) Jednoduchý elektromotor zespod

Obrázek 3.3: Jednoduchý elektromotor na základě Tutorial and BassTest (2019)

3.2 Elektro stavebnice Merkur

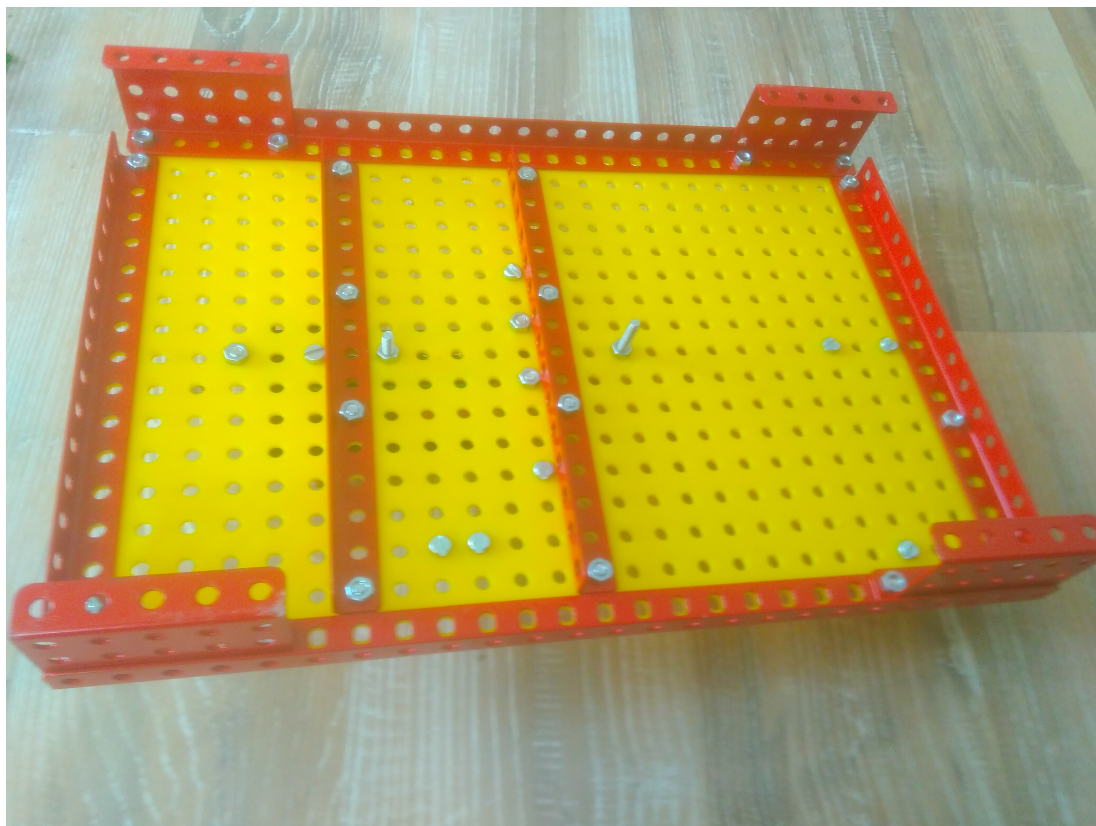
Jednou z dostupných stavebnic jak pro učitele, tak pro žáky je stavebnice MERKUR E1, která obsahuje experiment s elektromotorem. Cílem této části bylo motor sestavit, ověřit kvalitu a použitelnost stavebnice ve výuce a to jak z pohledu učitele, tak žáka.

Elektromotor ve stavebnici se skládá z kotvy, která je ze tří cívek, které jsou již připájené ke komutátoru. Vnější pole lze vytvořit buď pomocí dodaného permanentního magnetu, nebo budící cívky s jádrem. K této cívce se přišroubují dva plíšky plnící funkci magnetického obvodu.



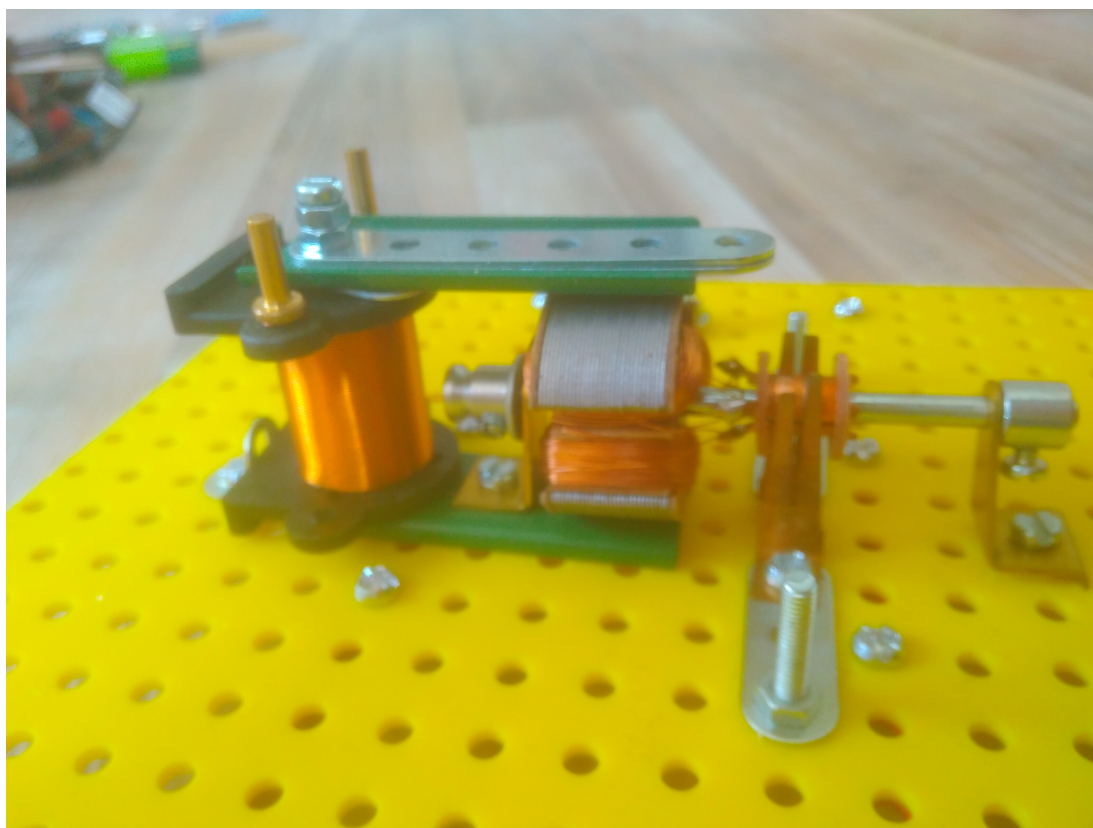
Obrázek 3.4: Díly elektromotoru ze stovebnice Merkur

Vše se montuje na plastovou desku, která je zpevněna kovovými součástkami. V návodu je doporučené rozvržení, ale ze zkušenosti doporučujeme zpevnit desku více, protože i po doporučeném zpevnění se deska prohýbala a hřídel motoru se občas vzpříčila a zadržávala. Na obrázku 3.5 je ukázáno naše zpevnění, v návodu byly pouze díly po obvodu desky.



Obrázek 3.5: Zpevnění základního dílu

Stavěli jsme motor buzený cívkou. Sestavili jsme jak motor paralelní, tak sériový. Ve stavebnici jsou dlouhé šroubky, které jsou určeny jako kontakty, ale se svorkami dodaných vodičů nesedí úplně přesně a občas se kontakt přerušoval.



Obrázek 3.6: Elektromotor sestavený z elektro stavebnice Merkur

Trochu nás překvapilo, že motor od renomované firmy Merkur nebyl vyrobený zcela přesně, stávalo se, že při přílišném dotažení šroubků u magnetického obvodu byly destičky příliš nízko a drhly o otáčející se kotvu. Kvůli tomu bylo nutné plíšky podložit několika podložkami, což zase zapříčinilo velkou vzduchovou mezeru mezi kotvou a magnetickým obvodem.

Očekávali jsme snadné a rychlé sestavení, vhodné například do semináře pro menší skupinu dětí, a ačkoliv by to možné bylo, je zde mnoho detailů, které celé sestavení může velmi zdržet. Pokud například nesedí podložka, je často nutné rozebrat celý motor, jelikož jeden šroubek drží vše a kotvu je mnohdy nutné vyndat, jelikož překáží. To celou práci může dost zdržet. V hodinách by mohly nastat situace, kdy jedna skupinka má práci hotovou za pár minut, jelikož na žádný problém nenarazila, a jiná motor do konce hodiny nestihne postavit, jelikož musela stále něco upravovat a seřizovat.

Nejlepší využití této stavebnice je pro jednotlivce, který si elektromotor v klidu sestaví doma, a má dostatek času si veškeré detaily promyslet a vyzkoušet. Jako učební pomůcka, kterou si učitel doma sestaví a ve škole ji použije, je stavebnice vhodná.

3.3 Elektro stavebnice Jiskra

Stavebnice Merkur má vícero nevýhod, některé z nich jsou: nekvalitní magnetický obvod budící cívky, velké mezery mezi rotorem a statorem (případně drhne), neefektivní geometrie a mnoho součástí, které k sobě nemusí sedět úplně

přesně. Tyto nevýhody nejsou přítomny ve starší československé stavebnici od firmy Jiskra Pardubice.

Pro omezení vířivých proudů se kotva i magnetický obvod skládají z plechů. Je nutné je složit a sešroubovat, v případě kotvy zpevnit drátem.



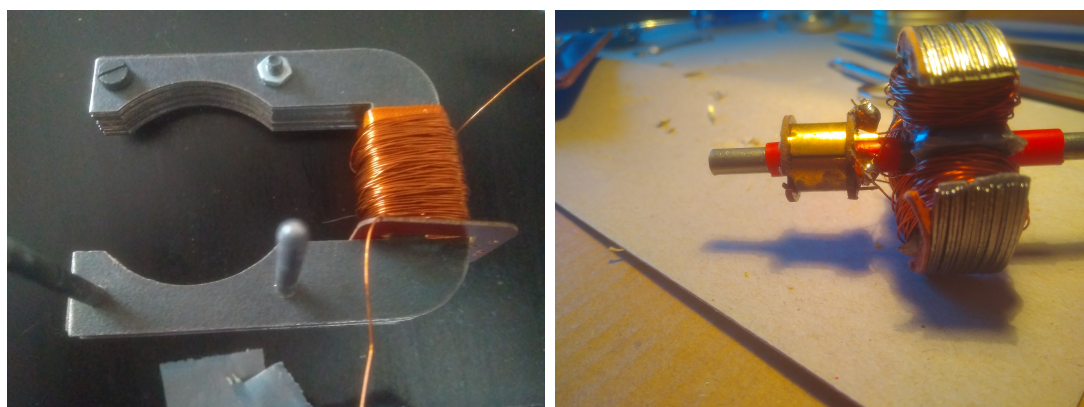
(a) Plechy magnetického obvodu

(b) Plechy pro kotvu

Obrázek 3.7: Základní součástky pro stavebnici Jiskra

Díry magnetického obvodu byly vzhledem k tyčím, kterými se pak připevnili k dřevěné podložce velmi úzké a díry na sebe nenavazovaly zcela přesně. Abychom tyčky dostali do plechů, museli jsme vynaložit značné úsilí a v některých případech bylo nutné použít kladivo.

Komutátor byl také v rozložené formě, bylo nutné jednotlivé lamely umístit do dírek v kartonových kolečkách a nasadit na hřídel. Cívky kotvy jsme připájeli ke komutátoru a vše upevnili.

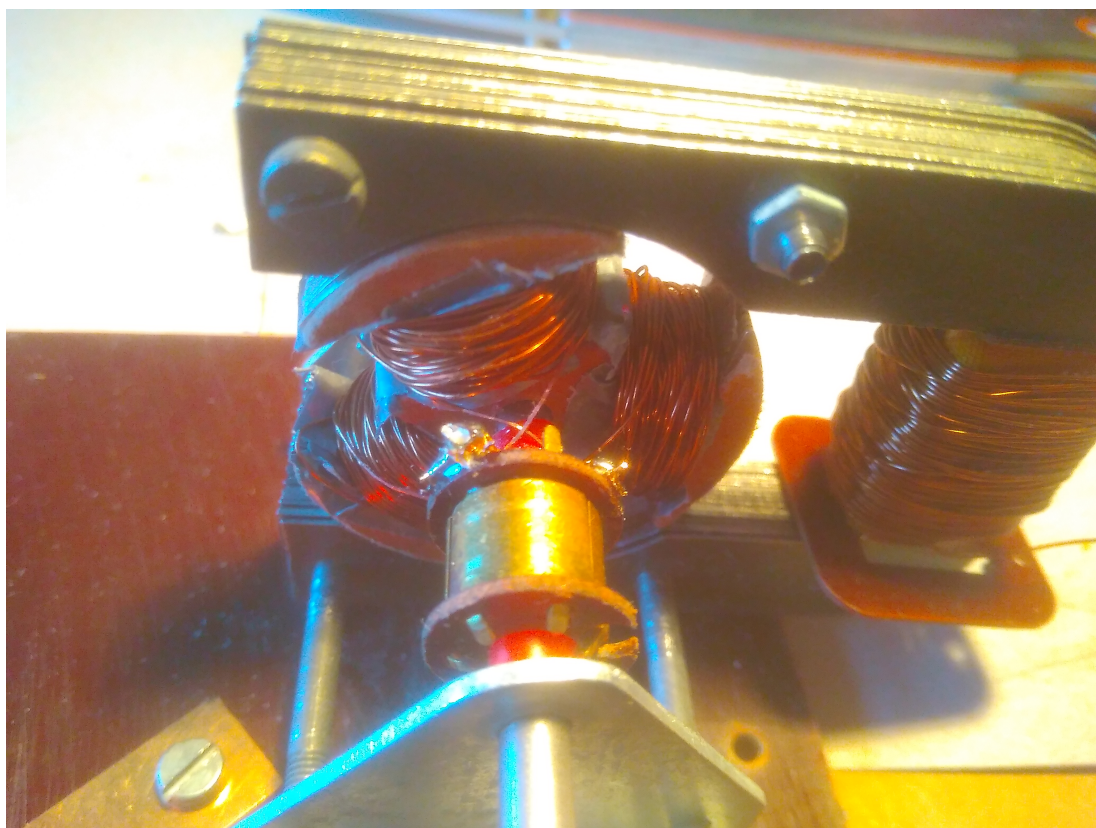


(a) Navinutá budící cívka

(b) Sestavená a namotaná kotva

Obrázek 3.8: Sestavený rotor a stator

Abychom otestovali jak sériové, tak paralelní zapojení kotvy a budícího vinutí, zapojili jsme kontakty kotvy a budícího vinutí tak, abychom snadno změnili způsob zapojení pouhým přesunem vodivých plíšků.



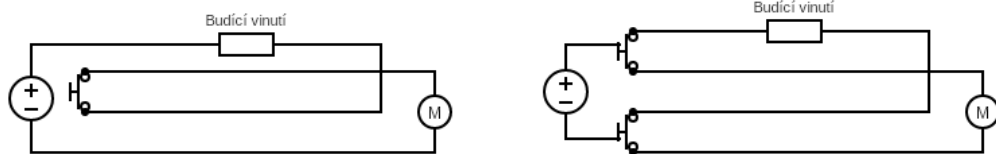
Obrázek 3.9: Detail elektromotoru sestaveného z elektro-stavebnice Jiskra



(a) Kotva a budící vinutí v sérii

(b) Kotva a budící vinutí paralelně

Obrázek 3.10: Sériové a paralelní zapojení kotvy a budícího vinutí



(a) Kotva a budící vinutí v sérii

(b) Kotva a budící vinutí paralelně

Obrázek 3.11: Schéma sériového a paralelního zapojení kotvy a budícího vinutí

Při prvním sestavení se motor neotáčel, později jsme pomocí multimetru zjistili, že mezi lakovanými vodiči a magnetickým obvodem kotvy je vodivé spojení, stejně tak i mezi budící cívkou a tělem statoru. Jelikož je konstrukce sestavená tak, že tělo kotvy a statoru jsou vodivě spojeny, docházelo ke zkratu a motor se neotáčel.

Bylo nutné izolovat od plechů, domníváme se, že lak se poškodil až při namotávání o samotné plechy. Budící vinutí jsme izolovali voskovaným papírem obsaženým ve stavebnici a kotvu pouze lepící páskou.

Při dalších testech motor již fungoval, avšak pouze při sériovém zapojení, při paralelním zapojení se kotva zastavila v poloze s jedním ramenem kolmo nahoru nebo dolů (kde byl severní a jižní pól budícího pole).

Při podrobnějším prozkoumání a porovnání s appletem v Geogebra (viz níže) jsme zjistili, že komutátor je natočený cca o 5° špatně, což stačilo k tomu, aby v kritické okamžiky tekla kotvou proud "španým" směrem, tedy takovým, kdy se moment síly nezměnil tak, jak měl. Po opravě motor fungoval jak při sériovém, tak při paralelním zapojení.

Domníváme se, že při sériovém zapojení to fungovalo z toho důvodu, že proud budícím vinutím byl závislý na proudu kotvou a v kritické chvíli menší a motor tak mohl pokračovat setrvačností.

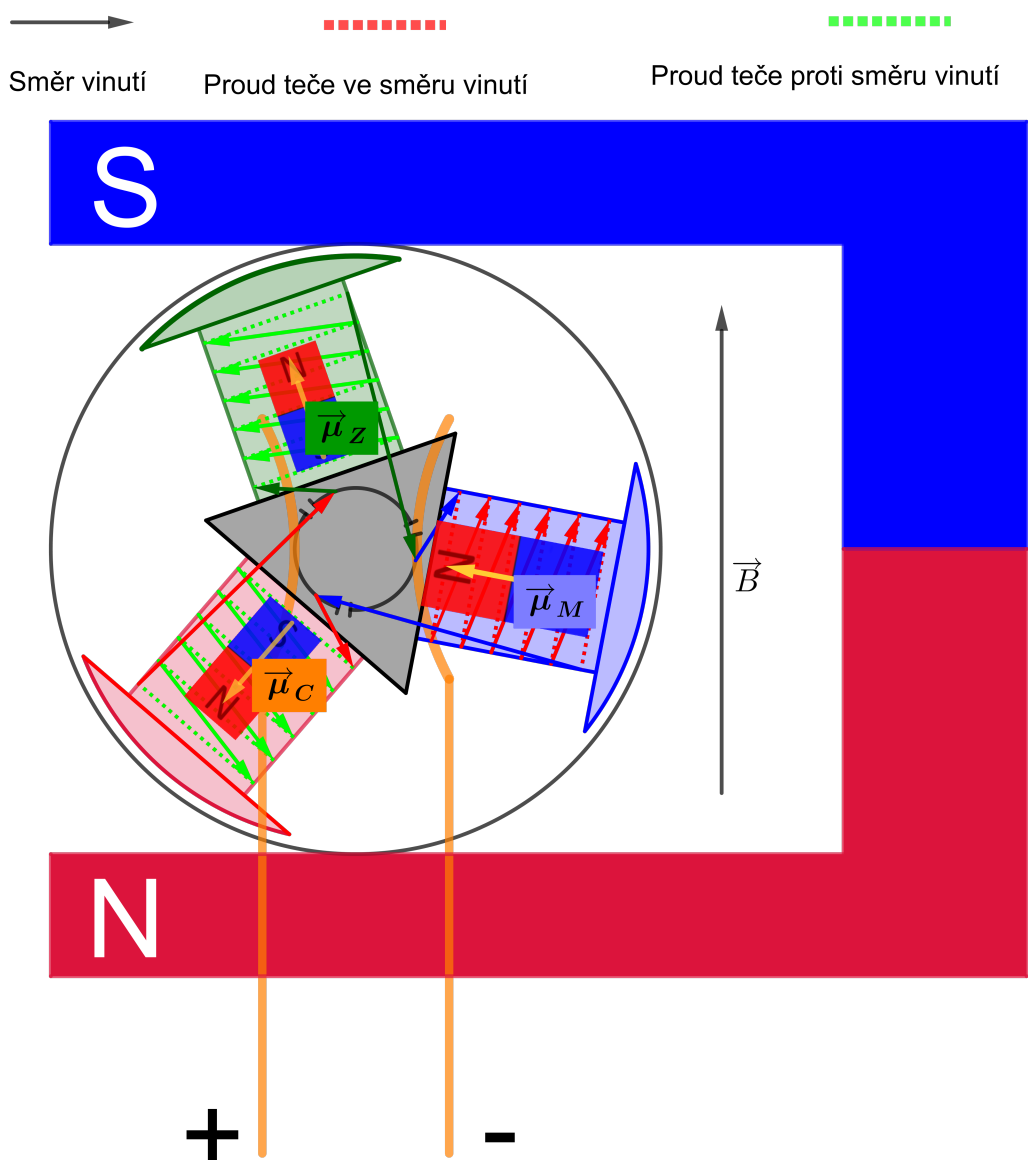
Ve výsledku tento motor fungoval daleko lépe a spolehlivěji než motor od Merkuru, byl přesnější a nebyl problému se zkratem, bylo by i rychlejší sestavení. Merkur má ale tu výhodu, že kromě elektromotoru v něm byly i další pokusy z elektromagnetismu, což tato stavebnice neumožňuje. Navíc v tuto chvíli je dostupná pouze od soukromých vlastníků. Podobná stavebnice, která by měla přesněji vyrobené plechy a nebylo by na sestavení potřeba takové síly, by mohla být vhodná i do praktik do školy.

3.4 Applet v programu Geogebra

Abychom my i žáci měli lepší představu o tom, co se děje ve stejnosměrném elektromotoru během otáčení kotvy, vytvořili jsme v aplikaci Geogebra applet. Vše je v něm vymodelováno na základě motoru ze stavebnice Jiskra Pardubice. Applet je pro třídrážkový motor (s kotvou se třemi cívkami) včetně komutátoru. Applet je interaktivní, stačí hýbat posuvníkem a kotva se začne otáčet. V modelu je znázorněno, jakým směrem tečou proudy v cívkách a magnetické momenty jednotlivých cívek. Momenty i proudy mění směr v závislosti na tom, jak jsou cívky připojeny v danou chvíli ke komutátoru. Momenty navíc mění i svou velikost.

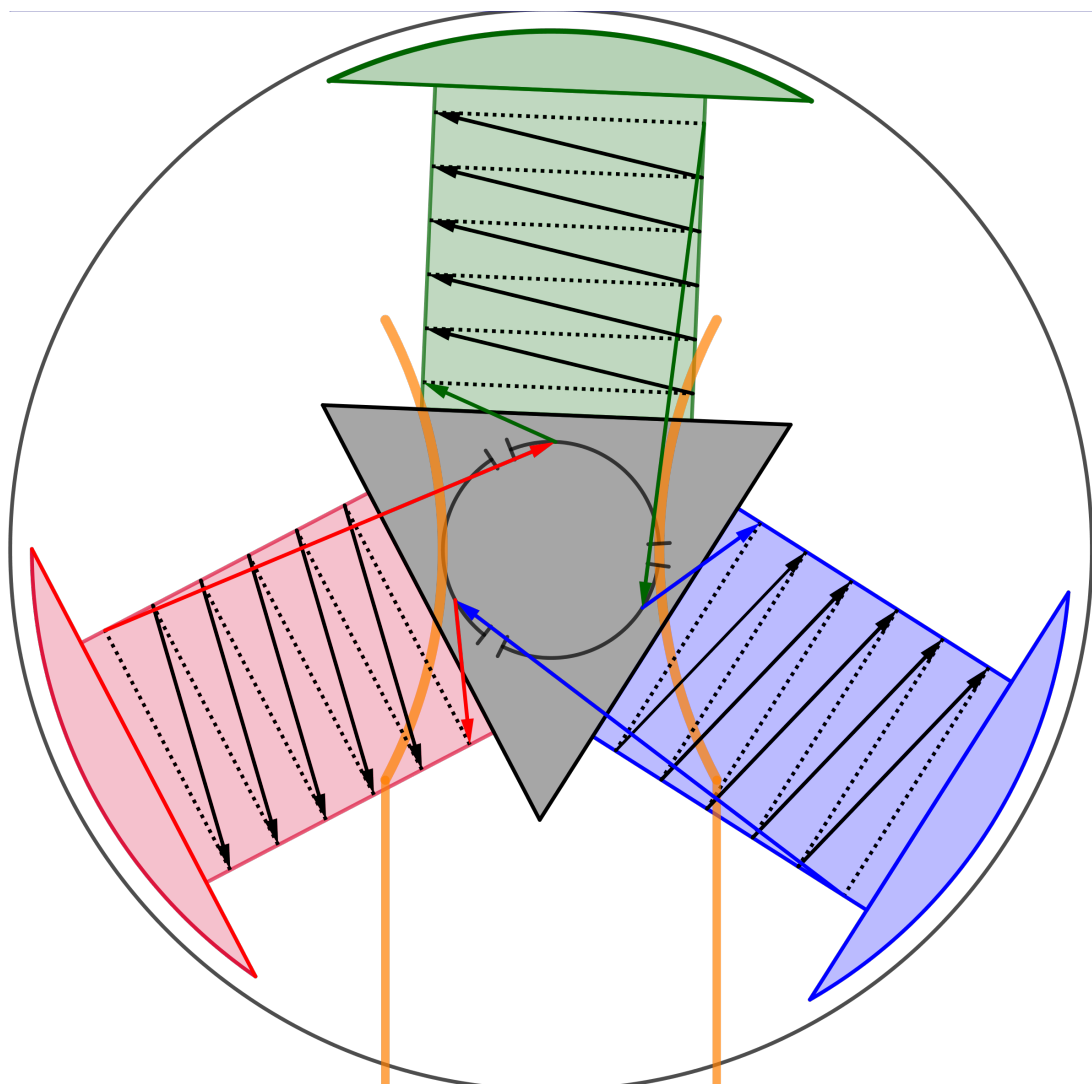
Princip elektromotoru budeme ukazovat pomocí vzájemného působení elektromagnetu a permanentního magnetu. Vnitřní magnetický moment cívek symbolizujeme pomocí obrázků magnetů, které doplňujeme vektory pokud má magnetický moment větší velikost, je obrázek i vektor větší.

Jelikož se jedná o applet, který má ukazovat princip, použili jsme jako zdroj vnějšího magnetického pole permanentní magnet.



Obrázek 3.12: Applet v programu Geogebra

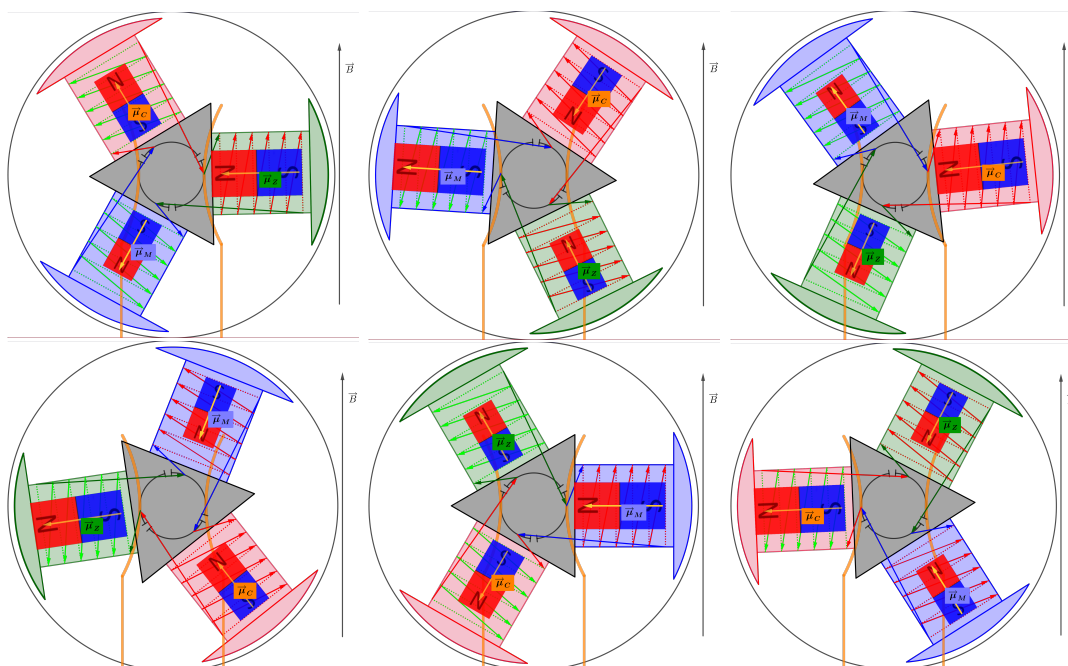
Pro zpřehlednění přikládáme i detail kotvy v poloze, kdy mezi lamelami a kartáčem není kontakt.



Obrázek 3.13: Detail kotvy

Jednotlivé fáze otáčení jsou ukázány na následujících obrázcích, střídají se dvě základní fáze. V první je paralelní cívka napravo od komutátoru, její magnetický moment ukazuje ke hřídeli a cívky v sérii jsou nalevo, magnetické momenty ukazují od hřídele. V druhé fázi je paralelní cívka nalevo, její magnetický moment ukazuje od hřídele a cívky v sérii jsou napravo, jejich magnetický moment ukazuje ke hřídeli.

Pro všechny fáze platí, že pokud je cívka nalevo od komutátoru, ukazuje její magnetický moment od hřídele, pokud je napravo, ukazuje k ní.

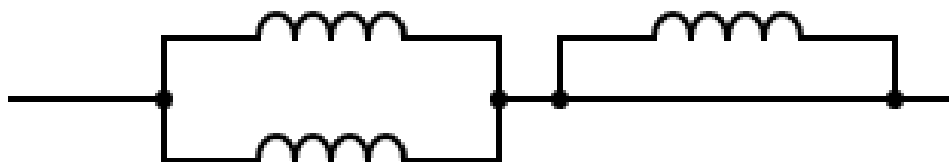


Obrázek 3.14: Průběh otáčení kotvy (po směru hodinových ručiček)

3.4.1 Nepřesnost appletu

Model obsahuje jednu nepřesnost a sice že v bodech, kdy je mezera mezi komutátory přímo proti kartáčům, se model chová, jako kdyby nebyl kontakt nikde. V realitě vzniká jsou s kartáčem vodivě spojeny obě blízké lamely. Kotva je v poloze jako je na obrázku 3.13.

Kotva pak je zapojena podle následujícího schématu, kde na volných koncích vodiče jsou kartáče komutátoru:



Obrázek 3.15: Schéma při zapojení dvou lamel současně

Povšimněme si, že jedna cívky je zkratovaná a proud prochází paralelně zbylými cívkami. Na obrázku 3.13 odpovídá zkratovaná cívka zelené cívce a zbylými dvěma cívkami prochází proud a působí na ně síla. Tedy i v tento moment by měla kotva tendenci se otáčet. K tomuto jevu však dochází pouze v krátkém intervalu a applet by to učinilo zbytečně složitým a nepřehledným, proto jsme zvolili tuto mírnou nepřesnost.

3.5 Závislost rychlosti otáčení na napětí pro derivační elektromotor

3.5.1 Teoretická závislost

Vzhledem k tomu, že zdroje napětí jsou ve škole dostupnější než zdroje proudu a při experimentech jsme si všimli, že rychlost otáčení na napětí zřejmě závisí, rozhodli jsme se tuto závislost proměřit a porovnat s teoretickou předpovědí.

Pro teoretickou předpověď budeme vycházet ze vztahu uvedeného na straně 84 v Vavříňák (2006):

$$\omega = \frac{U}{C_1\Phi} - \frac{R_a}{C_1^2\Phi^2}M_h, \quad (3.1)$$

kde ω je úhlová rychlost kotvy, U je napětí zdroje, C_1 konstanta stroje, Φ magnetický indukční tok kotvou vytvořený budící cívkou, R_a je elektrický odpor kotvy a M_h je moment síly působící na kotvu (zátěž).

Vzhledem k tomu, že budící vinutí je připojeno ke stejnému zdroji jako kotva, bude i Φ přímo úměrné napětí zdroje ($\Phi \sim I \sim U$):

$$\Phi = C_2U, \quad (3.2)$$

kde C_2 je další konstanta stroje. V případě nulové zátěže, byla by úhlová rychlost konstantní, respektive závisela by pouze na konstrukci stroje a nikoliv na napětí zdroje:

$$\omega_0 = \frac{U}{C_1C_2U} = \frac{1}{C_1C_2} \quad (3.3)$$

Čím menší bude zátěžový moment, tím menší bude i druhý člen a tím "konstantnější" bude závislost rychlosti otáčení na napětí. Ve skutečnosti se ovšem k nulové zátěži nelze dostat (například kvůli tření kartáčů na komutátoru), budeme tedy proměřovat závislost 3.1.

Nejprve do ní dosadíme za Φ :

$$\omega = \frac{U}{C_1C_2U} - \frac{R_a}{C_1^2(C_2U)^2}M_h = \frac{1}{C_1C_2} - \frac{R_aM_h}{(C_1C_2)^2} \cdot \frac{1}{U^2} \quad (3.4)$$

V našem případě budeme měřit počet otáček za vteřinu, resp. frekvenci:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi C_1C_2} - \frac{R_aM_h}{2\pi(C_1C_2)^2} \cdot \frac{1}{U^2} = C_3 - C_4 \cdot \frac{1}{U^2}, \quad (3.5)$$

kde C_3 a C_4 jsou další konstanty stroje.

Způsob měření

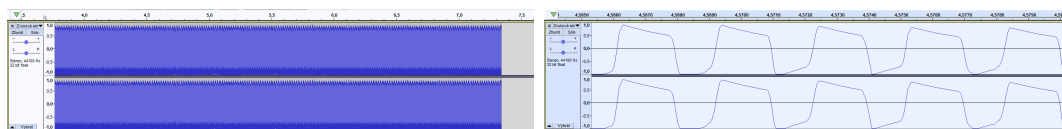
Jako zdroj napětí jsme použili standardní školní regulovatelný zdroj napětí.

Otáčky elektromotoru budeme měřit pomocí laserového ukazovátka, které svítí skrz větvu kotvy a jeho světlo dopadá na fotodiodu. Fotodioda je pomocí kabelu ze sluchátek připojena k mikrofonnímu vstupu zvukové karty počítače.

Ke zpracování signálu použijeme program Audacity, který provede frekvenční analýzu. Výsledek můžeme ověřit i tak, pomocí uběhlého času a počtu přerušení

laseru určíme frekvenci. Obě metody dávají přibližně stejné výsledky (liší se v jednotkách Hz, což je pravděpodobně způsobeno nepřesností výběru, t.j. lidskou chybou).

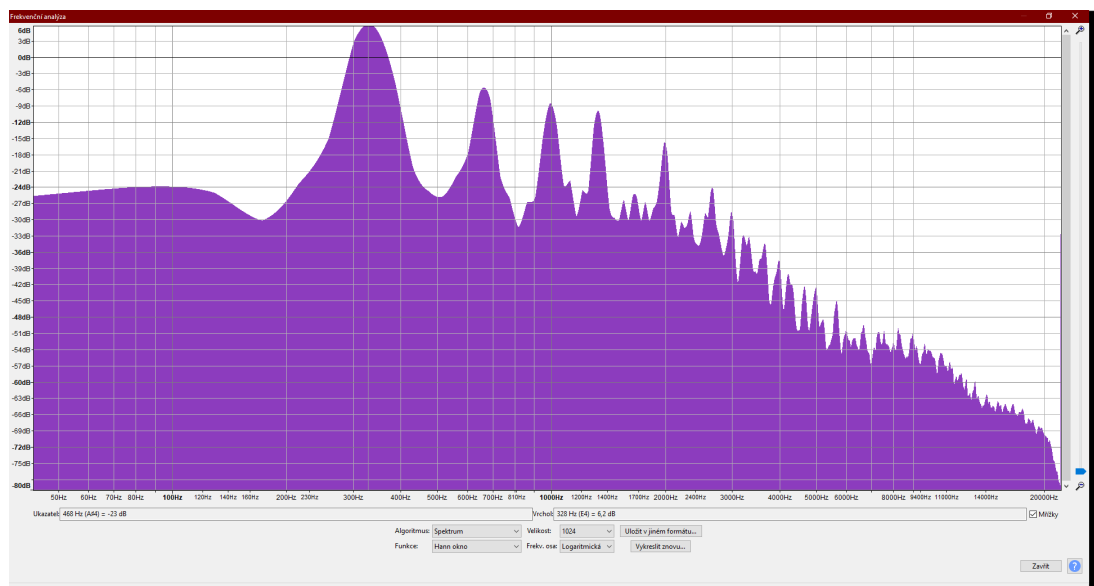
V našem měření jsme použili kotvu se třemi větvemi, což znamená, že pa-prsek laseru byl tedy za jednu otáčku přerušen třikrát. Měříme tedy třikrát větší frekvenci a pro určení frekvence je tak nutné výsledek vydělit třemi.



(a) Nahráný signál

(b) Přiblížení signálu

Obrázek 3.16: Zpracování signálu programem Audacity



Obrázek 3.17: Nástroj frekvenční analýzy

3.5.2 Výsledky měření

Naměřené hodnoty jsou zaneseny do tabulky 3.1. Jelikož program Calc, ve kterém byla data zpracována, neumožňuje proložit dané body závislostí $f = k - \frac{l}{x^2}$, kde k, l jsou reálné koeficienty. Pomohli jsme si tím, že jsme nejprve postavil $c = \frac{1}{U^2}$:

$$f = C_3 - C_4 \cdot c. \quad (3.6)$$

Tím jsme dostali lineární funkci, kterou již můžeme proložit v uvedeném programu a funkcí lineární regrese zjistit její koeficienty. Tato čísla jsou současně i koeficienty závislosti 3.5.

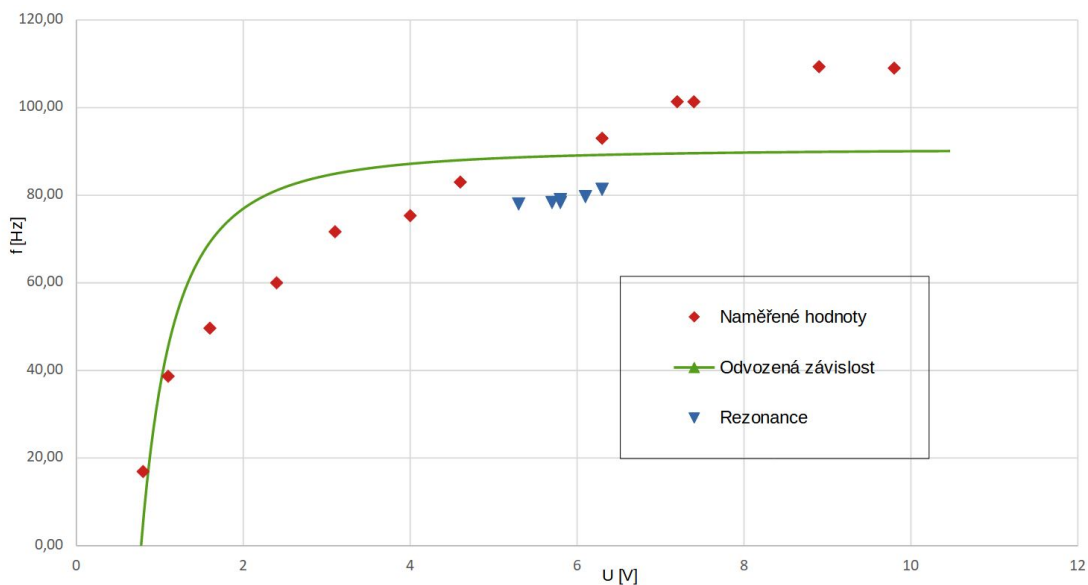
Pozoruhodným jevem je pokles hodnot pro oblast kolem napětí 6V. Při této hodnotě motor zřetelně vibroval a zdálo se, že dochází k rezonanci a motor tak ztrácí energii. Tyto hodnoty jsme do výsledné teoretické závislosti nezahrnovali.

Tabulka 3.1: Určení koeficientů pro teoretickou závislost

U [V]	$c = \frac{1}{U^2}$ [V ⁻²]	f [Hz]	$\frac{f}{3}$ [Hz]
0,8	1,563	50,8	16,93
1,1	0,826	116	38,67
1,6	0,391	149	49,67
2,4	0,174	180	60,00
3,1	0,104	215	71,67
4,0	0,063	226	75,33
4,6	0,047	249	83,00
6,3	0,025	279	93,00
7,2	0,019	304	101,33
7,4	0,018	304	101,33
8,9	0,013	328	109,33
9,8	0,010	327	109,00
$C_3 = 90,58$		$C_4 = 54,62$	
Rezonance			
5,3	0,036	234	78,00
5,7	0,031	235	78,33
5,8	0,030	235	78,33
5,8	0,030	237	79,00
6,1	0,027	239	79,67
6,3	0,025	244	81,33

Naměřené hodnoty jsme vložili do grafu a proložili grafem teoretické závislosti s rovnicí:

$$f_{teor} = 90,58 - \frac{54,62}{U^2} \quad (3.7)$$



Obrázek 3.18: Zavislost frekvence otáčení na napětí zdroje

Pozorujeme, že teoretická závislost nekopíruje naměřené hodnoty zcela přesně. Může to být způsobeno různými mechanickými vlastnostmi elektromotoru (speciálně komutátoru) při různých otáčkách. Pravděpodobnější však je nesprávný typ proložení závislosti.

Zkusili jsme proto nalézt experimentální závislost a jako vhodný kandidát se jevila rovnice typu $f(x) = k \cdot \ln(U) + l$. Budeme aplikovat obdobný postup jako výše. Dosadíme $c = \ln(U)$, proložíme lineární funkcí a dopočítáme koeficienty.

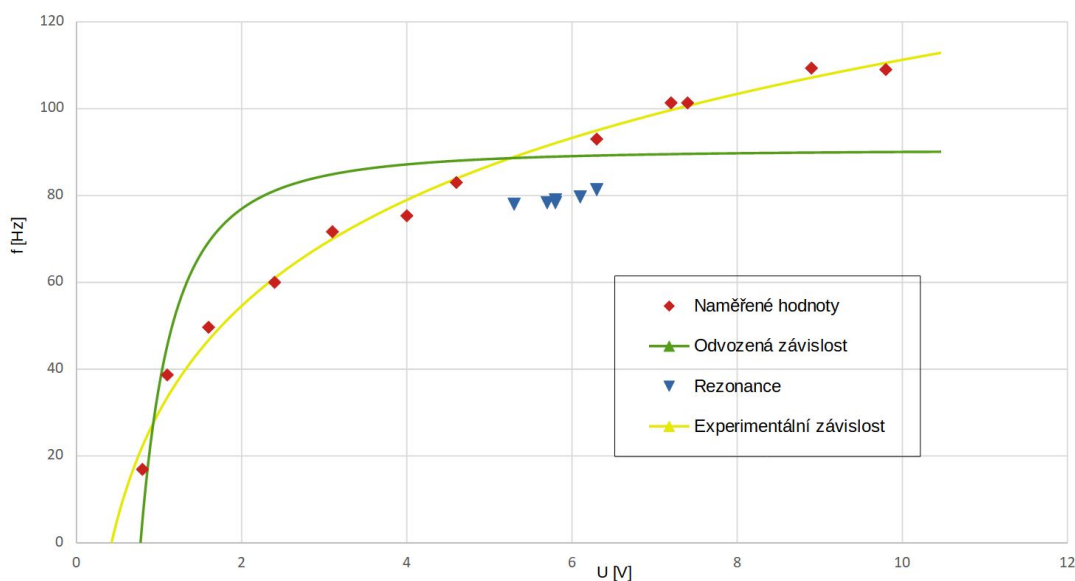
Výsledná funkce má tvar:

$$f_{exper} = 35,23 \cdot \ln(U) + 30,13. \quad (3.8)$$

Obě závislosti jsme spolu s naměřenými hodnotami ukazuje obrázek 3.19

Tabulka 3.2: Určení koeficientů pro experimentální závislost

U [V]	$\ln(U)$ [V^{-2}]	f [Hz]	$\frac{f}{3}$ [Hz]
0,8	-0,22	51	16,93
1,1	0,10	116	38,67
1,6	0,47	149	49,67
2,4	0,88	180	60,00
3,1	1,13	215	71,67
4,0	1,39	226	75,33
4,6	1,53	249	83,00
6,3	1,84	279	93,00
7,2	1,97	304	101,33
7,4	2,00	304	101,33
8,9	2,19	328	109,33
9,8	2,28	327	109,00
$k = 35,23$		$l = 30,13$	



Obrázek 3.19: Zavislost frekvence otáčení na napětí zdroje

Experimentální závislost sedí na naměřená data lépe, avšak nemáme pro ni žádné teoretické podložení. Proto jsme ji nazvali "experimentální", neboť její tvar byl pouze odhadnut z naměřených výsledků.

Závěr

Prvním cílem práce bylo zjistit, jak je téma stejnosměrných elektromotorů zpracováno na různých stupních vzdělávání, získané poznatky shrnout a případně doplnit.

Překvapivě jsme zjistili, že tímto tématem se zabývají pouze učebnice pro základní školy či průmyslové školy a různé výukové materiály technických vysokých škol, případně bakalářské a diplomové práce.

Pokud se učebnice pro vyšší stupně gymnázií tématem elektromotorů zabývaly, ty stejnosměrné vynechaly. Práci jsme se následně pokusili zacílit více na tuto mezeru.

Zajímavým zjištěním při procházení dostupných materiálů bylo, že i kvalitní učebnice schválené MŠMT, případně materiály pro studenty technických vysokých škol teoretický základ elektromotorů pouze naznačily, různé nepřesnosti nahradily konstantami strojů a téměř okamžitě přešly k technickým detailům a měřením.

Tento nedostatek jsme se (s inspirací z jiných zdrojů netýkajících se elektromotorů) pokusili v teoretické části alespoň zčásti odstranit a navrhli jsme nový přístup k této problematice.

V praktické části jsme vyzkoušeli několik experimentů pro různé úrovně vzdělávání, vytvořili applet v programu Geogebra, který studentům, ale i vyučujícím pomůže tématu stejnosměrných elektromotorů porozumět. Praktickou část jsme zakončili experimentálním měřením, které by ve vhodné třídě šlo aplikovat v hodinách fyzikálních praktik.

Vytvořený applet v programu Geogebra se ukázal jako vhodný a ilustrativní nástroj, který umožňuje detailně pochopit činnost trojdrážkového elektromotoru. S těmito elektromotory se můžeme setkat v různých předmětech denní potřeby jako jsou různé domácí spotřebiče či hračky.

V závěru praktické části jsme vyzkoušeli měření závislosti otáček na napájecím napětí pro námi sestavený paralelní (derivační) elektromotor. Výsledky měření zcela neodpovídaly teorii, bylo by jistě vhodné toto téma hlouběji zkoumat.

Seznam použité literatury

- Jiří Zoufalý. Elektrické stroje a přístroje. Online, 2016. URL https://projekty.osu.cz/irp2016/Elektricke_stroje_a_pristroje-elearning.pdf.
- Zdeňek Broža. Magnetické pole přímého vodiče. Online, 2021. URL <https://reseneulohy.cz/2133/magneticke-pole-primeho-vodice>.
- Zdeňka Koupilová. Magnetické pole solenoidu. Online, 2019a. URL <https://reseneulohy.cz/451/magneticke-pole-solenoidu>.
- Zdeňka Koupilová. Magnetická indukce na ose kruhového závitu. Online, 2019b. URL <https://reseneulohy.cz/395/magneticka-indukce-na-ose-kruhoveho-zavitu>.
- Jaroslav Reichl and Martin Všeticka. Magnetické pole cívky. Online, 2006. URL <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/290-magneticke-pole-civky>.
- Václav Vrána and Stanislav Kocman. Stejnoseměrné stroje. Online, 2004. URL https://fei1.vsb.cz/kat420/vyuka/Bakalarske_FS/prednasky/sylab_stejnosmernestroje_bcFS.pdf.
- Miloš Palla and Miroslav Opl. Elektronická učebnice - ELUC, Stejnoseměrné stroje. [online], 2015. URL <https://eluc.ikap.cz/verejne/lekce/765>.
- Vyčítal Jaroslav. Řízení rychlosti otáček motoru. Master's thesis, Vysoké učení technické v Brně, 2012. URL https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=68159.
- R. Nave. Dc motor operation. Online, 2016. URL <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/motdc.html#c4>.
- Jan Šálek. Řízení stejnosměrného motoru. Master's thesis, Vysoké učení technické v Brně, 2014. URL https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=82672.
- Wikipedie. Stejnoseměrný motor. Online, December 2021. URL https://cs.wikipedia.org/wiki/Stejnoseměrný_motor.
- Jiří Bohuněk. *Fyzika pro 9. ročník základní školy*. PROMETHEUS, spol. s.r.o., 2014.
- Arnošt Míček and Roman Kroupa. *Fyzika IV: pro školy se základním vzděláváním*. Brno: Tvořivá škola, 2013.
- Zdena Lustigová. *Fyzika pro 8. a 9. ročník základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií*. Fortuna, 1999. ISBN 80-7168-642-5.
- Karel Rauner, Václav Havel, and Miroslav Randa. *Fyzika 9: pro základní školy a víceletá gymnázia*. Nakladatelství Fraus, s.r.o., 2013.

- Roman Kubínek, Lukáš Richterek, and Renata Holubová. *Fyzika IV*. Olomouc: Prodos, 2017.
- Pavla Enevořová and Kristýna Kaplanová. *Hravá fyzika 9*. Taktik International, s.r.o., 2021.
- Zdeňka Koupilová. Indukované napětí při otáčení kruhové smyčky. Online, February 2021. URL <https://reseneulohy.cz/62/indukovane-napeti-pri-otaceni-kruhove-smycky>.
- Zdeňka Koupilová. Výpočet silového momentu působícího na cívku vzhledem k její ose otáčení. Online, February 2019c. URL <https://reseneulohy.cz/69/vypocet-siloveho-momentu-pusobiciho-na-civku-vzhledem-k-jeji-ose--otaceni>.
- nobsy. Gleichstrom elektromotor. Online, 2018. URL <https://www.geogebra.org/m/gc8r3gda>.
- Petr Vavříňák. Elektrické stroje a přístroje. [online], 2006. URL https://www.sse-najizdarne.cz/dokumenty/studijni_materialy/elektricke_stroje_a_pristroje.pdf.
- Martin Doppelbauer. The invention of the electric motor 1800-1854. Online, 2022. URL <https://www.eti.kit.edu/english/1376.php>.
- Petr Vavříňák. Elektrické stroje - pohony. Online, 2013. URL https://www.sse-najizdarne.cz/projekty/roboti/dokumenty/v_prez_esp_8.pdf.
- M. Macháček. *Fyzika 9 pro ZŠ a víceletá gymnázia*. PROMETHEUS, spol. s.r.o., 2001.
- Tutorial and BassTest. Jak vyrobit elektromotor [hd]. Online, January 2019. URL <https://www.youtube.com/watch?v=IwTg9CX6QDU>.

Seznam obrázků

1.1	Některé typy kotev, převzato z Zoufalý (2016)	5
1.2	Vznik momentu síly v jednom závitu, převzato z Nave (2016) . . .	8
1.3	Princip otáčení motoru na základě vzájemného působení permanentních magnetů a elektromagnetu, převzato z Wikipedie (2021)	10
1.4	Zapojení cívek v kotvě	11
1.5	Jednotlivé fáze otáčení motoru	12
1.6	Různé polohy cívek kotvy	14
1.7	Průběh indukovaného napětí na cívkách	15
1.8	Průběh indukovaného napětí na komutátoru	15
1.9	Výsledné indukované napětí na komutátoru	15
1.10	Indukované napětí na komutátoru při vyšších otáčkách	16
1.11	Homopolární elektromotor	17
1.12	Schéma zapojení paralelního motoru, převzato z Vavříňák (2013) .	19
1.13	Závislosti pro motor s cizím nebo paralelním buzením, převzato z Palla and Opl (2015)	19
1.14	Schéma zapojení sériového motoru, převzato z Palla and Opl (2015)	20
1.15	Charakteristiky sériového elektromotoru, převzato z Palla and Opl (2015)	20
1.16	Schéma zapojení motoru se smíšeným buzením	21
2.1	Sken stránek z učebnic od nakladatelství Prometheus	22
2.2	Sken stránek z učebnic od nakladatelství Fraus	23
2.3	Sken stránek z učebnic od nakladatelství Tvořivá škola	24
2.4	Sken stránek z učebnic od nakladatelství Fortuna	25
2.5	Sken stránek z učebnic od nakladatelství Hravá fyzika	26
2.6	Sken stránek z učebnic od nakladatelství Prodos	27
3.1	Homopolární elektromotor	29
3.2	Jednoduchý elektromotor podle Lustigová (1999)	30
3.3	Jednoduchý elektromotor na základě Tutorial and BassTest (2019)	31
3.4	Díly elektromotoru ze stavebnice Merkur	32
3.5	Zpevnění základního dílu	33
3.6	Elektromotor sestavený z elektro stavebnice Merkur	34
3.7	Základní součástky pro stavebnici Jiskra	35
3.8	Sestavený rotor a stator	35
3.9	Detail elektromotoru sestaveného z elektro-stavebnice Jiskra . . .	36
3.10	Sériové a paralelní zapojení kotvy a budícího vinutí	36
3.11	Schéma sériového a paralelního zapojení kotvy a budícího vinutí .	37
3.12	Applet v programu Geogebra	38
3.13	Detail kotvy	39
3.14	Průběh otáčení kotvy (po směru hodinových ručiček)	40
3.15	Schéma při zapojení dvou lamel současně	40
3.16	Zpracování signálu programem Audacity	42
3.17	Nástroj frekvenční analýzy	42
3.18	Zavislost frekvence otáčení na napětí zdroje	44

3.19 Zavislost frekvence otáčení na napětí zdroje	45
---	----

Seznam tabulek

3.1	Určení koeficientů pro teoretickou závislost	43
3.2	Určení koeficientů pro experimentální závislost	45