



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

doc. RNDr. Václav Kučera, Ph.D.
Katedra numerické matematiky MFF UK
Sokolovská 83, 186 75 Praha 8
Tel.: 951 553 362
e-mail: kucera@karlin.mff.cuni.cz

Posudek vedoucího bakalářské práce

Práce: Vlastnost stínování v numerických metodách pro parciální diferenciální rovnice

Řešitel: Ondřej Brichta

Práce se zabývá základy teorie stínování (shadowing) v dynamických systémech a její aplikaci v numerických metodách pro evoluční parciální diferenciální rovnice. Aplikace teorie stínování by měla být zcela přirozenou součástí numerické analýzy, ovšem není tomu tak a podobných výsledků, jako je obsaženo v této práci je pomálu. Teorie stínování se zabývá situací, kdy nějaké zobrazení f generuje rekurentně posloupnost x_n a zároveň s tím je tato posloupnost (trajektorie) generována numericky, tj. za přítomnosti (např. zaokrouhlovacích) chyb – tzv. pseudotrajektorie. Základní věta teorie stínování pak říká, že za předpokladu tzv. hyperbolicity k nepřesně získané pseudotrajektorii existuje přesná trajektorie, která je stejnoměrně blízko této pseudotrajektorii pro všechna n . Tento pojem nám tedy říká, že numericky napočtené výsledky jsou relevantní, neboť odpovídají nějakému přesnému řešení daného problému. Toto je důležité zejména v simulaci chaotických dynamických systémů, kde podobné tvrzení není samozřejmostí a rozhodně neplyne ze standardních, např. apriorních, odhadů chyby.

Základní věta teorie stínování má technicky značně komplikovanou formulaci i důkaz. Kvůli hloubce a technické náročnosti není snadné udělat si intuitivní představu, proč by mělo něco takového platit a proč je relevantní vlastnost hyperbolicity zobrazení. Předložená práce se snaží celou teorii stínování motivovat a provést analýzu za zjednodušených předpokladů. Pak je situace výrazně jasnější a pochopitelná. Například to, že kontraktivní zobrazení by mělo mít vlastnost stínování je celkem intuitivně jasné, proč by ale mělo tuto vlastnost mít i expanzivní zobrazení (kdy je inverze kontraktivní), to už vůbec jasné není, v práci je to ovšem velmi pěkně zdůvodněno. Práce sbírá tyto základní tvrzení a základy teorie z různých zdrojů, zároveň ale vnáší vlastní přínos. Zejména je nutné ocenit elegantní explicitní konstrukci metriky, ve které je kontraktivní lineární zobrazení mající spektrum uvnitř jednotkového kruhu (důkaz Věty 11). Tuto elegantní konstrukci jsem nikde v literatuře nenašel, obvykle se značně technicky konstruuje přes Jordanův kanonický tvar, což ovšem není příliš kompatibilní s konstrukcí (pseudo)trajektorií.

Po rozebrání základů teorie stínování, je tato teorie aplikovaná na Dufortovo-Frankelovo schéma pro numerické řešení jednorozměrné rovnice vedení tepla. Tato analýza rozhodně není přímočará a vyžaduje řadu „triků“ při ověřování, že toto schéma skutečně má vlastnost stínování. Zde je potřeba ocenit důkladnost a náročnost analýzy obsažené v práci. Velice zajímavá je poznámka

úplně na konci, kdy je zdůvodněno, že numerické schéma může být stabilní a zároveň postrádat vlastnost stínování. To je překvapivé, protože povrchní interpretací předložené analýzy Dufort-Frankelova schématu by mohl člověk získat opačný dojem.

Ondřej Brichta prokázal během práce nadprůměrnou míru soběstačnosti a kreativity s tím, že musel nastudovat velké množství značně pokročilých a technických zdrojů, aby mohl vytvořit takto přehlednou práci. Mnoho chybějících technikálií musel doplnit, zcela obejít, či přijít s alternativními důkazy. Obzvláště si cením výše zmíněné explicitní konstrukce kontraktivní metriky a důkladné analýzy Dufort-Frankelova schématu. Práci považuji ze velice zdařilou a inovativní. **Práci doporučuji uznat jako bakalářskou.**

V Praze dne 7. 6. 2022

doc. RNDr. Václav Kučera, Ph.D.