

POSUDEK OPONENTA NA BAKALÁŘSKOU PRÁCI

Významné věty afinní geometrie

Lucie Kundratová

Předložená práce je věnována Meneláově větě, její historii a jejím důkazům v rámci afinní geometrie, souvislosti s větou Cevovou a nadhledu nad oběma větami formulovanému prostředky projektivní geometrie.

První kapitola je úvodní, jsou v ní shrnuty základní poznatky afinní a projektivní geometrie, které jsou v dalším textu potřeba.

Těžištěm práce je kapitola druhá. Obsahuje pět různých důkazů Meneláovy věty (a navíc důkaz obrácené implikace), důkaz Cevovy věty (a důkaz obrácené implikace). Souvislost obou vět je zdůrazněna důkazem Meneláovy věty na základě věty Cevovy a obráceně důkazem Cevovy věty z Meneláovy. Nakonec jsou dokázána příslušná tvrzení v rámci projektivní geometrie, na jejichž základě je pak dokázána věta Cevova i Meneláova.

Poslední kapitola obsahuje překlad latinského překladu začátku třetí knihy Meneláových Sférik, který autorka samostatně vypracovala a opatřila komentáři některých obtížných míst. Připojen je také rozbor původu Meneláovy věty, zřetelně je ukázáno, že musela být známa již dříve a Meneláos sám nebyl jejím objevitelem.

Celkové pojetí práce považuji za výborné: stručné shrnutí potřebné teorie, různorodé a zajímavé důkazy Meneláovy (a Cevovy) věty, souvislosti, nadhled pomocí projektivní geometrie, hluboký a zajímavý historický exkurz.

Obrázky jsou názorné, samostatně naryšované, dobře doplňují výklad. Text je vysázen v \TeX u, prohřešky proti typografii jsou relativně vzácné.

Problémem jsou však formulace. Mnoho problematických míst jsem zaznačil přímo do svázaného textu, který mi byl předložen k oponování. Na začátku práce je situace nejhorší, postupně se kvalita textu zlepšuje. Týká se to nejen gramatické stránky (nevhodná pořadí slov, chybné vazby, chybějící slova, čárky ve větách), ale i stránky matematické. Příklady uvádím níže.

- Moc se mi nelíbí definice 3, v níž je ztotožněna soustava souřadnic s afinní bází (repérem). Soustava souřadnic by měla být zobrazením, které je repérem jednoznačně určeno.
- Závěr definice 5 je matematickou větou.
- Závěr věty 7 je definicí. Barycentrické souřadnice jsou zde psány s transpozicí (na rozdíl od zbytku práce).
- V příkladu 8 je za barycentrickou soustavu souřadnic zvolen trojúhelník místo jeho vrcholů.
- Věta 9: zkratka pro lineární obal není vysvětlena.
- Věta 10: každou přímku v \mathbb{R}^2 lze vyjádřit v „kanonických souřadnicích jako“ $y = kx + q$. Jak je tomu s přímkami rovnoběžnými s osou y ?
- Definice 12 má formu věty.
- Definice 13: odkud se vzalo \mathbf{v} ?

- Definice 16 má formu věty. Identita se neřadí mezi stejnolehlosti (výhodnější je inkluzivní přístup ke klasifikaci).
- Důkaz lemmatu 20: na druhém řádku centrovaných formulí jsou souřadnice vektorů psány v hranatých závorkách, v následujícím textu jsou tyto vektory označovány jako body: *Rovnost platí po souřadnicích...*
- Definice 31: opět se báze nazývá soustavou souřadnic; při definování souřadnic bodu není uvedeno, vzhledem k jaké bázi tyto souřadnice jsou; navíc: *tyto souřadnice jsou dány až na násobek* (není vyloučen nulový násobek).

Tyto ukázky nepovažuji za zásadní, jsou snadno opravitelné, některé mohou být předmětem diskuse. V dalších kapitolách už je četnost matematických i gramatických potíží znatelně nižší.

V textu se vyskytuje jedna závažná chyba (definice 25 a lemma 26), která ovlivňuje komentář k důkazu 4. V definici 25 je definován orientovaný obsah trojúhelníku pomocí determinantu. Chybí zmínka o soustavě souřadnic, hodnota uvedeného determinantu na její volbě bohužel závisí, nezávislost lze zaručit např. volbou kladné ortonormální báze (což je za hranicemi afinní geometrie). V determinantu jsou napsány přímo vektory $B - A$ a $C - A$ (obojí z \mathbb{R}^2 , takže se může zdát, že je vše v pořádku), nikoli jejich souřadnice. Definice orientovaného obsahu trojúhelníku tedy není kvůli závislosti na volbě soustavy souřadnic korektní.

Důkaz lemmatu 26 stojí právě na této nekorektní definici. Jedná se o důkaz věty z článku [9], který autorka sama provedla tak, že *vychází čistě z definice orientovaného obsahu trojúhelníku a to je afinní pojem*. Bohužel, obsah pouze v rámci afinní geometrie definovat nelze.

Na definici 25 a lemmatu 26 je postaven čtvrtý důkaz Meneláovy věty. Ten je převzat z článku [9], který autorka naštěstí (myšlenkově) neupravovala, takže je vlastně prakticky v pořádku (to mne velmi potěšilo, byla by škoda přijít o nejhezčí důkaz Meneláovy věty). Jediné, co se nepodařilo, je převedení důkazu z [9] do čistě afinní geometrie, komentáře v úvodu i u tohoto důkazu jsou tedy chybné.

S první kapitolou nejsem spokojen, druhá kapitola, která je těžištěm celé práce, je však zpracována celkem dobře.

Velmi pozitivně hodnotím historický exkurz ve třetí kapitole. Za základ rozboru původu Meneláovy věty si autorka vybrala kvalitní článek Nathana Sidoliho [19].

Překlad začátku třetí knihy Meneláových Sférik je vítaným doplňkem, čtenář si díky němu může udělat mnohem lepší představu o tom, co se nám vlastně k Meneláově větě ve Sférikách dochovalo. Vypracovat doslovný překlad považuji v případě překládání latinského překladu řeckého matematického textu za poměrně dobrou volbu, i když jinak jsem zásadním odpůrcem doslovných překladů. Jazyk matematických textů je poměrně chudý, formalizovaný, doslovnost většinou nijak zásadně nepřekáží srozumitelnosti. Jiný způsob překladu by kladl na autorku neúměrné nároky: musela by dobře znát jazyk řeckých matematických textů, rozpoznávat jeho prvky v latinském překladu (překlady do latiny byly velmi doslovné) a s přihlédnutím k řeckému substrátu hledat odpovídající ekvivalenty. Takový překlad by byl sice čtivější, ale díky charakteru matematických textů by se na srozumitelnosti už mnoho nezískalo. Navíc by se setřel onen „punc cizokrajnosti“, který její překlad rozhodně má.

- Ve znění lemmatu 48 mě překvapila *křivka ze středu*. Skutečně jde o křivku?
- V poslední větě důkazu lemmatu 47 se hovoří o *rovnoběžkách pravých*. Co se tím rozumí?

- Na závěr jeden provokativní dotaz:

Ve větě 46 se (i v latinské předloze) hovoří o sinu (v samotném znění věty se píše netypicky *sin*), který však v době Meneláově neexistoval. Jak si to vyložit?

Vzhledem k výše uvedenému doporučuji, aby byla tato práce uznána jako bakalářská, a doporučuji ji k obhajobě. Navrhuji hodnocení **velmi dobře**, při skvělém průběhu obhajoby připouštím hodnocení výborně.

Praha 9. června 2022

Zdeněk Halas, DiS., Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky