

Struktura závislosti d -rozměrného náhodného vektoru \mathbf{X} je obecně složitý koncept, který je plně popsán sdruženým rozdělením tohoto náhodného vektoru. Co se týká samotné závislosti, tak se lze zaměřit pouze na příslušnou kopuli vektoru \mathbf{X} , která nebere v úvahu marginální rozdělení jednotlivých složek \mathbf{X} , ale stále plně popisuje jeho strukturu závislosti. Kopule je definována jako funkce na d -rozměrném intervalu $[0, 1]^d$ s hodnotami v intervalu $[0, 1]$. Kvůli tomu může být příliš složitá pro praktické použití, neboť uživatelé v praxi zpravidla preferují jednodušší ukazatele, které vhodným způsobem shrnují informaci o struktuře závislosti zachycené kopulí.

Takovým jednodušším ukazatelem může být vhodná míra asociace (korelace), neboli hodnota, která popisuje tendenci složek vektoru \mathbf{X} nabývat zároveň velkých, nebo malých, hodnot. Koeficienty jako Kendallovo tau nebo Spearmanovo ρ , které měří sílu asociace mezi dvěma náhodnými veličinami, byly důkladně studovány a popsány v polovině 20. století. Požadavky na dvourozměrné míry asociace jsou tak již dobře známé. Zobecnění takových měř do vyšších dimenzí ovšem není přímočaré a přináší otázky ohledně jejich žádaných vlastností. Často lze také míry asociace do vyšších dimenzí zobecňovat různými způsoby a není na první pohled jasné, který z těchto způsobů preferovat.

Stejná situace nastává, pokud chce člověk jednoduchým způsobem popsat tendenci složek vektoru \mathbf{X} nabývat zároveň extrémně velkých, nebo extrémně malých, hodnot. Ve dvourozměrném případě jsou obvyklým nástrojem pro kvantifikaci této tendence tzv. koeficienty závislosti chvostů. Ty jsou definovány jako podmíněné pravděpodobnosti extrémního jevu za podmínky, že druhý jev je také extrémní. Podobně jako u měř asociace přináší zobecnění do libovolné dimenze nejedno úskalí a v literatuře bylo představeno několik různých možných zobecnění.

Jak míry asociace, tak koeficienty závislosti chvostů mohou být velmi užitečné v situacích, ve kterých potřebujeme popsat sílu závislosti. To je zapotřebí v mnoha aplikacích ve financích, hydrologii, klimatologii, medicíně a jiných.

V práci nejprve studujeme mnohorozměrné míry asociace, neboli právě zobecnění dvourozměrných měř asociace do vyšších dimenzí. Diskutujeme žádané vlastnosti a axiomy pro taková zobecnění. Speciálně se zaměřujeme na vliv přidání: (i) nezávislé složky k náhodnému vektoru; (ii) kónické kombinace všech složek vektoru; (iii) několika libovolných složek. Existující zobecnění jsou poté porovnávána ve světle těchto axiomů a vlastností. Pro d -rozměrnou verzi Giniho gama je představen zjednodušený vzorec, který usnadňuje jeho výpočet. Dále studujeme asymptotické chování Archimédovských a meta-eliptických kopulí při rostoucí dimenzi. Shrnujeme neparametrické metody odhadu mnohorozměrných měř závislosti a pro Giniho gama je navržen neparametrický odhad. Praktické použití mnohorozměrných měř závislosti je ilustrováno za použití dat o chemických látkách v životním prostředí „Environmental Quality Index“.

V další části práce se zaměřujeme na zobecnění dvourozměrných koeficientů závislosti chvostů do obecné dimenze. Příspěvek v této části se skládá především z: (i) důkladného studia vlastností existujících mnohorozměrných koeficientů závislosti chvostů; (ii) návrhů nových a modifikace existujících koeficientů; (iii) zkoumání chování mnohorozměrných koeficientů závislosti chvostů při rostoucí dimenzi náhodného vektoru. Teoretické pasáže jsou doplněny o ilustrační příklady, které poukazují jak na výpočetní aspekty, tak na podobnosti a rozdíly mezi jednotlivými koeficienty závislosti chvostů.

Následující kapitola je věnována odhadům mnohorozměrných koeficientů závislosti chvostů. V práci navrhujeme odhady těchto koeficientů a dokazujeme jejich konzistenci. Problematika odhadu těchto koeficientů spočívá v tom, že jsou definovány jako limity, a pro jejich odhad je tedy nutné zvolit „vyhlazovací parametr“ k_n , který ovlivňuje, jak velká část dat v okolí limitního bodu je využita k odhadu. Obvyklým přístupem v obdobných problémech je volit tento vyhlazovací parametr tak, aby minimalizoval asymptotickou střední čtvercovou chybu. Konkrétně se zaměřujeme na odhad tzv. koeficientu extrémální závislosti. Pro určení jeho asymptotické střední čtvercové chyby nejprve odvodíme jeho asymptotickou reprezentaci. Dále pak navrhujeme dvě metody (plně a částečně neparametrickou) odhadu asymptotické čtvercové chyby. V navazující simulační studii pak ukazujeme, že obě námi navržené metody ve všech studovaných případech dávají lepší výsledky než existující plató algoritmus, s tím, že plně neparametrická metoda dosahuje nejlepších výsledků. Praktické použití mnohorozměrných koeficientů závislosti chvostů a také různé metody volby k_n jsou ilustrovány pomocí analýzy závislosti chvostů mezi cenami akcií společností, které jsou součástí indexu EURO STOXX 50.

V závěrečné části aplikujeme koeficient extrémální závislosti pro účely shlukování proměnných na základě chování jejich chvostů, přičemž zkoumáme také některé vlastnosti tohoto shlukovacího algoritmu. Díky této metodě poté můžeme získat další zajímavé pohledy na data „Environmental Quality Index“ a „EURO STOXX 50“.