

Univerzita Karlova v Praze

Fakulta sociálních věd

Institut ekonomických studií

Rigorózní práce

2007

Petra Pařenicová

Univerzita Karlova v Praze

Fakulta sociálních věd

Institut ekonomických studií

Rigorózní práce

**Odhad modelu oceňování kapitálových aktiv
pomocí Kalmanova filtru**

Vypracovala: Petra Pařenicová

Vedoucí: PhDr. Martin Netuka

Akademický rok: 2006/2007

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem rigorózní práci vypracovala samostatně a použila pouze uvedené prameny a literaturu

V Praze dne 12. 2. 2007

.....

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala zejména svému konzultantovi PhDr. Martinu Netukovi za jeho trpělivost, cenné rady a připomínky po celou dobu zpracovávání této mé rigorózní práce, především v otázkách ekonometrického softwaru.

Při zpracovávání tématu jsem navíc zúročila poznatky z přednášek a konzultací u odborných pracovníků Institutu ekonomických studií FSV UK. Formovali můj pohled na tuto odbornou problematiku a nabídli řadu podnětných myšlenek i postupů. Jim všem jsem za předané zkušenosti velmi vděčna.

Můj pohled na věc se významně posunul i díky studijnímu pobytu na Università di Bologna, kde jsem díky laskavosti tamních knihovnic a pracovníků příslušných kateder získala přístup k širokému spektru odborné literatury.

V neposlední řadě patří dík mým nejbližším, kteří měli pro mé zaměření pochopení a vytrvali i ve chvílích, když jsem se přespříliš ponořila do studia.

ABSTRAKT

Model oceňování kapitálových aktiv (CAPM), jež publikovali W. F. Sharpe a J. Lintner v polovině 60. let 20. století, se stal jedním ze základních pilířů finanční ekonomie. Byl již nesčetněkrát empiricky testován, tyto testy však ve valné většině případů jeho platnost nepotvrdily - zejména od 70. let se vynořily pochybnosti o stabilitě koeficientu β v čase. Z tohoto důvodu se ekonomové snaží nalézt pro β nový model, jež by dokázal vývoj tohoto koeficientu vysvětlit lépe.

V rigorózní práci jsem se zaměřila na tři základní modely – model s náhodnými koeficienty, model náhodné procházky a model návratu ke střední hodnotě, jež jsem pro vybrané emise akcií z pražské a newyorské burzy cenných papírů odhadla pomocí Kalmanova filtru. V závěru práce jsem provedla vzájemná srovnání a vyhodnocení jednotlivých modelů. Jak se ukázalo dle empirických odhadů, pro všechny zvolené emise existoval vždy alespoň jeden model s variabilními parametry v čase, jež dokázal popsat chování β lépe, než standardní model CAPM s konstantními koeficienty odhadnutý metodou nejmenších čtverců.

ABSTRACT

The Capital Assets Pricing Model (CAPM) which was published by W. F. Sharpe and J. Linter in the middle of the sixties, has since that time grown to one of the pillars of foundation of the financial economics. During the time it used to be empirically tested for several times, but these tests in most of the cases contradicted its validity – especially (since as early as the seventies) rose the doubt about the time stability of the coefficient. Hence many economists have tried hard to find a new model, which could concisely express the progress of this coefficient.

I have focused on three basic models in my thesis – they are the Model with Random Coefficients, the Random Walk and the Mean Reverting Model. I estimated these models for selected share issues from Prague Stock Exchange and New York Stock Exchange by Kalman filter and, finally, I tried to make a confrontation of all those models mentioned above. It is quite clear, that as for the sequel from empirical estimation, there always exists at the least one model with variable parameters, which better (in quite a concise way) describes to behaviour of the coefficient than the standard model CAPM with constant parameters.

OBSAH

ÚVOD	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
1. MODEL OCEŇOVÁNÍ KAPITÁLOVÝCH AKTIV	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
1.1. TEORIE PORTFOLIA	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
1.2. MODEL OCEŇOVÁNÍ KAPITÁLOVÝCH AKTIV	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
1.3. EMPIRICKÉ TESTY MOCELU CAPM	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
1.4. KRITIKA MODELU CAPM	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
2. NESTABILITA KOEFICIENTU BETA. CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.	
2.1. POROVNÁVÁNÍ KOEFICIENTU BETA V RŮZNÝCH ČASOVÝCH PERIODÁCH ..	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
2.2. NALEZENÍ NOVE REGRESNÍ ROVNICE POPISUJÍCÍ VÝVOJ KOEFICIENTU BETA	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
3. TESTOVÁNÍ STABILITY KOEFICIENTU BETA.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
3.1. TESTY NA EXISTENCI HETEROSKEDASTICITY DISTURBANCÍ	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
3.2. TESTY SE SPECIFIKOVANÝM ALTERNATIVNÍM MODELEM ...	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
4. KALMANŮV FILTR	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
4.1. ZÁKLADNÍ VZTAHY PRO ODVOZENÍ KALMANOVA FILTRU.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
4.2. ODVOZENÍ KALMANOVA FILTRU	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
4.3. ODHAD HYPERPARAMETRŮ.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
5. VÝBĚR OPTIMÁLNÍHO MODELU.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
5.1. ÚPRAVA MODELŮ.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
5.2. VÝBĚR OPTIMÁLNÍHO MODELU	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6. EMPIRICKÉ TESTY NA DATECH PRAŽSKÉ BURZY CENNÝCH PAPÍRŮ	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6.1. POUŽITÁ DATA	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6.2. ODHAD MODELU CAPM METODOU NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ ..	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6.3. TESTY NA STABILITU KOEFICIENTU BETA	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6.4. ODHADY MODELŮ S VARIABILNÍMI PARAMETRY POMOCÍ KALMANOVA FILTRU ...	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6.5. SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH MODELŮ.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
6.6. ZÁVĚR	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
7. EMPIRICKÉ TESTY NA DATECH NEWYORSKÉ BURZY CENNÝCH PAPÍRŮ	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
7.1. POUŽITÁ DATA	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
7.2. ODHAD MODELU CAPM METODOU NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ ..	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
7.3. TESTY NA STABILITU KOEFICIENTU BETA.....	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
7.4. ODHADY MODELŮ S VARIABILNÍMI PARAMETRY POMOCÍ KALMANOVA FILTRU ...	CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.

7.5. SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH MODELŮ..... **CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.**
ZÁVĚR.....CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.
POUŽITÁ LITERATURA A ZDROJE INFORMACÍCHYBA!
ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.

SEZN

Tabulka č. 1: Složení báze indexu PX k 1. 1. 2007 ... **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 2: Odhad modelu CAPM metodou nejmenších čtverců **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 3: Testy na heteroskedasticitu disturbancí **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 4: Testy se specifikovaným alternativním modelem **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 5: Závěrečné srovnání testů **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 6: Souhrnné porovnání odhadů modelu CAPM..... **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 7: Odhad modelu CAPM s variabilními parametry **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 8: Srovnání výsledných modelů pro období od 5. dubna 1994 do 1. ledna 2006 a od 1. ledna 1999 do 1. ledna 2007 **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 9: Odhad modelu CAPM metodou nejmenších čtverců **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 10: Závěrečné srovnání testů na stabilitu koeficientu beta 66

Tabulka č. 11: Souhrnné porovnání odhadů modelu CAPM..... **Chyba! Záložka není definována.**

Tabulka č. 12: Závěrečné srovnání testů **7Chyba! Záložka není definována.**

SEZNAM GRAFŮ

Graf č. 1: Vývoj indexu PX v období 5. 4 1 - 1. 1. 2007..... **CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.**

Graf č. 2: Počet emisí, počet zobchodovaných akcií (v mil.) a tržní kapitalizace (v mld.) v letech 1993 -2006 **CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.**

Graf č. 3: Srovnání diskontní sazby ČNB a sazby 1M PRIBOR mezi 1. lednem 1999 - 1. lednem 2007 (v %) **CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.**

Graf č. 4: Vývoj indexu S&P 500 v letech 1970 – 2006 **CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.**

Graf č. 5: Složení indexu S&P 500 k 31. prosinci 2006..... **CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.**

ÚVOD

Předmět rigorózní práce

Předmětem této studie je zkoumání časové stability koeficientu β v modelu oceňování kapitálových aktiv, neboť se jedná o jeden z nejvýznamnějších modelů finanční ekonomie. Silné pochybnosti o stabilitě β se objevily již na počátku 70. let minulého století, kdy ekonomové použili k testování tohoto koeficientu různé metody a dospěli k názoru, že β stabilní v čase není.

Jedním ze směrů, jímž se někteří ekonomové po tomto zjištění ubírali, byla snaha nalézt pro koeficient β nový model, jenž by dokázal vývoj β popsat lépe než standardní model CAPM. Těchto modelů existuje celá řada, avšak mezi nejznámější a nejčastěji testované patří následující tři z nich s variabilními parametry:

- model s náhodnými disturbancemi,
- model náhodné procházky,
- model návratu ke střední hodnotě.

Každý z uvedených modelů našel podporu v některém z empirických testů na konkrétní finanční burze pro určitou (většinou minoritní) část cenných papírů. V českém prostředí, tedy na místním kapitálovém trhu i v odborné literatuře, však zatím nebyly soustavně prováděny analýzy tohoto druhu, respektive jejich výsledky nejsou publikovány.

Vymezení tématu rigorózní práce

Zkoumání specifík vývoje v českém prostředí a komparace s vyspělými trhy. Za jejich reprezentanta jsem zvolila do značné míry v globálním měřítku směrodatnou, neboť objemem obchodů i počtem titulů největších Newyorskou burzou cenných papírů (NYSE). Takto postavený problém představuje solidní platformu s bohatými zdroji reprezentativních dat, zahrnuje široké spektrum specifických odborných problémů a nabízí řadu úkolů k řešení. Vzhledem k omezenému rozsahu práce a v zájmu hlubšího postihu vybraných aspektů jsem pochopitelně byla nucena k redukci co do šíře záběru (viz obsah studie). Tímto rámcem je tedy vymezena předkládaná rigorózní práce.

Cíl práce

V rigorózní práci se zaměřím na porovnání výše uvedených modelů s variabilními parametry a klasického modelu CAPM s konstantními parametry. Odhady budu provádět pomocí Kalmanova filtru, jehož pomocí postupně odhadnu všechny tři modely s variabilními parametry a poté postoupím ke srovnání těchto modelů. Na závěr vyberu pro každou emisi nejvhodnější model, tj. model, který co nejvěrněji popisuje chování koeficientu β .

Právě volba optimálního modelu pro dané emise je hlavním cílem předkládané práce. Předmětem dalšího zkoumání pak bude porovnání výsledků odhadů provedených na emisích akcií kótovaných na Pražské burze cenných papírů (PSE) oproti titulům obchodovaných na Newyorské burze cenných papírů (NYSE).

Struktura práce

Práce se dělí do dvou hlav, v nižší úrovni do sedmi kapitol. Prvních pět z nich se zabývá teoreticko – metodologickými problémy, zbylé přinášejí empirické odhady konkrétních dat a opírají se o dříve formulovaná východiska.

Hlava I.

V první kapitole stručně popíši teorii portfolia a model CAPM včetně výsledků jeho empirických testů a kritiky, přičemž uvedu i výsledky některých dobře známých, neboť přínosných empirických studií.

Ve druhé kapitole se zaměřím na časovou stabilitu β , tj. připomenu, jaké důvody vedly k zamítnutí časové stability tohoto koeficientu a jak se následně ekonomové snažili tuto situaci reflektovat a řešit. Připomenu a do kontextu zasadím postupné formování dvou základních přístupů, jež lze stručně shrnout jako porovnávání koeficientů β mezi sousedními periodami a nalezení nového vztahu, výstižněji popisujícího vývoj β . Dnes se ostatně téměř výlučně používá druhý přístup, kdy je β modelována další regresní rovnicí. Mezi známé a často testované modely patří například model s náhodnými disturbancemi, model náhodné procházky, model návratu ke střední hodnotě, model pohyblivé střední hodnoty, Cooley-Prescottův model atd. Ve své práci se zaměřím na první tři jmenované, které v tomto směru považuji za reprezentativní.

Ve třetí kapitole nastíním známé i méně známé testy na stabilitu koeficientu β , jež lze rozdělit na dvě základní skupiny: testy na heteroskedasticitu reziduí a testy se specifikovaným alternativním modelem. Z testů na heteroskedasticitu reziduí popíši a později v empirické části použiji Whiteův test, Breusch-Paganův test, ARCH test a Goldfeld-Quandtův test. Tyto testy sice dokáží rozhodnout o stabilitě či nestabilitě β , avšak nemohou určit vhodný model v případě její časové nestability. Tento problém řeší testy se specifikovaným alternativním modelem. V práci použiji LaMotteův a McWhorterův test a Sunderův test. U obou těchto testů je alternativou k hypotéze stability hypotéza náhodné procházky.

Čtvrtá kapitola se týká Kalmanova filtru. Tato významná statistická metoda vyvinutá R. E. Kalmanem našla široké uplatnění nejen v ekonomii. Kalmanův filtr však neuvedu v nejobecnější podobě, ale přizpůsobím jej potřebám odhadu modelu CAPM.

V páté kapitole poté upravím jednotlivé modely s variabilními parametry tak, aby je bylo možné Kalmanovým filtrem snadno odhadnout. Dále bude třeba zvolit kritéria pro výběr nejvhodnějšího modelu. Uvedu proto několik často používaných srovnávacích kritérií – Akaikeho a Schwarzovo informační kritérium, střední kvadratickou chybu predikce, střední absolutní chybu predikce, procentuální absolutní chybu predikce a rekurzivní t-test. Jejich vzájemným porovnáním lze totiž dospět k optimálnímu modelu pro každou emisi.

Hlava II.

V této části předkládám samotné empirické odhady. Po počáteční volbě dat nejdříve provedu odhad klasického modelu CAPM s konstantními parametry a otestuji stabilitu β pomocí testů na heteroskedasticitu reziduí i testů se specifikovaným alternativním modelem. Poté již odhadnu samotné tři uvažované modely Kalmanovým filtrem, vypočítám všechna srovnávací kritéria a pro každou emisi akcií vyberu nejvhodnější model, jež popisuje chování koeficientu β .

V šesté kapitole se budu zabývat emise akcií obchodovaných na Pražské burze cenných papírů, zatímco **v sedmé kapitole** odhady blue chip akcií z Newyorské burzy cenných papírů a na závěr provedu jejich srovnání.

Závěr obsahuje zhodnocení výsledků provedených empirických odhadů s ohledem na teoreticko – metodologická východiska.

HLAVA I.

TEORETICKO-METODOLOGICKÝ

ODDÍL

William F. Sharpe a John Lintner publikovali v polovině 60. let 20. století model oceňování kapitálových aktiv (CAPM), který vzbudil ve finančních kruzích velkou pozornost a stal se poté jedním ze základních pilířů finanční ekonomie. Následně

W. F. Sharpe obdržel v roce 1990 Nobelovu cenu za ekonomii, neboť modelem CAPM významně přispěl k pochopení fungování finančních trhů.

Avšak již brzy poté, co byl modelu CAPM poprvé publikován, se ekonomové shodli na časové nestabilitě koeficientu β . Snažili se proto nalézt pro β nový model, jež by dokázal její chování popsat lépe než samotný model CAPM. Těchto modelů existuje celá řada, avšak ve své práci se budu zabývat pouze třemi základními modely, jimiž jsou model s náhodnými disturbancemi, model náhodné procházky a model návratu ke střední hodnotě.

Ke svým odhadům použiji Kalmanův filtr, tzn. metodu, s jejíž pomocí lze snadno tyto modely s variabilními parametry odhadnout. Dále pak definuji srovnávací kritéria, na jejichž základě v empirické části bude možné zvolit nejvhodnější model popisující chování β .

1. MODEL OCEŇOVÁNÍ KAPITÁLOVÝCH AKTIV

1.1. TEORIE PORTFOLIA

Na počátku 50. let 20. století rozvinul Harry Markowitz¹ teorii portfolia, která navrhuje, jak by měli investoři rozdělit majetek mezi různá aktiva, aby maximalizovali svůj užitek. Podle této teorie si investor vybírá své optimální portfolio v následujících třech fázích:

1. analýza cenných papírů,
2. analýza portfolia,

¹ MARKOWITZ, Harry. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959. Cowles Foundation Monograph No. 16.

3. výběr optimálního portfolia.

Analýza cenných papírů je zcela závislá na subjektivním odhadu investora, který odhaduje jejich výnosovou míru a riziko, podle nichž si pak cenné papíry vybírá do svého portfolia. Analyzováním portfolia se investor rozhoduje o poměru, v němž budou vybrané cenné papíry v jeho portfoliu zastoupeny. Tato fáze nezávisí na očekávání ani preferencích investora, jedná se o čistě technickou a početní záležitost. V poslední fázi si investor vybere optimální portfolio a tento výběr je již plně závislý na jeho preferencích.

Analýza portfolia

Investor se při výběru cenných papírů do svého portfolia řídí jejich očekávanou výnosovou mírou r_p a rizikem σ_p . Očekávaná výnosová míra je aproximována střední hodnotou portfolia a riziko směrodatnou odchylkou portfolia. Pro r_p a σ_p tedy platí:

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i r_i, \quad (1.1)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}, \quad (1.2)$$

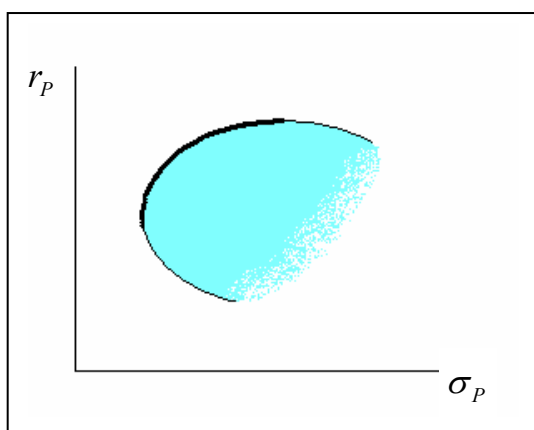
w_i označuje podíl i -tého aktiva v portfoliu, přičemž platí $\sum_{i=1}^N w_i = 1$,

r_i je očekávaná výnosová míra i -tého aktiva,

σ_i je směrodatná odchylka i -tého aktiva,

ρ_{ij} značí korelační koeficient mezi i -tým a j -tým aktivem, který nabývá hodnot z množiny $\langle -1, 1 \rangle$. V praxi pro naprostou většinu cenných papírů platí $\rho_{ij} < 1$, tzn. vhodným výběrem cenných papírů do portfolia lze celkové riziko portfolia značně snížit.

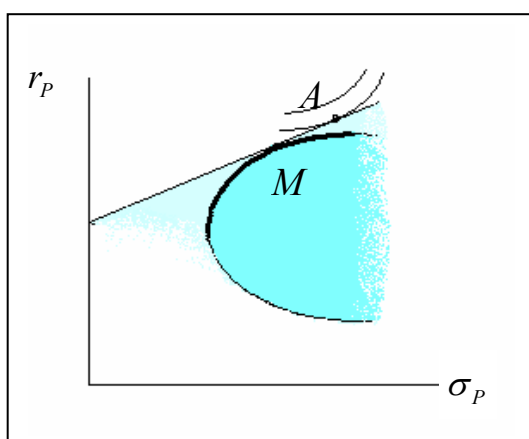
Obrázek č. 1: Přípustná a efektivní množina



Zdroj: Sharpe [2000].

Z daného počtu N cenných papírů lze sestavit nekonečný počet portfolií, jejichž očekávané výnosové míry r_p a rizika σ_p definují přípustnou množinu. Tlustá čára zobrazuje efektivní množinu, tj. taková portfolia, která při dané výnosové míře mají nejmenší riziko, nebo při daném riziku vykazují nejvyšší očekávanou výnosovou míru.

Obrázek č. 2: Volba portfolia



Zdroj: Sharpe [2000].

Zavedením možnosti bezrizikové půjčky a výpůjčky se změnila efektivní množina na přímku procházející portfoliem M , které se nyní stalo jediným portfoliem, jež leží v efektivní množině a současně je tvořeno pouze rizikovými aktivy. Ostatní portfolia ležící v efektivní množině jsou tvořena kombinací portfolia M a bezrizikovou

půjčkou nebo výpůjčkou. Vyřešením optimalizačního problému si investor zvolí portfolio z efektivní množiny, které leží na jeho nejvyšší indiferenční křivce (tj. portfolio A).

1.2. MODEL OCEŇOVÁNÍ KAPITÁLOVÝCH AKTIV

Základní model oceňování kapitálových aktiv (CAPM – Capital Asset Pricing Model) navazuje na teorii portfolia H. Markowitz a teorii volby portfolia J. Tobina a snaží se o nalezení formule pro oceňování rizikových aktiv. Současně jej rozvinuli W. F. Sharpe

[1964], J. Lintner [1965] a někdy opomíjený J. L. Treynor², na něž dále navázal J. Mossin³.

W. F. Sharpe s J. Lintnerem založili model CAPM na následujících předpokladech, jež názorně shrnuje např. Sharpe a Gordon [1994] či Sharpe [2000] :

1. Investoři maximalizují svůj očekávaný užitek mají averzi k riziku.
2. Investoři jsou příjemci cen a jejich očekávání ohledně výnosové míry a rizika aktiv jsou homogenní.
3. Existuje bezriziková úroková míra, za kterou si mohou investoři půjčovat i vypůjčovat.
4. Počet aktiv je fixní a aktiva jsou dokonale dělitelná.
5. Informace jsou zdarma a dostupné všem investorům.
6. Daně a transakční náklady jsou zanedbány.

Následkem těchto předpokladů je stejná efektivní množina a stejná kombinace rizikových cenných papírů (tj. tržního portfolia M) pro všechny investory, jež si volí různá portfolia pouze proto, že mají různé indifferenční křivky. Portfolio M je kombinací všech cenných papírů na trhu a platí pro něj⁴:

$$r_M = \sum_{i=2}^N w_i^M r_i, \quad (1.3)$$

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N w_i^M w_j^M \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j. \quad (1.4)$$

r_M značí očekávanou výnosovou míru tržního portfolia,

w_i^M je podíl i -tého aktiva na tržním portfoliu, přičemž platí $\sum_{i=1}^N w_i^M = 1$,

σ_M značí směrodatnou odchylku očekávaných výnosů tržního portfolia.

² TREYNOR, J., L. Towards a Theory of Market Value of Risky Assets. Unpublished Manuscript. 1961

³ MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Pricing Market. *Econometrica*, 1966, vol. 34, s. 768-83.

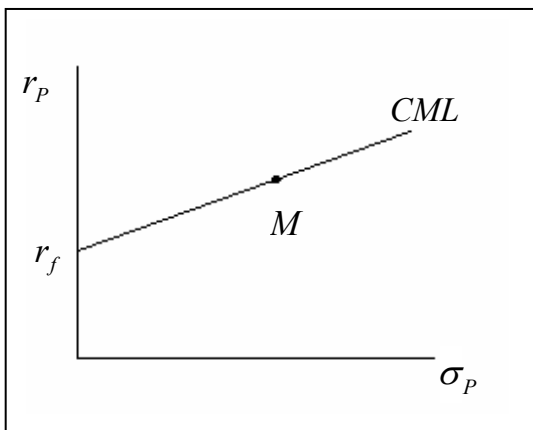
⁴ Indexem 1 je označeno bezrizikové aktivum s bezrizikovou sazbou r_f . Výnos bezrizikového aktiva je roven výnosu krátkodobých vládních dluhopisů či výnosu pokladničních poukázek.

Přímka kapitálového trhu

Přímka kapitálového trhu (CML), na níž leží všechna efektivní portfolia, vyjadřuje vztah mezi očekávanou výnosovou mírou portfolia a směrodatnou odchylkou výnosů efektivních portfolií:

$$r_P = r_f + \left(\frac{r_M - r_f}{\sigma_M} \right) \sigma_P. \quad (1.5)$$

Obrázek č. 3: Přímka kapitálového trhu



Zdroj: Sharpe [2000].

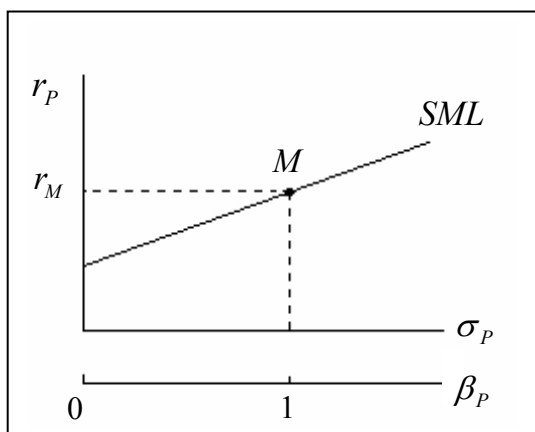
Investoři si zvolí buď tržní portfolio M nebo kombinaci tržního portfolia M a půjčky či výpůjčky za bezrizikovou sazbu podle svých preferencí. Výše bezrizikové sazby r_f odráží cenu času nebo-li cenu odložené spotřeby, sklon CML je cena za riziko.

Přímka trhu cenných papírů

Přímka trhu cenných papírů (SML) vyjadřuje vztah mezi očekávanou výnosovou mírou a kovariancí σ_{iM} pro každé aktivum:

$$r_i = r_f + \left(\frac{r_M - r_f}{\sigma_M^2} \right) \sigma_{iM}. \quad (1.6)$$

Obrázek č. 4: Přímka cenných papírů



Zdroj: Sharpe [2000].

Výraz $(r_i - r_f)$ označuje prémii za riziko, které je investor při dané investici ochoten podstoupit. Aktiva s vyšší kovariancí σ_{iM} představují pro investora větší riziko a měly by mít tedy vyšší očekávanou výnosovou míru, aby byly pro investora zajímavé.

Přímka SML je platná pro jednotlivé cenné papíry i portfolia, jež mohou být jak efektivní, tak i neefektivní, zatímco přímka CML je platná pouze pro efektivní portfolia.

Koeficient β

Zavedením označení $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$ lze rovnici přímky SML převést na základní vztah modelu CAPM:

$$r_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f), \quad (1.7)$$

kteřý ukazuje, že očekávaný výnos aktiva by se měl rovnat součtu bezrizikové sazby a rizikové premie i-tého aktiva.

Koeficient β_i měří citlivost výnosové míry cenného papíru na změny tržní výnosové míry. Pro tržní portfolio M je $\beta_M = 1$. Ofenzivní aktiva, pro která je $\beta_i > 1$, reagují na 1% nárůst očekávané výnosové míry tržního portfolia zvýšením svého dodatečného výnosu o více než 1 %. Naopak defenzivní aktiva, pro něž je $0 < \beta_i < 1$, reagují na změny r_M méně než tržní portfolio. A aktiva, pro která je $\beta_i < 0$, reagují na 1% nárůst očekávané výnosové míry tržního portfolia snížením svého dodatečného výnosu.

Celková citlivost portfolia je dána jako vážený průměr všech koeficientů β_i , jež jsou zahrnuty v portfoliu:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N w_i \beta_i \quad (1.8)$$

a tedy pro očekávaný výnos portfolia platí:

$$r_p = r_f + \beta_p (r_M - r_f). \quad (1.9)$$

Systematické a nesystematické riziko

Celkové riziko cenného papíru lze rozložit na dva komponenty – systematické (tržní) a nesystematické (jedinečné) riziko:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon,i}^2, \quad (1.10)$$

$\beta_i^2 \sigma_M^2$ označuje systematické riziko,

$\sigma_{\varepsilon,i}^2$ značí nesystematické riziko.

Systematické riziko určené koeficientem β_i , nelze diverzifikovat, neboť se váže k pohybu celého tržního portfolia M. Naopak, tržní pohyb nemá žádný vliv na nesystematické riziko, které je dáno jedinečností cenných papírů v portfoliu. Složením cenných papírů v portfoliu lze nesystematické riziko značně ovlivnit, protože s rostoucím počtem cenných papírů toto riziko zpravidla klesá.

Připomeňme, že v roce 1990 obdržel William F. Sharpe za model oceňování kapitálových aktiv Nobelovu cenu za ekonomii (společně s H. M. Markowitzem a M. H. Millerem), neboť tímto modelem významně přispěl k pochopení fungování finančních trhů. Model CAPM se stal jedním ze základních pilířů finanční ekonomie a i po čtyřiceti letech od svého vzniku je stále považován za důležitou součást ekonomie, protože je jednoduchý, elegantní, a přitom jej lze snadno otestovat.

1.3. EMPIRICKÉ TESTY MODELU CAPM

Odvození vztahu pro empirické testování modelu CAPM

Hlavním vztahem modelu CAPM je rovnice (1.7), která ukazuje, že očekávaný výnos aktiva by se měl rovnat součtu bezrizikové sazby a rizikové prémie. Model CAPM je však formulován ex ante (tzn. pro očekávané hodnoty), kdežto jeho odhad lze provést

pouze ex post (tzn. na již získaných datech). Proto je třeba rovnici (1.7) upravit tak, aby bylo možné model empiricky odhadnout:

$$R_i - R_f = a_i + \beta_i(R_M - R_f), \quad (1.11)$$

R_i značí výnosovou míru i-tého aktiva,

R_f je bezriziková výnosová míra a platí $R_f = r_f$,

R_M označuje tržní výnosovou míru,

a_i je náhodná proměnná.

Náhodná proměnná a_i určuje výnos i-tého aktiva, jež je nezávislý na tržní výnosové míře R_M . Lze ji rozdělit na deterministickou funkci bezrizikové sazby α_i a náhodné disturbance ε_i , které odrážejí nesystematické riziko. Výsledná rovnice pro odhad modelu CAPM má tudíž tvar:

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + \varepsilon_i. \quad (1.12)$$

Model CAPM předpokládá, že disturbance ε_i jsou normálně rozděleny s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem, jsou na sobě vzájemně nezávislá a rovněž jsou nezávislé na R_M .

Výsledky empirických studií

Model oceňování kapitálových aktiv byl již od svého vzniku vystaven četným empirickým testům. Rané studie se sice shodly na existenci lineárního vztahu mezi výnosovou mírou a systematickým rizikem, avšak nepotvrdily rovnost bezrizikové sazby r_f a výnosu portfolií, jež nejsou korelovány s tržním portfoliem. Výnosová míra těchto portfolií je vyšší než sazba r_f a sklon přímky SML zase nižší než předpovídá model, což může být způsobeno např. heteroskedasticitou reziduí či zápornou korelací mezi bezrizikovou sazbou a očekávanou výnosovou mírou portfolia r_M . Nejznámější testy modelu CAPM provedli v 70. letech zejména Black, Jensen a Scholes⁵, Blume a Friend [1973]⁶, Fama a MacBeth [1973]⁷ či Reinganum [1973]⁸.

⁵ Black, Jensen a Scholes model CAPM zamítli. I když shledali koeficient α statisticky významný od nuly, tento koeficient byl vyšší a koeficient β naopak nižší než by odpovídalo rovnici (2).

Pozdější empirické studie prokázaly existenci dalších proměnných, které mohou vysvětlit výnosovou míru aktiv. Jedná se zejména o poměr výnosové míry a ceny cenného papíru (earnings-price ratio), tržní hodnotu společnosti (market equity), poměr účetní a tržní hodnoty společnosti (book-to-market equity) či finanční páku (leverage). Studie na toto téma publikovali např. Banz⁹ či Fama a French [1992]¹⁰ a mnoho dalších.

Výsledky všech empirických studií se v mnohých ohledech lišily v závislosti na použitých datech a zvolené testovací metodě, avšak naprostá většina z nich model CAPM zamítla.

Viz. BLACK, Fisher – JENSEN, C. Michael – SCHOLLES, Myron. *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*. New York: Praeger Publishing Co., 1972.

⁶ Blume a Friend ve své studii sice potvrdili existenci lineárního vztahu mezi výnosovou mírou a systematickým rizikem, model CAPM však zamítli. Toto zamítnutí odůvodnili neplatností předpokladu dokonalého prodeje nakrátko a především neplatností nevěrohodného předpokladu rovnosti výpůjční a zápůjční úrokové sazby r_f . Přesto však podle jejich mínění může model CAPM pomoci vysvětlit výnosovou míru dobře zavedených cenných papírů.

⁷ Výsledky, k nimž dospěli Fama a MacBeth, potvrzují, že mezi rizikem a výnosovou mírou portfolia existuje pozitivní trade-off (s narůstající výnosovou mírou roste i riziko) a navíc, tento vztah je lineární. Na závěr ještě potvrdili existenci efektivních kapitálových trhů (tj. trhů, na nichž ceny cenných papírů plně odrážejí dostupné informace).

⁸ Reinganum testoval hypotézu, zda portfolia s odlišnými výnosy vedou i k odlišným koeficientům β u těchto portfolií. Tuto hypotézu však zamítl, neboť rozdíly mezi výnosy portfolií s vysokými β a výnosy portfolií s nízkými β neshledal statisticky signifikantními.

⁹ Banz dospěl k závěru, že existuje silný negativní vztah mezi průměrnou výnosovou mírou a velikostí společností, tj. akcie malých firem mají vyšší výnosovou míru než akcie velkých firem. A navíc, tento efekt je nejsilnější v lednu.

Viz. BANZ, Rolf. The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, 1981, vol. 9, no. 1, s. 3-18.

¹⁰ Fama a French shledali vztah mezi β a průměrnou výnosovou mírou v letech 1941 – 1990 za nedostatečný a slabý. Dále ve své studii uvádí, že β nedokáže vysvětlit průměrnou výnosovou míru akcií – nejspolehlivějšími predikčními ukazateli se jeví tržní kapitalizace společnosti a poměr účetní a tržní hodnoty.

Na základní jednofaktorový model CAPM poté navázala celá řada dalších modelů (např. teorie cenové arbitráže, spotřební CAPM, intertemporální CAPM, vícefaktorový CAPM, neparametrický CAPM, atd.) a většina z nich dosáhla lepších empirických výsledků než jednofaktorový CAPM. Tato oblast finanční ekonomie se ostatně i dnes těší velkému zájmu ekonomů a je neustále rozvíjena.

1.4. KRITIKA MODELU CAPM

Prakticky od počátku, tedy již od roku 1965, kdy W. Sharpe publikoval model CAPM, podléhá tento model četné kritice především pro své příliš zjednodušující předpoklady. Jedná se zejména o neexistenci dokonalého kapitálového trhu, určení bezrizikové sazby r_f , existenci daní a transakčních nákladů, navíc všichni investoři nemají stejná očekávání ohledně rizika a výnosové míry, všichni investoři nemají averzi k riziku atd.

Mezi nejznámější kritiky modelu patří Richard Roll¹¹, který měl výhrady k empirickým testům, neboť podle něj nemůže žádný burzovní index dostatečně aproximovat tržní portfolio M zahrnující všechna riziková aktiva, tj. kromě cenných papírů i dlouhodobé spotřební zboží, nemovitostí či lidského kapitálu. Empirické testy proto pouze testují, zda je dané portfolio efektivní či nikoliv. Roll současně vyloučil i jakékoliv možné budoucí vyřešení tohoto problému.

I když naprostá většina empirických studií model zamítla, neznamená to však, že model CAPM obecně neplatí. Toto zamítnutí může být sice způsobeno skutečnou neplatností modelu CAPM, ale na vině může být nesprávné použití empirických metod či špatná volba proměnných, neboť model CAPM je obecný model, jenž slouží k oceňování všech existujících aktiv a nevztahuje se pouze na finanční trhy.

2. NESTABILITA KOEFICIENTU BETA

¹¹ ROLL, Richard. A critique of the asset pricing theory's tests. *Journal of Financial Economics*, 1977, vol. 4, s. 129-176.

Po uveřejnění prvních výsledků empirických testů modelu CAPM se rozběhla velmi živá a dlouhotrvající diskuse ohledně stability¹² koeficientu β v čase. První studie na toto téma provedli Blume [1971]¹³ a Levy¹⁴, kteří došli k závěru, že β odhadnutá metodou nejmenších čtverců ve zkoumaných periodách stabilní není. Na jejich práce navázalo mnoho dalších ekonomů a postupně z diskuse o časové stabilitě β vykrytalizovaly dva základní přístupy.

2.1. POROVNÁVÁNÍ KOEFICIENTU BETA V RŮZNÝCH ČASOVÝCH PERIODÁCH

Tato metoda spočívá v porovnávání jednotlivých koeficientů β v různých časových periodách. Na základě předpokladu, že α i β jsou konstantní, je odhadnuta následující regresní rovnice pro každou emisi a zvolenou periodu:

¹² Termín „stabilita koeficientu β “ je dnes široce používán řadou autorů, avšak přesnější definicí je „stacionarita“ - u stacionárního procesu má β konstantní střední hodnotu, konečný rozptyl a kovarianční funkce procesu závisí pouze na rozdílu svých argumentů (v modelu s náhodnými koeficienty, náhodné procházky a návratu ke střední hodnotě, jež budou definovány v kapitole 2.2, jsou koeficienty β nestacionární). Avšak v práci budu používat obecnější pojem stabilita, kdy se β příliš neodchyluje od své střední hodnoty, nanejvýš kolem ní lehce kolísá.

¹³ Blume testoval stabilitu β na měsíčních datech z NYSE z let 1926 až 1968, která rozdělil na šest sedmiletých period. Pro všechny emise z první periody odhadl koeficienty β a vzestupně je seřadil podle velikosti. Následně vytvořil první portfolio z prvních N koeficientů β , druhé portfolio z dalších N koeficientů β , atd. (za N postupně volil 1, 2, 4, 7, 10, 20, 35, 50, 75 a 100). Pro takto vytvořená portfolio odhadl β ve všech dalších periodách a poté vypočítal korelační koeficienty pro jednotlivá portfolio v sousedních obdobích. Výsledkem bylo zjištění, že β je stabilní pro portfolio s vysokým počtem cenných papírů, ale pro jednotlivé cenné papíry β stabilní není.

¹⁴ Levy použil podobný postup jako Blume, ale s tím rozdílem, že testoval stabilitu β v krátkém období. Použil týdenní data z let 1960 – 1970 a periody o délce 13, 26 a 52 týdnů. Levy dospěl k obdobným závěrům jako Blume: stabilita β roste s narůstajícím počtem cenných papírů v portfolio a navíc, stabilita β je závislá na délce zvoleného časového intervalu.

Viz.: LEVY, R. On the Short-term Stationarity of Beta Coefficients. *Financial Analysts Journal*, 1971, vol. 27, s. 55-62.

$$R_t - R_{ft} = \alpha + \beta(R_{Mt} - R_{ft}) + \varepsilon_t. \quad (2.1)$$

Poté jsou mezi sebou vzájemně porovnány β , korelační koeficienty, absolutní chyby predikce, střední kvadratické chyby predikce atd.

Významné práce na toto téma publikovali např. Blume, Baesel [1974]¹⁵, Alexander a Chervany [1980]¹⁶ či Theobald [1981]¹⁷. I když každý z nich použil jinou metodu empirického testování, různé délky časových period či odlišná data, obecným výsledkem těchto testů bylo zjištění, že β je stabilní pro portfolia s vysokým počtem cenných papírů, ale pro jednotlivé cenné papíry stabilní není. Nestabilitu koeficientu β mohou způsobovat např. následující faktory:

1. Chyba měření – teoretická β vychází z očekávání ex ante, zatímco měření a odhady jsou prováděny na datech ex post. Tato chyba spolu s autokorelací disturbancí může způsobit nestabilitu empirických odhadů, ačkoliv je β ve skutečnosti stabilní.
2. Trhy reagují jinak v periodách, ve kterých se aktiva převážně nakupují (bull market), a jinak v periodách, kdy převládají prodeje aktiv (bear market), což

¹⁵ Baesel použil k porovnávání stability β tranzitivní matice (tj. matice, jež vyjadřují, jaká je pravděpodobnost, že β náležící v čase t do skupiny s mírou rizika i bude v čase $t + s$ náležet do skupiny s mírou rizika j). Zvolil měsíční data z let 1950 – 1967, jež rozdělil na časové intervaly o délce 12, 24, 48, 72 a 108 měsíců, a odhadl pro každou emisi a zvolené období koeficienty β . Baesel použil k porovnání časové stability β pět rizikových skupin (tj. tranzitivní matice dimenze 5×5) a potvrdil, že β je v čase nestabilní, neboť pravděpodobnost, že β zůstane i v další periodě ve stejné rizikové třídě je poměrně nízká. Tato nestabilita však klesá s rostoucí délkou časového intervalu a, což je přinejmenším neočekávané, také v případech kdy se jedná o skupinu s extrémně vysokou nebo naopak extrémně nízkou mírou rizika.

¹⁶ Alexander a Chervany odmítli postup Baesela, neboť byl založen pouze na srovnání tranzitivních matic a nebyl doložen žádným statistickým testem. Také odmítli, že β s nejnižší a nejvyšší mírou rizika jsou nejstabilnější, neboť při použití absolutní odchylky je tomu právě naopak. Dále zamítli tvrzení, že stabilita β roste s prodlužujícím se časovým intervalem a určili jako optimální časový interval zajišťující nejvyšší stabilitu β 4 až 6 let.

¹⁷ Theobald provedl odhady na datech Velké Británie z let 1963 – 1972. Snažil se nalézt optimální interval, v němž je β nestabilnější. Vzájemným porovnáváním korelačních koeficientů v sousedních periodách zjistil, že tento interval leží mezi 15 až 17,5 lety.

vede k odlišným odhadům β pro jednotlivé periody. Z tohoto důvodu bývá β stabilnější v delších časových periodách než v krátkých.

Tato metoda si sice našla početné množství zastánců především v 70. letech minulého století, poté však od ní bylo postupně upouštěno, protože postrádá sofistikované statistické nástroje a nelze na jejím základě korektně určit, zda β je či není stabilní v čase. Její zastánci sice konstatovali, že β je nestabilní, ale nenalezli řešení, jak tento problém vyřešit.

2.2. NALEZENÍ NOVÉ REGRESNÍ ROVNICE POPISUJÍCÍ VÝVOJ KOEFICIENTU BETA

Tento přístup našel početné množství příznivců a je dodnes široce rozvíjen a empiricky testován. β byla již od počátku považována za nestabilní a bylo tedy nutné stanovit nový model, který by dokázal co nejlépe popsat její chování a vývoj v čase. Základní rovnice CAPM byla proto modifikována:

$$R_t - R_{ft} = \alpha_t + (R_{Mt} - R_{ft})\beta_t + \varepsilon_t, \quad (2.2)$$

avšak tuto rovnici nelze empiricky odhadnout, protože počet odhadovaných parametrů je vyšší než počet pozorovaných veličin. Proto je nutné popsat chování β několika málo parametry, tzn. stanovit pro tento koeficient novou regresní rovnici.

Existuje celá řada modelů vysvětlující časový vývoj β , mezi nejčastěji empiricky testované patří tři základní, jež poprvé souhrnně stanovili a upravili pro potřeby modelu CAPM Schaefer, Brealey, Hodges a Thomas¹⁸:

1. model s náhodnými disturbancemi - RCM (random coefficients model),
2. model náhodné procházky - RW (random walk model),
3. model návratu ke střední hodnotě - MRM (mean reverting model).

¹⁸ SCHAEFER, S. – BREALEY, R. – HODGES, S. - THOMAS, H. Alternative models of systematic risk. In Elton, E. and Gruber, M. eds, *International Capital Markets*, North Holland, Amsterdam, 1975, s. 150-161

Model s náhodnými disturbancemi

K rovnici (2.2) je definován vývoj koeficientu β následovně:

$$\beta_t = \bar{\beta} + \mu_t, \quad (2.3)$$

$\bar{\beta}$ značí střední hodnotu β_t pro jednotlivá aktiva,

μ_t jsou disturbance náhodného charakteru, jež mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem.

Model tedy implikuje, že koeficient β náhodně fluktuuje kolem své střední hodnoty.

Model s náhodnými disturbancemi publikoval jako první C. R. Rao¹⁹, na něhož dále navázali již výše zmiňovaní Schaefer a kol. Tento model upravili pro potřeby modelu CAPM. Mezi dalšími, kteří testovali model s náhodnými disturbancemi, najdeme jména jako např. Fabozzi a Francis [1978]²⁰ či Alexander a Benson [1982]²¹.

Model náhodné procházky

Vývoj koeficientu β je definován v modelu náhodné procházky jako:

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \nu_t, \quad (2.4)$$

ν_t jsou disturbance s náhodným charakterem, které mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem.

Z uvedené definice modelu plyne, že koeficient β se chová v závislosti na minulých hodnotách.

¹⁹ RAO, R., C. The Theory of Least Squares When the Parameters are Stochastic. *Biometrika*, 1965, vol. 52, s. 447-458.

²⁰ Fabozzi a Francis vyvinuli vlastní statistickou metodu k odhadu modelu RCM, kterou použili k otestování 700 emisí akcií kótovaných v letech 1965 – 1971 na NYSE. Podle jejich výzkumu se 103 emisí na 10% hladině významnosti a 57 emisí na pětiprocentní hladině významnosti chovalo dle modelu RCM, což znamená, že tomuto modelu odpovídá význačná minoritní část akcií na NYSE.

²¹ Alexander a Benston zamítli postup Fabozziho a Francise, jejichž výsledky považovali za přehnané a nadsazené, neboť podle jejich odhadů odpovídá na pětiprocentní hladině významnosti ze 683 emisí kótovaných na NYSE v letech 1960 – 1965 modelu RCM pouze 32 a v letech 1966 – 1971 44 emisí!

LaMotte s McWhorterem [1978] a Sunder [1980] vyvinuli statistické testy²², kterými lze ověřit, zda vývoj koeficientu β odpovídá náhodné procházce. Tyto testy srovnali ve své studii Alexander, Benson a Eger [1982]²³. Další významné studie o odhadu modelu náhodné procházky publikovali např. Sunder [1980]²⁴ či Simonds, LaMotte a McWhorter [1986]²⁵.

Model návratu ke střední hodnotě

V případě modelu návratu ke střední hodnotě je koeficient β definován tímto způsobem:

$$\beta_t = \phi \beta_{t-1} + (1 - \phi)\bar{\beta} + \xi_t, \quad (2.5)$$

ϕ je autoregresní koeficient nabývající hodnot z množiny $(-1, 1)$,

ξ_t jsou opět náhodné disturbance s normálním rozdělením s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem.

Model návratu ke střední hodnotě závisí z části na předchozích hodnotách a z části na své střední hodnotě. Tento poměr je určen autoregresním koeficientem ϕ . Z definice modelu vyplývá, že β má tendenci vracet se ke své střední hodnotě.

²² Oba testy budou podrobně popsány v kapitole 3.2.

²³ Alexander, Benson a Eger testovali data 67 amerických investičních fondů z let 1965 – 1973. Stabilita byla zamítnuta LaMotteovým a McWhorterovým či Sunderovým testem (případně oběma) přibližně u jedné třetiny dat.

²⁴ Sunder vyvinul pro model náhodné procházky statistický test, jímž otestoval data 127 společností z NYSE z let 1926 – 1975. Stabilitu β zamítl v 88 % případů (tj. u 112 společností). Avšak po rozdělení základní periody na kratší intervaly (300, 150 a 75 měsíců) nebyly již výsledky o nestabilitě β natolik přesvědčivé. Stabilita byla zamítnuta pro oba intervaly o 300 měsících, pro tři intervaly ze čtyř o délce 150 měsíců a pro pouhé tři intervaly z osmi o délce 75 měsíců (v kratších intervalech testoval až 1105 společností). Výsledkem jeho studie bylo konstatování, že období 1926-50 se jeví jako poměrně nestabilní, zatímco období 1963-75 již stabilní bylo.

²⁵ Simonds, LaMotte a McWhorter definovali tři různé možnosti vývoje konstantního členu α , přičemž koeficient β se choval dle náhodné procházky. Náhodně zvolili 100 emisí z NYSE z let 1951 – 1974, jež rozdělili do tří osmiletých intervalů. Stabilita β byla zamítnuta v 10 – 31 % případů v závislosti na definici α a periodě, což znamená, že model náhodné procházky vysvětluje chování podstatné části emisí akcií z NYSE.

Významné studie na toto téma publikovali např. Bos a Newbold [1984]²⁶, Collins, Ledolter a Rayburn [1987]²⁷ či Faff, Lee a Fry²⁸.

Model návratu ke střední hodnotě je nejobecnější ze všech tří modelů, model s náhodnými disturbancemi a model náhodné procházky jsou jen jeho speciálními případy: pro RCM platí $\phi = 0$ a pro RW platí $\phi = 1$. V případě základního modelu CAPM s konstantními parametry je současně $\phi = 0$ a $\text{var}(\xi_t) = 0$.

Mezi další známé a často empiricky testované modely, jež se pokouší vysvětlit vývoj koeficientu β v čase, patří např. Ohlson a Rosenbergův model [1982]²⁹, Cooley a

²⁶ Bos a Newbold testovali MRM na datech z NYSE z let 1970 – 1979. Ze 464 zkoumaných emisí, zamítli u 272 (tj. 58,6 %) emisí hypotézu o konstantních parametrech, avšak pro model MRM našli velmi nízkou podporu – autoregresní koeficient ϕ byl na pětiprocentní hladině významnosti nenulový pro pouhých 37 emisí, v ostatních případech pak roven nule, tj. tyto emise akcií se chovaly dle modelu s náhodnými disturbancemi.

²⁷ Collins, Ledolter a Rayburn zamítli výsledky, k nimž dospěli Bos a Newbold, jako neprůkazné a dospěli k závěru, že se β kromě modelu s náhodnými disturbancemi současně chová i dle náhodného procesu, tzn. nejvhodnějším modelem popisující vývoj β je model návratu ke střední hodnotě. Dále dospěli k překvapivému zjištění, že ačkoliv celková volatilita při růstu počtu cenných papírů v portfoliu klesá, v případě portfolia je zamítnutí hypotézy o konstantních parametrech silnější než v případě jednotlivých cenných papírů. K těmto závěrům dospěli na základě odhadu dat 500 společností z let 1962 – 1981 kótovaných na NYSE.

²⁸ Faff, Lee a Fry testovali model MRM na australských datech. Pro 15,1 % emisí z let 1978 – 1982 a pro 22,6 % emisí z let 1983 – 1987 zamítli na pětiprocentní hladině významnosti hypotézu o konstantních parametrech.

Viz.: FAFF, R., W. – LEE, J., H., H. – FRY, T., R., L. Time Stationarity of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Journal of Business, Finance and Accounting*, 1992, vol. 19, no. 2, s. 253-270.

²⁹ Ohlson a Rosenberg částečně modifikovali již základní rovnici, k níž definovali vývoj β následovně:

$$R_t = \alpha + \bar{\beta}R_{Mt} + \delta_t R_{Mt} + u_t,$$

$$\delta_t \equiv \beta - \bar{\beta} = \phi\delta_{t-1} + d_t \text{ a}$$

$$\text{var}(u_t) = \sigma^2 + \lambda R_{Mt}^2.$$

Prescottův model [1976]³⁰, model periodické změny koeficientu³¹ či model pohyblivé střední hodnoty (moving mean model), který rozvinul Wells³².

Uvedené modely byly zpočátku testovány především na datech z NYSE, kde našly silnou empirickou podporu. Později bylo jejich empirické testování rozšířeno i na data z různých světových burz (např. Velké Británie, Švédsko, Finsko, Austrálie, Indie, Koreje, atd.). Všechny testy potvrdily, že pro určitou část emisí je stabilita koeficientu zamítnuta, avšak nedokázaly stanovit univerzální, tedy všeobecně platný model.

3. TESTOVÁNÍ STABILITY KOEFICIENTU BETA

Časovou nestabilitu parametru β , na níž se shodla většina ekonomů, bylo samozřejmě potřeba podložit empirickými testy. Těchto testů existuje celá řada a lze je rozdělit do dvou základních skupin.

Je-li $\lambda = 0$, model se stane modelem návratu ke střední hodnotě, je-li však $\lambda > 0$, vykazují disturbance u_t heteroskedasticitu.

³⁰ Cooley a Prescott definovali vývoj koeficientu β dvoustupňově jako:

$$\beta_t = \beta_t^p + \zeta_t \quad \text{a}$$

$$\beta_t^p = \beta_{t-1}^p + \nu_t,$$

kde β_t^p označuje permanentní složku koeficientu β_t .

³¹ Model periodické změny koeficientu zachycuje pravidelnou změnu β :

$$\beta_t = \sin(2\pi ft) + \varepsilon_t.$$

³² Wells definoval vývoj koeficientů α a β tímto způsobem:

$$\alpha_t = \phi_{11}\alpha_{t-1} + \delta_t,$$

$$\beta_t - \bar{\beta}_t = \phi_{22}(\beta_{t-1} - \bar{\beta}_{t-1}) + \gamma_t \quad \text{a}$$

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_{t-1} + \eta_t.$$

viz. WELLS, C. Variable betas on the Stockholm exchange 1971-1989. *Applied Economics*, 1994, vol. 4, s. 75-92.

3.1. TESTY NA EXISTENCI HETEROSKEDASTICITY REZIDUÍ

Tyto testy jsou založeny na testování existence heteroskedasticity reziduí, neboť jsou-li variabilní parametry odhadnuty jako parametry konstantní, výsledná rezidua vykazují již zmíněnou heteroskedasticitu. Testy na heteroskedasticitu lze tudíž považovat za testy na variabilitu parametrů, avšak jsou zde jistá omezení – testy na existenci heteroskedasticity sice dokáží rozhodnout o tom, zda jsou testované parametry v čase stabilní či nestabilní, ale nedokáží určit model, který by v případě variabilních parametrů dokázal tuto nestabilitu nejlépe popsat.

Testy na heteroskedasticitu lze rozdělit do dvou skupin. Do první skupiny, v níž jsou rezidua odhadnuta metodou nejmenších čtverců, patří mezi nejznámější a nejčastěji používané testy např. Whiteův test [1980], Breusch-Paganův test [1979], Plobergerův test³³ či ARCH test vyvinutý Robertem Englem [1982]. Do druhé skupiny, v níž jsou testy založeny na rekurzivních reziduích, lze zařadit Goldfeld-Quandtův test [1965], Brownův test³⁴ založený na kumulativním součtu druhých mocnin reziduí či Westlundův a Törnkvistův test³⁵, založený na pohyblivém součtu čtverců reziduí.

V empirické části budu data testovat Whiteovým testem, Breusch-Paganovým testem, ARCH testem a Goldfeld-Quandtovým testem. Z tohoto důvodu popíši podrobněji ARCH test a Goldfeld-Quandtův test (Whiteův test a Breusch-Paganův test jsou všeobecně velmi známé – viz. např. Baltagi [2002] či Gujarati [2003]).

ARCH test

R. Engle definoval ARCH model pomocí následujících vztahů:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta^T x_t; h_t), \quad (3.1)$$

³³ PLOBERGER, W. – KRÄMER, W. – KONTRUS, K. A new test for structural stability in the linear regression model. *Journal of Econometrics*, 1989, vol. 40, s. 307-318.

³⁴ BROWN, R., L. – DURBIN, J. – EVANS, J., M. Techniques for testing the constancy of regression relationships over time. *Journal of the Royal Statistical Society, series B*, 1975, vol. 37, no. 2, s. 149-192.

³⁵ WESTLUND, A., H. – TÖRNKVIST, B. On the identification of time for structural changes by MOSUM-SQ and CUSUM-SQ procedures. In *Hackl, P., ed., Statistical Analysis and Forecasting of Economic Structural Change*, Springer Verlag, s. 97-126.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_t = y_t - \beta^T x_t, \quad (3.3)$$

y_t je vysvětlovaná proměnná (v případě modelu CAPM se jedná o $R_t - R_f$)

ψ_t je množina informací dostupná v čase t ,

x_t je vysvětlující proměnná (v případě modelu CAPM se jedná o $R_M - R_f$)

α_k jsou koeficienty a pro $\forall k : \alpha_k > 0$ a současně $\sum_{k=1}^p \alpha_k < 1$.

Z uvedených vztahů vyplývá, že rozptyl disturbancí h_t je závislý na druhých mocninách minulých disturbancí ε_{t-1} až ε_{t-p} .

Dále Engle definoval log-věrohodnostní funkci, jejíž maximalizací lze odhadnout parametry α_i a β :

$$l = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t, \text{ přičemž} \quad (3.4)$$

$$l_t = -\frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t}. \quad (3.5)$$

Testovací statistika χ je dána vztahem:

$$\chi = TR^2, \quad (3.6)$$

T značí počet měření,

R^2 je koeficient determinace z rovnice (3.2) odhadnuté metodou nejmenších čtverců.

Při platnosti nulové hypotézy $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ má testovací statistika χ rozdělení χ_p^2 s p stupni volnosti. Překročí-li hodnota testovací statistiky kritickou hodnotu na zvolené hladině významnosti, nulovou hypotézu o podmíněné homoskedasticitě reziduí zamítneme.³⁶

³⁶ V empirické části budu testovat heteroskedasticitu reziduí ARCH testem prvního řádu, tzn. $p = 1$.

Goldfeld-Quandtův test

Goldfeld-Quandtův test lze použít v případě, že disturbance jsou normálně rozděleny. Nejdříve je třeba hodnoty vysvětlující proměnné (tzn. $R_m - R_f$) vzestupně setřídít a poté vyloučit k centrálních pozorování. Číslo k je současně zvoleno tak, aby platilo:

$$\frac{(n-k)}{2} > m+1, \text{ kde} \quad (3.7)$$

n je počet pozorování,

m je počet odhadovaných parametrů.

Zbylá pozorování, tj. prvních $\frac{(n-k)}{2}$ a posledních $\frac{(n-k)}{2}$ pozorování, jsou odhadnuta metodou nejmenších čtverců a je vypočítán poměr R :

$$R = \frac{S_2}{S_1}, \quad (3.8)$$

S_1 , resp. S_2 je součet druhých mocnin reziduí skupiny s nižšími, resp. vyššími hodnotami pozorování.

Při platnosti nulové hypotézy má výsledný poměr R F-rozdělení s $\left(\frac{n-k-2m-2}{2}, \frac{n-k-2m-2}{2}\right)$ stupni volnosti. Nulovou hypotézu o homoskedasticitě reziduí zamítneme v případě, že na zvolené hladině významnosti hodnota testovací statistiky překročí kritickou hodnotu.

3.2. TESTY SE SPECIFIKOVANÝM ALTERNATIVNÍM MODELEM

Na rozdíl od testů založených na testování heteroskedasticity testy se specifikovanou alternativní hypotézou dokáží v případě nestabilních parametrů určit odpovídající alternativní model. Mezi tyto testy patří např. LaMotteův a McWhorterův test [1978] či Sunderův test [1980]. LaMotteův a McWhorterův test je citlivější především na velké kolísání β , zatímco Sunderův test přesněji reaguje na relativně malé kolísání β .

LaMotteův a McWhorterův test

Základní rovnice modelu jsou:

$$y_t = z_t^T \beta_t + \varepsilon_t, \quad (3.9)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \xi_t. \quad (3.10)$$

Cílem je odhadnout rozptyl disturbancí ξ_t . Je-li jejich rozptyl $\sigma_\xi^2 = 0$, nulovou hypotézu H_0 o stabilních parametrech nezamítneme. Pokud je však $\sigma_\xi^2 > 0$, H_0 zamítneme a přijmeme alternativní hypotézu H_1 , podle níž jsou parametry nestabilní a jejich vývoj odpovídá náhodné procházce.

Za předpokladu známé počáteční hodnoty β_0 a platnosti $y = (y_1, y_2, \dots, y_T)^T$,

$Z = (z_1, z_2, \dots, z_T)^T$, $\psi = \text{diag}(z_t^T)$ a $\Omega = (\omega_1^T, \omega_2^T, \dots, \omega_T^T)$, přičemž $\omega_i = \sum_{j=1}^i \xi_j$,

upravíme jednoduchým dosazením základní rovnici modelu:

$$y = Z\beta_0 + \psi \Omega + \varepsilon. \quad (3.11)$$

Kovarianční matice složek vektoru y je vyjádřena rovnicí:

$$\text{cov}(y) = \sigma_\varepsilon^2 I + \psi \text{cov}(\omega) \psi^T = \sigma_\varepsilon^2 I + \sigma_\xi^2 G (I_T \otimes D) G^T = \sigma_\varepsilon^2 I + \sigma_\xi^2 V. \quad (3.12)$$

Matice G je definována následovně:

$$G = (E_T \otimes Z) \circ (L_T \otimes E_k)^{37}, \quad (3.13)$$

E_j je vektor dimenze $1 \times j$ tvořený samými jedničkami,

L_j je matice dimenze $j \times j$, kde na a pod diagonálou jsou jedničky, jinak nuly.

Pomocí matice G jsou vypočteny jednotlivé prvky matice V :

$$V = \min(i, j) \sum_{s=1}^k d_{ss} z_{sj} z_{si} \equiv G (I_T \otimes D) G^T, \quad (3.14)$$

přičemž d_{ss} jsou diagonální prvky předem známé diagonální matice D .

³⁷ Symbol \circ značí Hadamardův součin, tedy $(A \circ B)_{ij} = a_{ij} b_{ij}$.

Testovací statistika je založena na transformaci závislé proměnné y_t , pro kterou platí:

$$e_t = H^T y_t, \quad (3.15)$$

H je matice o dimenzi $T \times (T - k)$.

Sloupce matice H tvoří ortonormální bázi pro vektorový podprostor, který je ortogonální k z_t . Pro matici H dále platí:

$$H^T H = I_{T-k}, \quad (3.16)$$

$$H H^T = I_T - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \quad \text{a} \quad (3.17)$$

$$e^T e = y^T H H^T y = y^T (I - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T) y = SSE. \quad (3.18)$$

SSE značí součet čtverců reziduí základní rovnice $y_t = z_t^T \beta_t + \varepsilon_t$, přičemž e mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem $\sigma_\varepsilon^2 I + \sigma_\xi^2 H^T V H$. Pro součet čtverců reziduí SSE dále platí:

$$SSE = \sum_{i=1}^{T-k} Q_i = \sum_{i=1}^{T-k} e^T P_i P_i^T e, \quad (3.19)$$

Q_i jsou statistiky, které leží v množině normálních rozdělení $\{N(0, \sigma_\varepsilon^2 I + \sigma_\xi^2 H^T V H); \sigma_\varepsilon^2 > 0, \sigma_\xi^2 \geq 0\}$,

sloupce matice P_i jsou vlastní vektory matice $H^T V H$.

Pro testování samotné hypotézy sestupně setřídíme λ_i , což jsou vlastní čísla matice $H^T V H$ (tedy $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{T-k}$) a tudíž jsou sestupně setříděna i Q_i . Dále zvolíme číslo g tak, aby bylo splněno $0 < g < T - k$ a rozdělíme množinu $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_{T-k}\}$ na dvě části:

$$\{Q_1, Q_2, \dots, Q_g\} \text{ a } \{Q_{g+1}, Q_{g+2}, \dots, Q_{T-k}\},$$

přičemž podmnožina $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_g\}$ obsahuje přibližně 85 % z celkového součtu reziduí SSE .

Poté definujeme součet prvních g prvků Q_i :

$$S_g = \sum_{i=1}^g Q_i \quad (3.20)$$

a číslo n_g , které značí počet prvků podmnožiny $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_g\}$.

Statistika F je definována následovně:

$$F = \frac{S_g / n_g}{(SSE - S_g) / (T - k - n_g)}. \quad (3.21)$$

Testovací statistika má při platnosti nulové hypotézy $H_0 : \sigma_\varepsilon^2 = 0$ F-rozdělení o $(n_g, T - k - n_g)$ stupních volnosti. Je-li kritická hodnota překročena hodnotou testovací statistiky, zamítneme nulovou hypotézu o stabilních parametrech a přijmeme alternativní hypotézu H_1 o nestabilních parametrech, jejichž vývoj odpovídá náhodné procházce.

Sunderův test

Test vyvinutý S. Sunderem navazuje ve značné míře na LaMotteův a McWhorterův test. Opět je zde testována nulová hypotéza o stabilních parametrech proti alternativní hypotéze, podle níž vývoj parametrů odpovídá náhodné procházce.

Sunderův test vychází z modelu s náhodnými disturbancemi:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t, \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_t = (\beta_t - \beta)x_t + \xi_t. \quad (3.23)$$

Jsou-li náhodná rezidua $\hat{\varepsilon}_t$ odhadnuta metodou nejmenších čtverců, lze z tohoto odhadu vytvořit a odhadnout metodou nejmenších čtverců novou regresní rovnici:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \sigma_\varepsilon^2 M_{tt} + \sigma_\xi^2 [MVM]_{tt} + \nu_t, \quad (3.24)$$

σ_ε^2 je rozptyl disturbancí ε_t ,

σ_ξ^2 pak značí rozptyl disturbancí ξ_t .

M je matice, která je dána jako součin matic HH^T , přičemž matice H je definována v LaMotteově a McWhorterově testu a platí pro ni tytéž vlastnosti,

V je matice rovněž definována v předchozím testu,

ν_t jsou disturbance.

Testovací statistika splňuje při platnosti nulové hypotézy $H_0 : \sigma_\xi^2 = 0$ Studentovo t-rozdělení. Překročí-li na zvolené hladině významnosti hodnota testovací statistiky kritickou hodnotu, zamítneme nulovou hypotézu o stabilních parametrech a přijmeme alternativní hypotézu H_1 o nestabilních parametrech, jejichž vývoj odpovídá náhodné procházce. Je však ještě třeba poznamenat, že zamítnutí nulové hypotézy H_0 a přijetí alternativní hypotézy H_1 u obou testů se specifikovaným alternativním modelem, nutně nevylučuje, že se β nemůže chovat i podle jiného nestacionárního procesu.

Výsledky jednotlivých testů se často značně liší, neboť jsou založeny na odlišných předpokladech a rovněž alternativní hypotézy jsou odlišné. V zásadě však platí, že potvrdí-li alespoň jeden libovolný test nestabilitu parametrů, nahlíží se na tyto parametry jako na nestabilní. V empirické části hodlám data otestovat všemi uvedenými testy a poté provedu jejich vzájemné srovnání.

4. KALMANŮV FILTR

Tuto statistickou metodu představil na počátku 60. let R. E. Kalman³⁸ jako nový alternativní přístup k statistické predikci a filtrování. Kalmanův postup našel široké

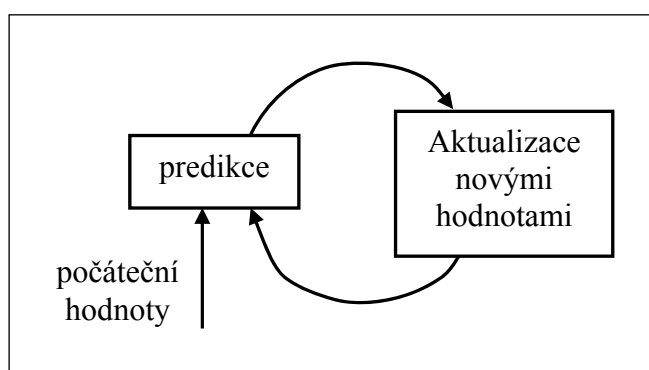
³⁸ KALMAN, R., E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, ASME Transactions, Series D, 1960, vol. 82, s. 35-45.

KALMAN, R., E. New methods in Wiener filtering. In *Bogdanoff, J. L. and Kozin, F., eds., Proceedings of the First Symposium on Engineering Applications of Random Function Theory and Probability*, John Wiley and Sons, New York, 1963, s. 270-388.

využití v celé škále různorodých vědeckých oborů, neboť je určen pro situace, kdy přesnou hodnotu proměnné nelze přesně změřit, a proto je potřeba ji odhadnout.

Kalmanův filtr spočívá v „nekonečném” cyklu. Na základě známých počátečních hodnot je budoucí stav nejprve odhadnut a po získání nových a aktuálních informací jsou tyto predikce upraveny tak, aby odhad budoucího stavu byl co nejpřesnější. Po získání dalších nových aktuálních dat jsou opět upraveny dosavadní predikce a cyklus se tak neustále opakuje. Výhodou Kalmanova filtru je, že není nutné si pamatovat všechny předchozí dosažené hodnoty.

Obrázek č. 5: Kalmanův filtr



Zdroj: Potůček [2002].

Model je popsán pro diskrétní čas. Není uveden v nejobecnější formě, neboť je uzpůsoben potřebám pro odhad modelu CAPM.

4.1. ZÁKLADNÍ VZTAHY PRO ODVOZENÍ KALMANOVA FILTRU

Rovnice měření

Rovnice měření popisuje vztah mezi stavovými veličinami a naměřenými hodnotami. Je určena vztahem:

$$R_t - R_f = X_t B_t + \varepsilon_t, \quad (4.1)$$

R_t značí výnos daného aktiva,

X_t je vektor, pro nějž platí $X_t = (1, R_M - R_f)$,

B_t je rovněž vektor a platí $B_t = (\alpha_t, \beta_t)^T$,

ε_t jsou nezávislé disturbance, pro které platí $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Tranzitivní rovnice

Tranzitivní rovnice, rovněž někdy označovaná jako rovnice přechodu, popisuje přechod ze stavu B_{t-1} do stavu B_t . Je dána vztahem:

$$B_t = \Phi B_{t-1} + \omega_t, \quad (4.2)$$

B_t je stavový vektor, který obsahuje informaci o systému v čase t ,

Φ je tranzitivní matice s fixními koeficienty dimenze (2×2) , která vysvětluje přechod stavu z času $t-1$ do stavu v čase t ,

ω_t jsou nezávislé disturbance, pro které platí $\omega_t \sim N(0, \sigma^2 \Omega)$,

Ω je konečná symetrická matice dimenze (2×2) .

Dále pro disturbance rovnice měření ε_t a tranzitivní rovnice ω_t platí $E(\varepsilon_t, \omega_s^T) = 0$,
 $\forall s, t = 1, \dots, T$.

Je-li kovarianční matice $\sigma^2 \Omega$ nulová a současně se tranzitivní matice Φ rovná identické matici, model je redukován na standardní model CAPM s konstantními parametry.

Rozptyl chybného odhadu vektoru B_t

Označíme-li odhad vektoru B v čase t za podmínky, že relevantní informace je dostupná v čase $t-1$ jako $\hat{B}_{t|t-1}$, lze chybu tohoto odhadu $B_{t|t-1}^e$ (e - error) vyjádřit jako rozdíl skutečného vektoru B_t a odhadovaného vektoru $\hat{B}_{t|t-1}$:

$$B_{t|t-1}^e = B_t - \hat{B}_{t|t-1}. \quad (4.3)$$

Poté lze odvodit rozptyl tohoto chybného odhadu $B_{t|t-1}^e$:

$$E\{B_{t|t-1}^e B_{t|t-1}^{eT}\} \equiv P_{t|t-1}. \quad (4.4)$$

4.2. ODVOZENÍ KALMANOVA FILTRU

Zlepšení a Kalmanův výnos

Pro odvození Kalmanova filtru předpokládáme, že hyperparametry modelu (tj. rozptyl σ^2 , tranzitivní matice Φ a kovarianční matice $\sigma^2\Omega$), jsou známy. Dále definujeme následující lineární vztah, kterým odhadneme vektor $\hat{B}_{t|t}$ na základě znalosti odhadu $\hat{B}_{t|t-1}$, zlepšení z_t a matice K_t :

$$\hat{B}_{t|t} = \hat{B}_{t|t-1} + K_t z_t. \quad (4.5)$$

Zlepšení z_t (innovation) udává rozdíl mezi odhadovaným a skutečným stavem:

$$z_t = (R_t - X_t \hat{B}_{t|t-1}), \quad (4.6)$$

z_t jsou vzájemně nezávislá a současně $z_t \sim N(0, \sigma^2 f_t)$,

Platí-li $z_t = 0$, tj. $R_t = X_t \hat{B}_{t|t-1}$, je odhad stavu $\hat{B}_{t|t}$ roven předpovědi $\hat{B}_{t|t-1}$.

Matice K_t je známá jako Kalmanův zisk (Kalman gain). Minimalizuje rozptyl $P_{t|t}$ a vyjadřuje, do jak velké míry bude stav $\hat{B}_{t|t}$ ovlivněn zlepšením. Kalmanův zisk je popsán vztahem:

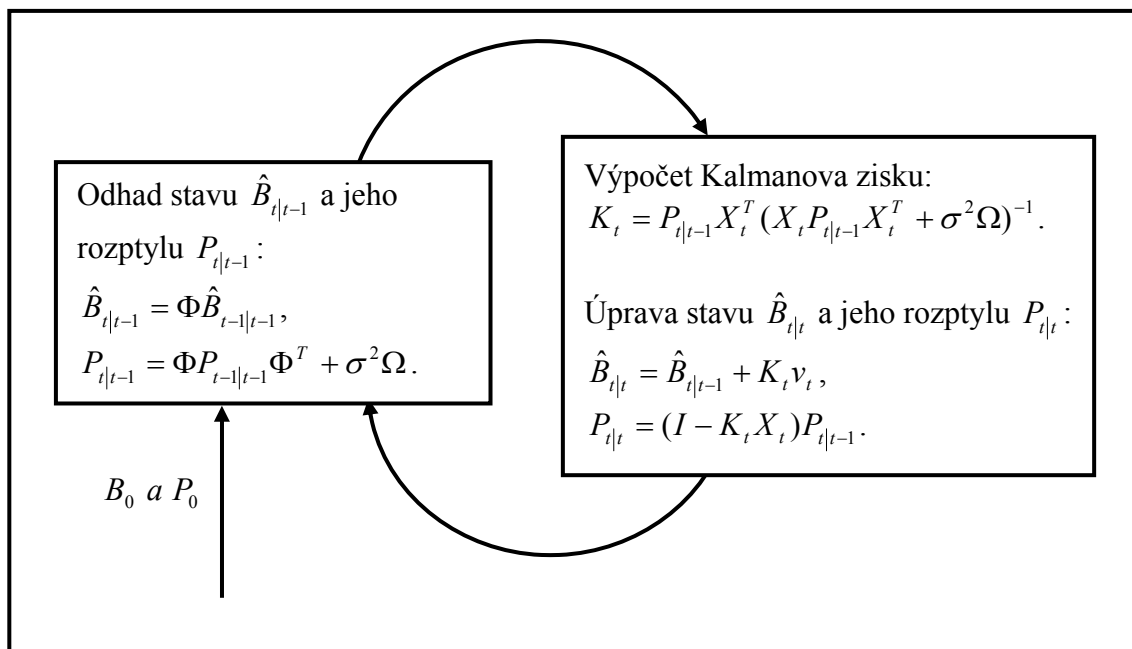
$$K_t = P_{t|t-1} X_t^T (X_t P_{t|t-1} X_t^T + \sigma^2 \Omega)^{-1} = \frac{P_{t|t-1} X_t^T}{X_t P_{t|t-1} X_t^T + \sigma^2 \Omega}. \quad (4.7)$$

Platí-li $\lim_{\Omega \rightarrow 0} K_t = X^{-1}$, je větší důvěryhodnost přikládána aktuálním měřením než predikcím. V opačném případě, tj. $\lim_{P_{t|t-1} \rightarrow 0} K_t = 0$, je naopak větší váha a důvěra přikládána predikcím než aktuálním měřením.

Matici K_t bylo třeba odvodit jednak pro odhad stavu $\hat{B}_{t|t}$, ale současně lze s její pomocí vypočítat rozptyl $P_{t|t}$:

$$P_{t|t} = (I - K_t X_t) P_{t|t-1}. \quad (4.8)$$

Obrázek č. 6: Grafické zobrazení Kalmanova filtru



Zdroj: Welch Greg a Bishop Gary "An Introduction to the Kalman Filter"

Za předpokladu předem známého stavu B_0 a jeho rozptylu P_0 odhadneme stav $\hat{B}_{1|0}$ a jeho rozptyl $P_{1|0}$. Po získání nových údajů X_1 vypočítáme Kalmanův zisk K_1 a upravíme odhad stavu $\hat{B}_{1|1}$ i jeho rozptylu $P_{1|1}$. Poté celý postup opakujeme, tj. odhadneme stav $\hat{B}_{2|1}$, jeho rozptyl $P_{2|1}$ a po získání nových údajů X_2 vypočítáme Kalmanův zisk K_2 atd.

Nejsou-li B_0 a P_0 předem známy, což je poměrně častý případ, lze je jednoduše stanovit např. na základě prvních k pozorování metodou nejmenších čtverců³⁹.

³⁹Harvey a Phillips [1982]. Další metodu pro odhad počátečních hodnot B_0 a P_0 stanovil např. Kenneth Garbade [1977].

4.3. ODHAD HYPERPARAMETRŮ

Hyperparametry modelu nejsou ve skutečnosti předem známy, tudíž je musíme odhadnout. Tento odhad lze provést maximalizací věrohodnostní funkce L (likelihood function)⁴⁰:

$$\log L = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(f_t) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T \frac{z_t^2}{f_t}. \quad (4.9)$$

pro zlepšení z_t platí $z_t \sim N(0, \sigma^2 f_t)$, kde f_t je vyjádřen jako:

$$f_t = X_t P_{t|t-1} X_t^T + \sigma^2. \quad (4.10)$$

V případě, že je odhad rozptylu σ^2 dán vztahem:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{f_t}, \quad (4.11)$$

lze použít koncentrovanou věrohodnostní funkci L_c :

$$\log L_c = -\frac{T}{2} \log(2\pi + 1) - \frac{T}{2} \log \tilde{\sigma}^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(f_t). \quad (4.12)$$

Při empirickém testování dat je však třeba znát matice Φ a Ω ještě před použitím Kalmanova filtru. Jejich odhad může být snadno proveden pomocí korelogramu reziduí vypočtených pomocí metody nejmenších čtverců⁴¹. Poté již snadno Kalmanovým filtrem odhadneme rozptyl σ^2 a koeficienty α a β .

⁴⁰Pro věrohodnostní funkci L existují v literatuře různé modifikace, tento tvar však patří mezi nejpoužívanější – viz. např. Harvey [1993].

⁴¹Viz. Harvey a Phillips [1982].

5. VÝBĚR OPTIMÁLNÍHO MODELU

5.1. ÚPRAVA MODELŮ

Modelů, jež se snaží vysvětlit vývoj koeficientu β v čase, najdeme celou řadu, budu se však zabývat pouze třemi základními – modelem s náhodnými disturbancemi, modelem náhodné procházky a modelem návratu ke střední hodnotě (viz. kapitola 2.2.). Tyto modely lze zavedením Kalmanova filtru upravit tak, aby je bylo možné empiricky odhadnout.

Model s náhodnými disturbancemi

U modelu s náhodnými disturbancemi je tranzitivní matice Φ nulová a model lze tedy jednoduše zapsat pomocí rovnic:

$$(4) \quad R_t - R_{ft} = \alpha_t + (R_{Mt} - R_{ft})\beta_t + \varepsilon_t, \quad (5.1)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\alpha} \\ \bar{\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_{1,t} \\ \mu_{2,t} \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Pro disturbance ε_t platí:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (5.3)$$

a pro disturbance z tranzitivní rovnice $\mu_{1,t}$ a $\mu_{2,t}$ platí:

$$\mu_t \sim N_2(0, \sigma^2 \Omega). \quad (5.4)$$

Ω je symetrická matice s prvky:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_{11} & 0 \\ 0 & \omega_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

U modelu s náhodnými disturbancemi musí být odhadnuty koeficienty α a β , rozptyl σ^2 a matice Ω .

Model náhodné procházky

V případě modelu náhodné procházky je tranzitivní matice Φ rovna identické matici a model můžeme vyjádřit ve tvaru:

$$(5) \quad R_t - R_{ft} = \alpha_t + (R_{Mt} - R_{ft})\beta_t + \varepsilon_t, \quad (5.6)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{t-1} \\ \beta_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \nu_{1,t} \\ \nu_{2,t} \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Pro disturbance ε_t opět platí:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (5.8)$$

a pro disturbance $\nu_{1,t}$ a $\nu_{2,t}$ platí:

$$v_t \sim N_2(0, \sigma^2 \Omega). \quad (5.9)$$

Matice Ω je definována stejně jako v případě modelu s náhodnými disturbancemi.

U modelu náhodné procházky je třeba odhadnout tytéž proměnné jako v případě modelu s náhodnými disturbancemi.

Model návratu ke střední hodnotě

Model návratu ke střední hodnotě lze zapsat pomocí následujících rovnic:

$$(6) \quad R_t - R_{ft} = \alpha_t + (R_{Mt} - R_{ft})\beta_t + \varepsilon_t, \quad (5.10)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\alpha} \\ \bar{\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11} & 0 \\ 0 & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{t-1} - \bar{\alpha} \\ \beta_{t-1} - \bar{\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_{1,t} \\ \xi_{2,t} \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

U modelu návratu ke střední hodnotě je tranzitivní matice Φ neznámá a je tedy nutné ji odhadnout. Předpokládáme, že Φ je diagonální a pro všechny její prvky ϕ_{ii} platí:

$$0 < \phi_{ii} < 1^{42}. \quad (5.12)$$

Pro disturbance ε_t obdobně platí:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (5.13)$$

a pro disturbance $\xi_{1,t}$ a $\xi_{2,t}$ platí:

$$\xi_t \sim N_2(0, \sigma^2 \Omega). \quad (5.14)$$

Matice Ω je definována stejně jako u předchozích dvou modelů.

Koeficienty $\bar{\alpha}$ a $\bar{\beta}$ lze odhadnout např. metodou nejmenších čtverců či metodou obecných nejmenších čtverců a poté dosadit do soustavy rovnic (5.10) a (5.11).

⁴² Bos a Newbold [1984] použili volnější omezení $-1 < \phi_{ii} < 1$, což ovšem v případě $\phi_{ii} < 0$ znamená, že koeficienty oscilují. Omezení $0 < \phi_{ii} < 1$ zaručuje hladký přechod z periody t do periody $t+1$.

V případě modelu návratu ke střední hodnotě je nutné odhadnout koeficienty α a β , rozptyl σ^2 , tranzitivní matici Φ a matici Ω .

5.2. VÝBĚR OPTIMÁLNÍHO MODELU

Poté, co byly odhadnuty příslušné koeficienty a hyperparametry u všech modelů, je třeba z nich vybrat ten model, který co nejlépe popisuje skutečný vývoj koeficientu β . Existuje mnoho různých kritérií pro provedení tohoto výběru, v empirické části použijí ty nejznámější a nejpoužívanější – Akaikeho informační kritérium, Schwarzovo informační kritérium, střední kvadratickou chybu predikce, střední absolutní chybu predikce, procentuální absolutní chybu predikce a rekurzivní t-test.

Akaikeho informační kritérium

Akaikeho informační kritérium slouží k porovnání modelů, jež mají různý počet parametrů. Je vyjádřeno rovnicí:

$$AIC = 2k - 2 \ln L = 2k + T \ln \left(\frac{SSE}{T} \right), \quad (5.15)$$

$\ln L$ označuje maximalizovanou věrohodnostní funkci L ,

k je počet odhadovaných hyperparametrů,

T značí počet měření,

SSE je součet čtverců reziduí.

Model, jehož Akaikeho informační kritérium je nejnižší, nejlépe popisuje vývoj β . Ovšem toto kritérium nic neříká o tom, zda je či není daný model statisticky signifikantní.

Schwarzovo informační kritérium

Schwarzovo informační kritérium je rovněž určeno k porovnání modelů s různým počtem parametrů. Popisuje je vztah:

$$BIC = k \ln T - 2 \ln L = k \ln T + T \ln \left(\frac{SSE}{T} \right), \quad (5.16)$$

označení proměnných je shodné jako v případě Akaikeho informačního kritéria.

Model, jehož Schwarzovo informační kritérium je nejnižší, vystihuje nejlépe vývoj koeficientu β . Avšak na rozdíl od Akaikeho informačního kritéria je toto kritérium konzistentní.

Střední kvadratická chyba predikce, střední absolutní chyba predikce a procentuální absolutní chyba predikce

Tyto ukazatele porovnávají rozdíl mezi skutečnou výnosovou mírou a odhadovanou výnosovou mírou – tedy ukazují, nakolik přesné jsou predikce daného modelu.

Střední kvadratická chyba predikce modelu je dána rovnicí:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{R}_t - R_t)^2, \quad (5.17)$$

\hat{R}_t značí odhadovanou výnosovou míru aktiva,

R_t je skutečná výnosová míra aktiva.

Střední absolutní chyba predikce modelu je určena rovnicí:

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\hat{R}_t - R_t|. \quad (5.18)$$

Procentuální absolutní chyba predikce je vyjádřena rovnicí:

$$MAPE = \frac{1}{T} \left(\sum_{t=1}^T \left(\left| \frac{\hat{R}_t - R_t}{\hat{R}_t} \right| \right) * 100 \right). \quad (5.19)$$

Stejně jako u předchozích kritérií model s nejnižší střední kvadratickou chybou, střední absolutní chybou a procentuální absolutní chybou predikce nejlépe vystihuje vývoj β , avšak nelze nic říci o signifikantnosti modelu.

Rekurzivní t-test

Rekurzivní t-test slouží k otestování vhodnosti modelu. Při platnosti nulové hypotézy má testovací statistika τ Studentovo t-rozdělení o $(T - k - 1)$ stupních volnosti.

Nepřekročí-li hodnota testovací statistiky kritickou hodnotu na zvolené hladině významnosti, je daný model správně a korektně definován.

Testovací statistika τ je dána vztahem:

$$\tau = \left(\frac{T-k-1}{T-k} \right)^{0,5} \frac{\sum_{t=k+1}^T z_t}{\left(\sum_{t=k+1}^T (z_t - \bar{z})^2 \right)^{0,5}}, \quad (5.20)$$

z_t jsou zlepšení,

\bar{z} označuje průměrnou hodnotu zlepšení.

HLAVA II.

EMPIRICKÉ TESTY

Po předchozím teoretickém úvodu budou následovat empirické odhady emisí akcií obchodovaných na Pražské burze cenných papírů (PSE) a Newyorské burze cenných papírů (New York Stock Exchange – NYSE). Nejprve pro zvolené emise odhadnu model oceňování kapitálových aktiv metodou nejmenších čtverců a následně provedu testy na heteroskedasticitu (Whiteův test, Breusch-Paganův test, ARCH test a Goldfeld-

Quandtův test) a testy se specifikovaným alternativním modelem (LaMotteův a McWhorterův test a Sunderův test). Poté pomocí Kalmanova filtru odhadnu model s náhodnými disturbancemi, model náhodné procházky a model návratu ke střední hodnotě a nakonec podle kritérií definovaných v kap. 5.2. vyberu pro jednotlivé společnosti model, jenž nejlépe vystihuje chování cen jejich akcií.

Pro své odhady jsem použila měsíční pozorování z období od 1. ledna 1999 do 1. ledna 2007. Získala jsem tak celkem 97 měření, což je dostatečný počet pro provedení odhadů.

Všechny výše uvedené odhady byly prováděny pomocí programu TSP 5.0. I když je tento software uzpůsoben především pro práci s časovými řadami, např. testy se specifikovaným alternativním modelem (tj. LaMotteův a McWhorterův test a Sunderův test) jeho součástí nejsou.

6. EMPIRICKÉ TESTY NA DATECH PRAŽSKÉ BURZY CENNÝCH PAPÍRŮ

6.1. POUŽITÁ DATA

Pro empirický odhad modelu oceňování kapitálových aktiv je nejdříve potřeba získat údaje o třech proměnných, a to o tržní úrokové míře R_M , výnosové míře R_i a bezrizikové úrokové míře R_f .⁴³

Tržní úroková míra

Tržní úrokovou míru lze v případě Pražské burzy cenných papírů aproximovat indexem PX, který je počítán z blue chip emisí dle následujícího vzorce:

$$PX_t = K_t * \frac{M_t}{M_0} 1000, \quad (6.1)$$

kde PX_t je hodnota indexu PX v čase t ,

K_t značí faktor zřetězení v čase t ,

M_t je tržní kapitalizace báze v čase t a

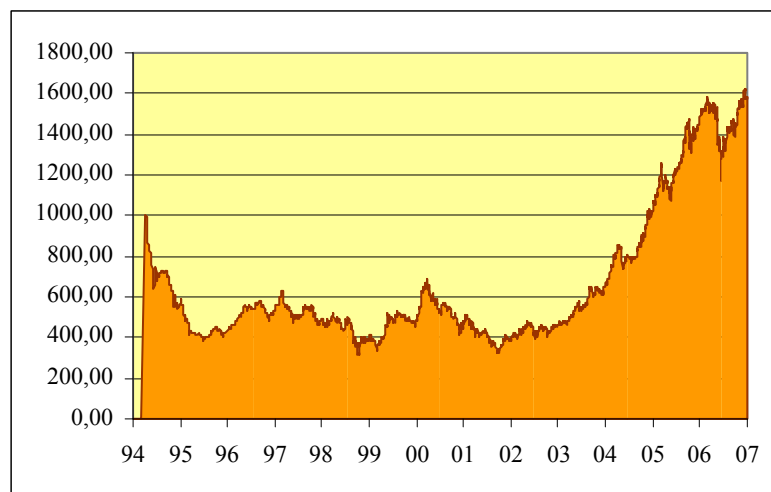
M_0 označuje tržní kapitalizaci báze k výchozímu datu, tedy 5. dubnu 1994.

Index PX je oficiálně počítán od 5. dubna 1994, kdy jeho počáteční hodnota činila 1000 bodů a báze indexu obsahovala 50 emisí.⁴⁴ Vývoj indexu PX v období 5. dubna 1994 až 1. ledna 2007 zachycuje následující graf:

Graf č. 1: Vývoj indexu PX v období 5. 4. 1994 – 1. 1. 2007

⁴³ Data o bezrizikové úrokové míře jsem získala ze serveru <http://www.cnb.cz/cz/index.html>, data o tržní úrokové míře z <http://www.pse.cz/> a data o výnosové míře z databáze Magnus. Poslední jmenovaná nabízí rozsáhlé a podrobné hospodářské informace o českých podnicích a kapitálovém trhu – více viz. <http://www.magnus.cz/?idf=popis-produktu>. Dále tedy již tyto zdroje nebudu uvádět.

⁴⁴ Původní název indexu Pražské burzy byl PX50 a reflektoval padesátku sledovaných titulů. Vzhledem k postupnému vyřazování jednotlivých titulů z obchodování se od 20. března 2006 používá nové označení PX. V celé práci budu tudíž dále používat současný název index PX.



Zdroj: <http://www.pse.cz/>

Pražská burza vznikla již 24. listopadu 1992, obchodování s prvními sedmi emisemi cenných papírů bylo však zahájeno až 6. dubna 1993. Po bouřlivém počátku obchodování, při kterém bylo během roku 1993 uvedeno na trh celkem 955 emisí z první vlny kupónové privatizace a v březnu 1995 dalších 674 emisí z druhé vlny kupónové privatizace, následovalo vyřazování nelikvidních emisí – jen v roce 1997 to postihlo celých 1350 titulů! A počet obchodovaných emisí neustále klesal, v lednu 2007 bylo na akciovém trhu obchodováno pouhých 32 emisí (10 na hlavním, 11 na vedlejších a 11 na volném trhu). Tudíž i index PX musel prodělat zásadní změny. Od roku 2001 byla stále snižována jeho báze, takže v lednu 2007 ji tvořilo pouhých 9 emisí, jejichž název, ISIN a procentuální zastoupení k tomuto datu uvádím v tabulce:

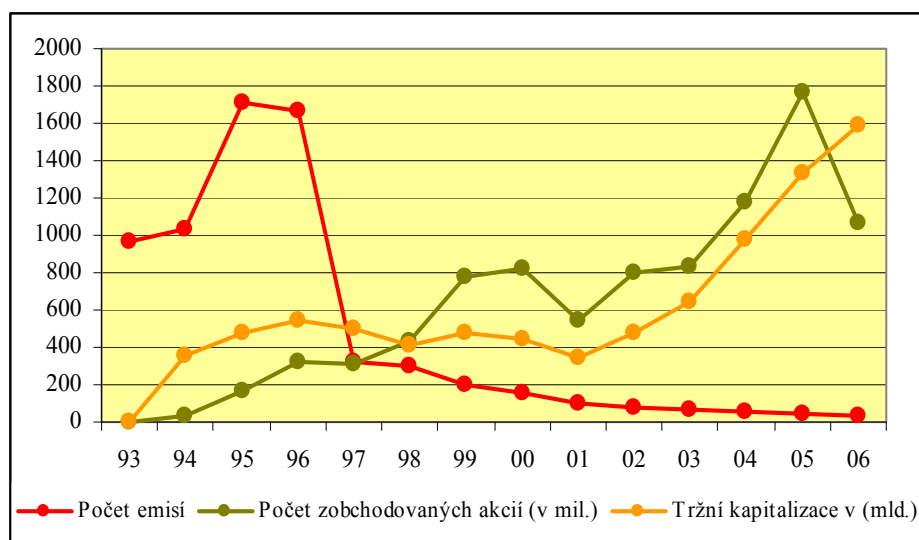
Tabulka č. 1: Složení báze indexu PX k 1. 1. 2007

Emise	ISIN	Váha (v %)
Erste Bank	AT0000652011	25,42
ČEZ	CZ0005112300	25,28
Telefonica O2 CR	CZ0009093209	16,60
Komerční banka	CZ0008019106	12,75
CETV	BMG200452024	5,43
Zentiva	NL0000405173	5,24
Unipetrol	CZ0009091500	4,60
Orco	LU0122624777	2,43
Philip Morris ČR	CS0008418869	2,25

Zdroj: <http://www.pse.cz/>

Avšak i přes toto obrovské snížení obchodovaných emisí počet zobchodovaných akcií a tržní kapitalizace PSE poměrně stabilně roste. Srovnání vždy k 31. prosinci v daném roce zachycuje graf č. 3:

Graf č. 2: Počet emisí, počet zobchodovaných akcií (v mil.) a tržní kapitalizace (v mld.) v letech 1993 -2006



Zdroj: <http://www.pse.cz/>.

Výnosová míra

Při výpočtu měsíční výnosové míry jsem použila závěrečný kurz dané emise k prvnímu dni v měsíci a výnosovou míru jsem pak odvodila pomocí následujícího vzorce:

$$R_{i,t+1} = \frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}}, \quad (6.2)$$

kde $R_{i,t+1}$ značí výnosovou míru i -té emise v čase $t + 1$,

$P_{i,t}$ označuje cenu i -té emise v čase t .

Při výpočtu jsem nezohlednila dividendy, neboť především v 90. letech k výplatě dividend téměř nedocházelo anebo jejich výše byla zanedbatelná⁴⁵.

⁴⁵ W. F. Sharpe a G. M. Cooper ve své práci dokázali, že faktor zahrnutí či nezahrnutí dividend má na výsledný odhad koeficientů β jen zanedbatelný vliv.

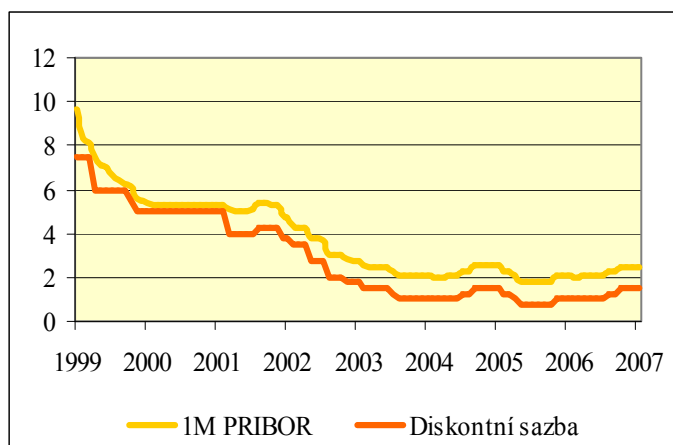
Viz. SHARPE, W., F. – COOPER, G., M. Risk-return Class of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967. *Financial Analysts Journal*, 1972, vol. 28, s. 46-52.

Bezriziková úroková míra

Bezrizikovou úrokovou míru lze aproximovat diskontní sazbou České národní banky (ČNB)⁴⁶, která vyjadřuje základní „cenu peněz“. Avšak diskontní sazba je velmi citlivým nástrojem monetární politiky a k jejím změnám, jež provádí rada ČNB, dochází velmi zřídka. Rozhodla jsem se z tohoto důvodu použít sazbu 1M PRIBOR (Prague Interbank Bid Rate)⁴⁷, která oproti diskontní sazbě lépe odráží situaci na finančních trzích, neboť reaguje na změny mnohem pružněji. Sazbu PRIBOR je však nutné přizpůsobit dle konvence *act/360*.

Diskontní sazba a úroková sazba 1M PRIBOR jsou samozřejmě vzájemně velmi silně korelovány. Vývoj a srovnání diskontní sazby a 1M PRIBOR zobrazuje následující graf:

Graf č. 3: Srovnání diskontní sazby ČNB a sazby 1M PRIBOR mezi 1. lednem 1999 - 1. lednem 2007 (v %)



Zdroj: <http://www.cnb.cz/cz/index.html>

⁴⁶ ČNB poskytuje bankám možnost uložit si přes noc přebytečnou likviditu, kterou úročí diskontní sazbou. Tato sazba představuje dolní mez pro pohyb krátkodobých úrokových sazeb na peněžním trhu.

⁴⁷ Úroková sazba PRIBOR je hodnota úrokových sazeb na trhu mezibankovních depozit, kterou počítá kalkulační agent jako aritmetický průměr z kotací referenčních bank pro prodej depozit. Kotace označuje úroveň ceny, za kterou je referenční banka ochotna koupit od jiné referenční banky mezibankovní depozitum. V současné době je v České republice 12 referenčních bank, které dodávají data pro výpočet úrokové sazby PRIBOR.

6.2. ODHAD MODELU CAPM METODOU NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ

Na PSE bylo v lednu 2007 obchodováno 32 emisí akcií, ale pouze devět z nich ve více než 50 % obchodních dní (sledované období 1. leden 1999 - 1. lednem 2007). Všechny odhady jsem však provedla pouze pro osm emisí, neboť akcie společnosti CETV jsou na PSE obchodovány zatím velmi krátkou dobu a omezený počet pozorování tudíž k provedení odhadů nestačí. Rovněž výsledky společností Orco a Zentiva je třeba brát s určitou rezervou, protože v okamžiku provádění analýzy bylo k dispozici pouze 23, resp. 30 měření. Odhad modelu CAPM metodou nejmenších čtverců shrnuje tabulka:

Tabulka č. 2: Odhad modelu CAPM metodou nejmenších čtverců

Emise	Počet měření	α	Směrod. odchyl. α	β	Směrod. odchyl. β	R^2
ČEZ	94	0,015	0,0063	1,313	0,0933	68,25
Erste Bank	51	0,010*	0,0078	0,542	0,1540	20,18
Komerční banka	97	0,007*	0,0094	1,471	0,1379	54,48
Orco	23	0,021*	0,0167	0,941	0,3630	24,23
Philip Morris ČR	97	-0,002*	0,0077	0,473	0,1120	15,83
Telefonica O2	97	-0,014	0,0069	1,317	0,1012	64,07
Unipetrol	97	0,006*	0,0120	0,942	0,1751	23,35
Zentiva	30	0,015*	0,0110	0,739	0,2232	28,14

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: Koeficienty α , jež jsou označeny *, jsou signifikantní na pětiprocentní hladině významnosti. Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím.

Výsledky odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců nejsou příliš přesvědčivé. Koeficienty α jsou signifikantní na pětiprocentní hladině významnosti v šesti případech, avšak všechny koeficienty dosahují velmi nízkých hodnot. Naopak, koeficienty β se pohybují v rozmezí mezi 0,4 a 1,5, ale všechny jsou na pětiprocentní hladině významnosti nesignifikantní! U pěti emisí se koeficienty β jeví jako defenzivní, u zbývajících tří titulů jako ofenzivní. Průměrná hodnota koeficientu determinace R^2 činila 31 %, což je však dáno zastoupením všech emisí v bázi indexu PX. A především, u modelu oceňování kapitálových aktiv nelze považovat R^2 za

kritérium vhodnosti modelu, neboť R^2 pouze vypovídá, nakolik tržní výnosová míra vysvětluje výnosovou míru cenného papíru.

Otázkou zůstává, zda jsou tyto nepříznivé výsledky dány obecnou neplatností základního modelu CAPM nebo spíše malou vyspělostí českého kapitálového trhu. Ten však zejména v posledních několika málo letech zaznamenal značný rozvoj – např. začaly být obchodovány první zahraniční emise (1. října 2002 Erste Bank a 1. února 2005 Orco), 28. června 2004 se na trhu objevila první primární akciová emise Zentivy. Dále v rámci vstupu České republiky do Evropské unie 1. května 2004 získala Pražská burza řádné členství ve FESE (Federace evropských burz) a v témže měsíci udělila americká Komise pro cenné papíry (US SEC) Pražské burze statut definované zahraniční burzy, jež tak byla zařazena do seznamu neamerických burz bezpečných pro investory. Na počátku října 2006 došlo k dalšímu rozšíření aktivit PSE - kromě akcií a dluhopisů jsou zde nyní obchodovány i investiční certifikáty a futures.

Z výše uvedených důvodů a skutečnosti, že jsem pro své odhady záměrně zvolila období posledních 8 let, soudím, že nepříznivé výsledky odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců jsou dány spíše obecně limitovanou platností tohoto modelu, než nízkou vyspělostí českého kapitálového trhu. V dalších kapitolách se budu snažit nalézt pro koeficient β relevantní model, jež by dokázal chování β popsat lépe než model CAPM s konstantními parametry.

6.3. TESTY NA STABILITU KOEFICIENTU β

Testy na heteroskedasticitu disturbancí

Po provedení základního odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců jsem přistoupila k testování stability koeficientu β pomocí testů na homoskedasticitu disturbancí (Whiteův test, Breusch-Paganův test, ARCH(1) test a Goldfeld-Quandtův test). Výsledky těchto testů se do značné míry shodují, ačkoliv jednotlivé postupy jsou založeny na různých předpokladech i různých hypotézách. Whiteův test zamítl nepodmíněnou homoskedasticitu disturbancí ve dvou, Breusch-Paganův test v jednom a

Goldfeld-Quandtův test ve třech případech. ARCH test prvního řádu nepotvrdil podmíněnou heteroskedasticitu pro žádnou emisi akcií. Závěrem lze tedy konstatovat, že emise společností ČEZ, Komerční banky a Telefoniky jsou nestabilní, zbylé emise akcií naopak v čase stabilní. V tabulce č. 3 jsou uváděny p-values jednotlivých testů, přičemž všechny testy jsou provedeny na pětiprocentní hladině významnosti:

Tabulka č. 3: Testy na heteroskedasticitu disturbancí

Emise	White	Breusch Pagan	Goldfeld Quandt	ARCH(1)	Závěr
ČEZ	0,000	0,068	0,019	0,375	N
Erste Bank	0,735	0,702	0,057	0,079	ST
Komerční banka	0,000	0,001	0,000	0,868	N
Orco	0,987	0,874	0,607	0,614	ST
Philip Morris ČR	0,828	0,823	0,985	0,919	ST
Telefonica	0,517	0,266	0,000	0,093	N
Unipetrol	0,718	0,416	0,459	0,427	ST
Zentiva	0,779	0,692	0,636	0,692	ST

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: ST – koeficient β je v čase stabilní. N – koeficient β je v čase nestabilní.

Pro přehlednější orientaci jsou případy, kdy byla potvrzena homoskedasticita disturbancí, zvýrazněny tmavším pozadím.

Testy se specifikovaným alternativním modelem

Po testech na heteroskedasticitu disturbancí jsem pro zvolené emise provedla testy se specifikovaným alternativním modelem (LaMotteův a McWhorterův test a Sunderův test).

LaMotteův a McWhorterův test zamítl stabilitu koeficientu β u emisí akcií Komerční banky a Telefoniky. Sunderův test přijal alternativní hypotézu o náhodné procházce pro emise ČEZ a Komerční banky. Proto lze shrnout, že dle testů s alternativní hypotézou je u pěti emisí β stabilní v čase, zatímco u emisí akcií ČEZ, Komerční banky a Telefoniky byla nulová hypotéza o stabilitě β zamítnuta. Ovšem toto zamítnutí LaMotteovým a McWhorterovým testem a Sunderovým testem ještě nevyklučuje, že se β nemůže chovat i dle jiného nestacionárního procesu (přesný model pro každou

společnost určím v kapitole 6.5.). Odhady jsou opět provedeny na pětiprocentní hladině významnosti a jejich výsledky shrnuty v tabulce č. 4:

Tabulka č. 4: Testy se specifikovaným alternativním modelem

Emise	LaMotte McWhorter	Sunder	Závěr
ČEZ	0,243	0,000	RW
Erste Bank	0,427	0,724	ST
Komerční banka	0,000	0,000	RW
Orco	0,302	0,800	ST
Philip Morris ČR	0,128	0,791	ST
Telefonica	0,003	0,255	RW
Unipetrol	0,117	0,345	ST
Zentiva	0,420	0,842	ST

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: ST – koeficient β je v čase stabilní. RW – koeficient β se chová dle náhodné procházky. Pro přehlednější orientaci jsou případy, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza, zvýrazněny tmavším pozadím.

Závěr

Na závěr ještě uvádím srovnání výsledků testů na heteroskedasticitu disturbancí a testů se specifikovaným alternativním modelem:

Tabulka č. 5: Závěrečné srovnání testů

Emise	Testy na heteroskedasticitu	Testy s alternativním modelem	Závěr
ČEZ	N	RW	N
Erste Bank	ST	ST	ST
Komerční banka	N	RW	N
Orco	ST	ST	ST
Philip Morris ČR	ST	ST	ST
Telefonica	N	RW	N
Unipetrol	ST	ST	ST
Zentiva	ST	ST	ST

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: ST – koeficient β je v čase stabilní. N – koeficient β je v čase nestabilní. RW – koeficient β se chová dle náhodné procházky. Pro přehlednější orientaci jsou případy, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza, zvýrazněny tmavším pozadím.

Z porovnání výsledků vyplývá, že testy na homoskedasticitu disturbancí a testy se specifikovaným alternativním modelem se ve všech případech dokonale shodnou. Koeficient β je stabilní v čase u emisí společností Erste Bank, Orco, Philip Morris ČR, Unipetrol a Zentiva, kdežto u zbývajících titulů, tzn. ČEZu, Komerční banky a Telefoniky se β chová dle zákonitostí náhodné procházky nebo podle jiného stacionárního procesu. Určení tohoto stacionárního procesu a výběr nejlepšího modelu pro každou emisi akcií bude předmětem následujících kapitol.

6.4. ODHADY MODELŮ S VARIABILNÍMI PARAMETRY POMOCÍ KALMANOVA FILTRU

U výše zvolených emisí akcií jsem provedla odhad Kalmanovým filtrem modelu s náhodnými disturbancemi, modelu náhodné procházky a modelu návratu ke střední hodnotě. Pro názornost doplňuji i odhad Kalmanovým filtrem klasického modelu CAPM s konstantními parametry (CP)⁴⁸. Poté jsem vypočítala jednotlivá srovnávací kritéria, na jejichž základě jsem vybrala nejvhodnější model pro tu kterou emisi.

Model CAPM s konstantními parametry

V modelu CAPM s konstantními parametry je tranzitivní matice Φ rovna identické matici a matice Ω je nulová. Model CAPM lze tedy jednoduše zapsat ve tvaru:

$$R_t - R_{ft} = \alpha_t + (R_{Mt} - R_{ft})\beta_t + \varepsilon_t, \quad (6.3)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{t-1} \\ \beta_{t-1} \end{pmatrix}. \quad (6.4)$$

Rekuzivní t-test jednoznačně zamítl vhodnost modelu CAPM s konstantními parametry pouze pro emisi Komerční banky, u ostatních emisí je při konečném výběru nejvhodnějšího modelu třeba brát model CP v potaz. Výsledky odhadu koeficientů

⁴⁸ Výsledné koeficienty α a β v modelu CAPM odhadnutého pomocí Kalmanova filtru jsou totožné s odhady provedenými metodou nejmenších čtverců, avšak chyby predikcí jsou u modelu CP ve většině případů výrazně nižší oproti modelu CAPM odhadnutého metodou nejmenších čtverců.

α , β a R^2 jsou totožné s výsledky odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců. Whiteův test zamítl nepodmíněnou homoskedasticitu u emise společnosti ČEZ a ARCH test prvního řádu zamítl podmíněnou homoskedasticitu u emise Telefoniky. Výsledky všech srovnávacích kritérií naleznete v dodatku č. 1.

Model s náhodnými disturbancemi

Tranzitivní matice Φ je u modelu s náhodnými disturbancemi rovna nulové matici. Pro oba členy matice Ω , jež určují variabilitu koeficientů α a β , jsem z důvodu omezených možností programu TSP stanovila následující množinu hodnot, jež mohou parametry ω_{11} a ω_{22} nabývat:

$$\langle 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,00001; 0,000001 \rangle. ^{49}$$

Z této množiny jsem následně vybrala takovou kombinaci, která maximalizuje věrohodnostní funkci. Poté už jen zbývalo odhadnout koeficienty α a β , rozptyl σ^2 a vypočítat jednotlivá srovnávací kritéria.

Rekurzivní t-test potvrdil vhodnost modelu RCM pro všechny tituly na pětiprocentní hladině významnosti. P-values jsou velmi vysoké, všechny se pohybují nad 50 procenty. Whiteův test zamítl nepodmíněnou homoskedasticitu disturbancí u emise ČEZ a Komerční banky, ARCH test prvního řádu potvrdil podmíněnou homoskedasticitu u všech emisí. Tyto výsledky jsou totožné s výsledky odhadu modelu CAPM odhadnutého metodou nejmenších čtverců. Hodnoty parametrů ω_{11} a ω_{22} nabývaly pouze rohových řešení (tj. hodnot 0,000001 či 0,1). Podrobné výsledky uvádím v dodatku č. 2.

Model náhodné procházky

Postupovala jsem shodně jako u modelu s náhodnými disturbancemi, jen s tím rozdílem, že tranzitivní matice Φ je v případě modelu náhodné procházky rovna identické matici.

⁴⁹ Při výši 0,000001 jsou rezidua μ_1 a μ_2 téměř konstantní, avšak hodnota 0,1 již zajišťuje jejich značnou variabilitu.

Rozptyly reziduí ν_1 a ν_2 mohly opět nabývat hodnoty z množiny $\langle 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,00001; 0,000001; \rangle$.

Rekurzivní t-test potvrdil vhodnost modelu RW pro všechny emise na pětiprocentní hladině významnosti, avšak jeho hodnoty u některých titulů byly podstatně nižší než v případě modelů CP či RCM. Whiteův test zamítl nulovou hypotézu o nepodmíněné homoskedasticitě na pětiprocentní hladině významnosti pouze u emise společnosti ČEZ, ARCH test prvního řádu potvrdil podmíněnou heteroskedasticitu u emise Telefoniky. Podobně jako u RCM nabývaly i u RW parametry ω_{11} a ω_{22} rohových řešení 0,1 a 0,000001, pouze ve dvou případech nabyl ω_{11} hodnoty 0,01. Podrobné výsledky jsou shrnuty v dodatku č. 3.

Model návratu ke střední hodnotě

V případě modelu návratu ke střední hodnotě je tranzitivní matice Φ neznámá, proto jsem pro oba její členy ϕ_{11} a ϕ_{22} stanovila množinu hodnot, jež mohou nabývat:

$$\langle 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1 \rangle^{50}.$$

Parametry ω_{11} a ω_{22} opět jako v předchozích dvou případech nabývají hodnoty z množiny $\langle 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,00001; 0,000001; \rangle$. Následně jsem obdobně jako v předchozích případech zvolila takovou kombinaci parametrů ϕ_{11} , ϕ_{22} , ω_{11} a ω_{22} , při níž je věrohodnostní funkce maximální. Po odhadnutí koeficientů α , β a rozptylu σ^2 jsem postoupila k výpočtu jednotlivých srovnávacích kritérií.

Všechny hodnoty p-values u rekurzivního t-testu jsou velmi vysoké, převyšují hodnotu 0,50. Whiteův test zamítl nepodmíněnou heteroskedasticitu u všech emisí a ARCH test potvrdil podmíněnou homoskedasticitu u všech zvolených titulů. Až na jedinou výjimku nabývaly parametry ω_{11} a ω_{22} pouze rohových řešení. Parametr ϕ_{11} se pohyboval v rozmezí hodnot 0 a 0,9, zatímco parametr ϕ_{22} se s výjimkou emisí Erste Bank a Komerční banky, kdy činil 0,6 a 0,9, rovnal 0. Podrobné výsledky srovnávacích kritérií jsou shrnuty v dodatku č. 4.

⁵⁰ Hodnoty 0 či 1 mohou parametry ϕ_{11} a ϕ_{22} nabývat pouze v případě, kdy druhý parametr z dvojice není roven 0 nebo 1, protože v tom případě by se z modelu MRM stal buď model RCM nebo RW.

6.5. SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH MODELŮ

Výsledky jednotlivých srovnávacích kritérií hovoří často ve prospěch více modelů, a proto jsem se za určitého kompromisu snažila vybrat pro každou společnost nejvhodnější model dle srovnávacích kritérií.

ČEZ

U společnosti ČEZ jsem se rozhodovala mezi modely RCM, RW a MRM, nakonec jsem však zvolila MRM. Hodnota p-value u rekurzivního t-testu je výrazně vyšší než u všech ostatních modelů a model MRM navíc dosahuje nejlepších výsledků u Akaikeho a Schwarzova informačního kritéria a R^2 , zatímco hodnoty všech chyb predikcí nejsou o mnoho vyšší než u modelu RW. Hodnoty parametrů ϕ_{11} a ϕ_{22} byly odhadnuty jako 0,7 a 0, z čehož vyplývá, že koeficient α se chová spíše dle náhodné procházky a koeficient β je stabilní.

Erste Bank

Pro emisi akcií Erste Bank jsem zvolila model RCM, tento model se ukázal jako nejvěrohodnější – hodnoty Akaikeho a Schwarzova kritéria jsou jen o něco nižší než u MRM a procentuální kvadratická chyba predikce o málo vyšší než u RW, ve všech ostatních kritériích však dosáhl RCM jednoznačně nejlepších výsledků. Tento výsledek plně podpořily i testy na heteroskedasticitu disturbancí a testy se specifikovaným alternativním modelem.

Komerční banka

V případě Komerční banky jsem na základě výsledků testů na heteroskedasticitu disturbancí a testů se specifikovaným alternativním modelem očekávala, že se jako nejvhodnější model ukáže RW. Nakonec jsem však zvolila MRM, jež dosáhl oproti RW výrazně lepších výsledků u Akaikeho a Schwarzova kritéria, R^2 a střední kvadratické chyby predikce. Parametry ϕ_{11} a ϕ_{22} byly shodně odhadnuty na 0,9 a parametry ω_{11} a ω_{22} na 0,01 a 0,1, což znamená, že u koeficientů α a β naprosto převládá náhodná složka, kdežto konstantní složka je minimální.

Orco

Výběr vhodného modelu pro společnost Orco je již na první pohled snadnou záležitostí, neboť model MRM dosahuje nejlepších výsledků ve všech kritériích. Parametry ϕ_{11} a ϕ_{22} činí 0,3 a 0, parametry ω_{11} a ω_{22} shodně 0,1. Tedy zvláště β je stabilní, ale i u koeficientu α hraje náhodná složka vedlejší roli. Tento výsledek potvrdily i testy na heteroskedasticitu disturbancí a testy se specifikovaným alternativním modelem, jež označily koeficient β za stabilní.

Philip Morris ČR

V případě společnosti Philip Morris jsem volila mezi modely RCM a RW. Model RCM dosáhl nejlepších výsledků u Akaikeho a Schwarzova kritéria a R^2 , kdežto RW dosáhl nejlepších výsledků u všech chyb predikcí. Nakonec jsem však zvolila RCM, neboť střední kvadratická chyba predikce a střední absolutní chyba predikce jsou jen o málo vyšší než u modelu RW. Tuto volbu potvrdil i odhad modelu MRM, protože parametry ϕ_{11} a ϕ_{22} činí 0,1 a 0 a parametry ω_{11} a ω_{22} jsou rovny 0,000001. Náhodná složka je u emise Phillip Morris ČR minimální, což je ostatně i výsledek všech testů na stabilitu koeficientu β .

Telefonica

Tentokrát jsem volila mezi modely RW a MRM. Ani testy na stabilitu koeficientu β se nedokázaly shodnout a nabídnout jednoznačné řešení. Goldfeld-Quandtův test jako jediný zamítl nepodmíněnou homoskedasticitu disturbancí. LaMotteův a McWhorterův test přijal alternativní hypotézu o náhodném procesu, zatímco Sunderův test stabilitu koeficientu β potvrdil. U modelu RW Akaikeho a Schwarzova kritéria a rekurzivní t-test dosahují výrazně horšího výsledku, zatímco model MRM je v těchto kritériích nejlepší a v ostatních kritériích MRM příliš nezaostává. Tuto volbu podpořily také výsledné koeficienty ϕ_{11} a ϕ_{22} , jež byly odhadnuty na 0,5 a 0.

Unipetrol

V případě společnosti Unipetrol bylo rozhodování vcelku snadné, model MRM dosáhl nejlepších hodnot u Akaikého a Schwarzova kritéria, R^2 a procentuální absolutní chyby predikce a ani ve zbývajících kritériích model MRM nebyl o mnoho horší než nejlepší hodnoty. Parametry ϕ_{11} a ϕ_{22} činí 0,5 a 0 a tedy koeficient β je stabilní, což ostatně potvrdily i všechny testy na jeho stabilitu.

Zentiva

Nad výběrem vhodného modelu pro společnost Zentiva nebylo třeba dlouze váhat, protože model RCM dosáhl nejlepších výsledků ve všech srovnávacích kritériích. Stabilitu koeficientu β potvrdily i všechny testy na stabilitu tohoto koeficientu a výsledky odhadu modelu MRM, neboť jeho koeficienty ϕ_{11} a ϕ_{22} u modelu MRM shodně činily 0,1 a 0, koeficienty ω_{11} a ω_{22} byly rovny 0,000001.

Podrobné výsledky odhadů a srovnávacích kritérií uvádí následující tabulka:

Tabulka č. 6: Souhrnné porovnání odhadů modelu CAPM pomocí Kalmanova filtru

Emise	Model	R ²	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
ČEZ	OLSQ	68,25	-123,470	-120,948	0,00281	0,03866	2,08010	0,460	0,001	0,959
	RCM	71,23	-131,875	-129,353	0,00312	0,04088	1,93966	0,688	0,010	0,251
	RW	68,65	-123,771	-121,249	0,00275	0,03817	1,96848	0,473	0,001	0,973
	MRM	72,47	-133,374	-130,852	0,00288	0,04058	2,17139	0,955	0,095	0,265
Erste Bank	OLSQ	20,18	-73,540	-71,648	0,00175	0,03196	2,62555	0,552	0,705	0,601
	RCM	38,56	-80,932	-79,040	0,00158	0,02875	3,83097	0,555	0,703	0,599
	RW	20,18	-73,540	-71,648	0,00175	0,03196	2,62481	0,551	0,705	0,601
	MRM	32,93	-81,098	-79,206	0,00189	0,03157	2,86286	0,535	0,707	0,569
Komerční banka	OLSQ	54,48	-85,852	-83,298	0,00727	0,06290	2,8653	0,006	0,328	0,520
	RCM	54,79	-91,297	-88,743	0,00803	0,05984	2,72418	0,945	0,000	0,860
	RW	62,91	-91,989	-89,435	0,00547	0,05007	1,58057	0,443	0,480	0,685
	MRM	66,05	-100,077	-97,523	0,00541	0,05103	9,68193	0,555	0,374	0,804
Orco	OLSQ	24,23	-20,326	-19,281	0,00452	0,05341	3,61819	0,447	0,982	0,619
	RCM	26,80	-22,714	-21,669	0,00508	0,05807	11,45196	0,801	0,989	0,732
	RW	24,23	-20,326	-19,281	0,00452	0,05341	3,62009	0,447	0,982	0,619
	MRM	34,36	-22,752	-21,707	0,00411	0,05173	1,58998	0,766	0,982	0,761
Philip Morris	OLSQ	15,83	-105,604	-103,050	0,00499	0,05243	15,46970	0,930	0,972	0,602
	RCM	25,93	-112,290	-109,736	0,00427	0,04939	21,65422	0,874	0,876	0,988
	RW	24,00	-106,854	-104,300	0,00413	0,04802	2,78309	0,751	0,982	0,057
	MRM	18,50	-112,275	-109,721	0,00517	0,05437	7,64543	0,870	0,878	0,987

Emise	Model	R ²	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
Telefonica O2	OLSQ	64,07	-115,275	-112,721	0,00411	0,04923	4,64098	0,197	0,640	0,013
	RCM	64,22	-120,593	-118,039	0,00434	0,04956	1,90186	0,934	0,516	0,087
	RW	64,74	-115,888	-113,334	0,00401	0,04883	4,61006	0,174	0,623	0,009
	MIRM	64,35	-120,681	-118,127	0,00432	0,04925	1,89926	0,892	0,525	0,085
Unipetrol	OLSQ	23,35	-63,159	-60,605	0,01219	0,07991	13,97788	0,180	0,780	0,312
	RCM	24,56	-69,035	-66,481	0,01284	0,08408	5,20078	0,865	0,722	0,405
	RW	23,96	-63,249	-60,695	0,01200	0,07939	7,21799	0,168	0,785	0,282
	MIRM	25,03	-69,250	-66,696	0,01276	0,08330	5,17759	0,798	0,722	0,387
Zentiva	OLSQ	28,14	-36,645	-35,313	0,00223	0,03640	3,84923	0,308	0,917	0,618
	RCM	40,71	-41,332	-40,000	0,00204	0,03356	1,65389	0,685	0,868	0,711
	RW	28,14	-35,313	-36,645	0,00223	0,03640	3,85041	0,308	0,917	0,618
	MIRM	34,26	-41,218	-39,886	0,00249	0,03705	5,71757	0,673	0,862	0,689

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: Pro přehlednější orientaci jsou případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti, zvýrazněny tmavším pozadím. Dále je zvýrazněna nejlepší hodnota daného kritéria a zvolený model.

Z výše provedených odhadů tedy vyplývá, že vždy existuje alespoň jeden model (ve většině případů jsou to všechny tři modely s variabilními koeficienty), jež dosahuje lepších výsledků než model CAPM s konstantními parametry. Výsledný model a odhady koeficientů α , β a R^2 shrnuje tabulka č. 7:

Tabulka č. 7: Odhad modelu CAPM s variabilními parametry

Emise	Model	α	ω_{11}	ϕ_{11}	β	ω_{22}	ϕ_{22}	R^2
ČEZ	MRM	0,015	0,000001	0,7	1,313	0,1	0	72,47
Erste Bank	RCM	0,012	0,1	0	0,542	0,000001	0	38,56
Komerční banka	MRM	-0,004	0,01	0,9	1,464	0,1	0,9	66,05
Orco	MRM	0,020	0,1	0,3	0,941	0,1	0	34,36
Philip Morris ČR	RCM	-0,001	0,1	0	0,474	0,000001	0	25,93
Telefonica	MRM	-0,014	0,000001	0,5	1,317	0,1	0	64,35
Unipetrol	MRM	0,006	0,000001	0,5	0,942	0,1	0	25,03
Zentiva	RCM	0,016	0,1	0	0,739	0,000001	0	40,71

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím.

Výsledné koeficienty α a β se oproti odhadům z modelu CAPM s konstantními parametry příliš neliší, protože koeficienty α jsou opět velmi nízké a koeficienty β byly ve všech případech kromě Komerční banky odhadnuty jako stabilní. Koeficient determinace R^2 vzrostl u všech společností, jeho průměrná hodnota R^2 se zvýšila z 31 % na téměř 46 %. V případě společnosti ČEZ převyšuje jeho hodnota dokonce 70 %, což však lze vysvětlit velkou vahou této společnosti v bázi indexu PX.

6.6. ZÁVĚR

Z výše uvedených testů vyplývá, že vždy existuje model, který dokáže chování koeficientů α a β popsat lépe, než model CAPM s konstantními parametry odhadnutý metodou nejmenších čtverců. Přesto je však u většiny titulů obsažených v bázi indexu PX koeficient β stabilní a náhodná složka hraje vedlejší roli, poněvadž u tří emisí je nejvhodnějším modelem RCM a u šesti emisí je to model MRM. Jedinou výjimku

představuje emise Komerční banky, avšak i zde se ukázal nejvhodnějším modelem MRM a nikoliv RW. Přesto

Dále je třeba upozornit na významnou změnu procesů na Pražské burze cenných papírů, neboť nynější struktura optimálních modelů je dosti odlišná od výsledků mé Diplomové práce,⁵¹ v níž se ukázal nejvhodnějším modelem pro PSE model MRM v sedmi, RCM v osmi a RW ve čtyřech případech. Koeficienty ϕ_{11} a ϕ_{22} často nabývaly v modelu MRM vysokých hodnot a náhodná složka tedy měla výrazně větší vliv.

Rozdíl ve výsledcích je dán především odlišným časovým intervalem (v menší míře i jiným způsobem výpočtu tržní úrokové míry). V diplomové práci jsem testy prováděla na datech od 5. dubna 1994 do 1. ledna 2006, zatímco nyní jsem zvolila data od 1. ledna 1999 do 1. ledna 2007 a záměrně jsem se tak vyhnula specifickému období 90. let, kdy byl český kapitálový trh ještě nerozvinutý a ceny akcií nebyly určovány pouze tržními motivy. Tento závěr dokládám u vybraných emisí tabulkou, v níž jsou porovnány výsledné modely z diplomové a nynější práce:

Tabulka č. 8: Srovnání výsledných modelů pro období od 5. dubna 1994 do 1. ledna 2006 a od 1. ledna 1999 do 1. ledna 2007

Emise	5. 4. 1994 1. 1. 2006	1. 1. 1999 1. 1. 2007
ČEZ	RW	MRM
Erste Bank	MRM	RCM
Komerční banka	MRM	MRM
Orco	-	MRM
Philip Morris ČR	MRM	RCM
Telefonica	MRM	MRM
Unipetrol	MRM	MRM
Zentiva	-	RCM

Zdroj: Vlastní výpočty.

Je však otázkou, jaký měl na tento výsledek vliv aproximace tržní úrokové míry indexem PX, jehož báze obsahovala k 1. lednu 2007 pouze devět emisí a dva tituly (Erste Bank a ČEZ) tvořily přes 50 % této báze! Nakolik by se tedy výsledky lišily

⁵¹ PAŘENICOVÁ, Petra: Diplomová práce

v případě použití „širší“ aproximace tržní úrokové míry, jež však v případě českého kapitálového trhu není k dispozici? Bude tedy zajímavé srovnat tyto výsledky s vyspělou zahraniční burzou cenných papírů, což bude obsahem následující kapitoly.

7. EMPIRICKÉ TESTY NA DATECH NEWYORSKÉ BURZY CENNÝCH PAPÍRŮ

Po odhadech emisí akcií obchodovaných na PSE provedu tytéž testy na datech Newyorské burzy cenných papírů (NYSE - New York Stock Exchange). NYSE je nejznámější a v současné době i největší burzou na světě. Její historie sahá až do roku 1792, kdy byla na Wall Street v New Yorku podepsána Buttonwoodská dohoda o obchodování s cennými papíry a začalo se obchodovat se třemi vládními dluhopisy a dvěmi emisemi akcií. Na konci roku 2006 bylo na NYSE obchodováno cenné papíry již 2764 společností a denně je zobchodováno přes tři mld. cenných papírů.

7.1. POUŽITÁ DATA

Obdobně jako v předchozí kapitole bylo nutné nejprve získat údaje o tržní úrokové míře R_M , výnosové míře R_i a bezrizikové úrokové míře R_f .⁵²

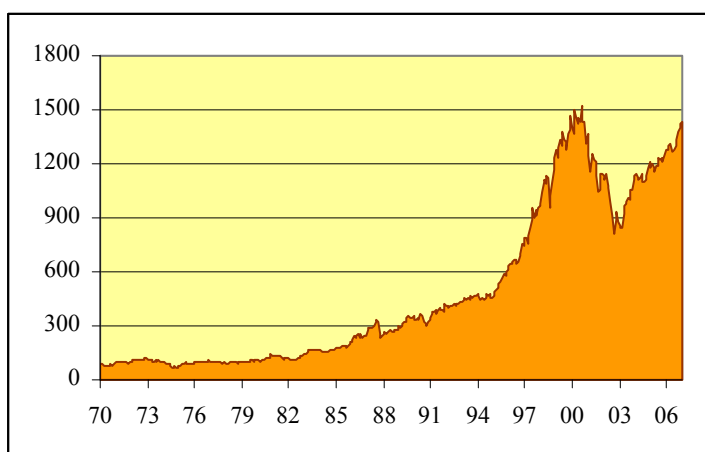
Tržní úroková míra

Tržní úrokovou míru jsem aproximovala indexem S&P 500 (Standard & Poor's), jež spolu s DJIA (Dow Jones Industrial Average) patří k nejznámějším a nejsledovanějším ukazatelům amerického trhu s cennými papíry. DJIA obsahuje pouze 30 titulů, a proto jsem raději za ukazatel tržní úrokové míry zvolila S&P 500, který sestává z 500 blue chip emisí akcií obchodovaných především na NYSE (New York Stock Exchange), AMEX (American Stock Exchange) a NASDAQ (National Association of Securities Dealers Automated Quotations) a lépe tak odpovídá definici modelu CAPM.

⁵² Veškerá data o tržní úrokové míře a o výnosové míře jsem získala ze serveru <http://finance.yahoo.com/>, data o bezrizikové úrokové míře z <http://research.stlouisfed.org/fred2/>. Dále již tyto zdroje nebudu uvádět.

V roce 1923 představil Standard de Poor's index S&P, který obsahoval 233 emisí akcií z 26 různých odvětví. S rozvíjející se ekonomikou však počet titulů v bázi indexu postupně narůstal, a proto byl index S&P nahrazen 4. března 1957 indexem S&P 500, jenž sestával z 500 titulů⁵³ a jehož počáteční hodnota činila 10 bodů (k 1. lednu 2007 hodnota indexu S&P 500 dosáhla již 1418,30 bodů). Vývoj indexu S&P 500 v období mezi lety 1970 a 2006 zobrazuje graf:

Graf č. 4: Vývoj indexu S&P 500 v letech 1970 – 2006



Zdroj: <http://finance.yahoo.com/>

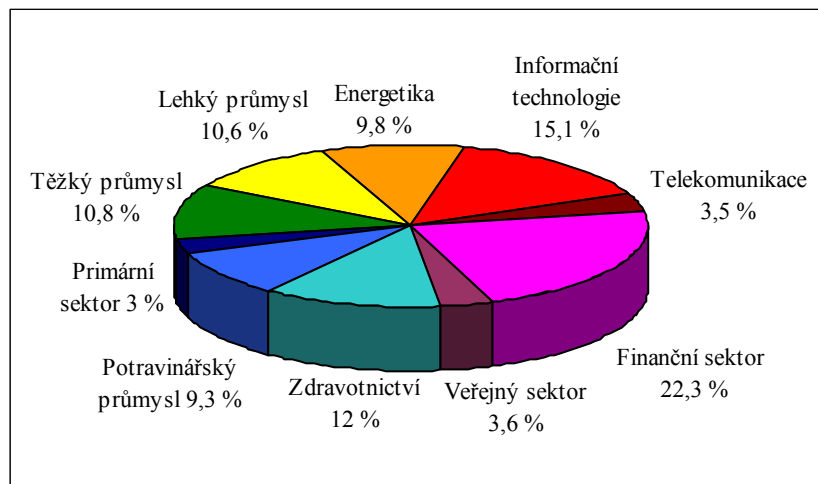
Emise obsažené v indexu S&P 500 jsou pečlivě vybírány komisí analytiků a ekonomů S&P Index Committee z různých odvětví americké ekonomiky. Jednotlivé tituly musí splňovat přísné podmínky výběru, jimiž jsou zejména:

- společnost se sídlem v USA,
- tržní kapitalizace přesahující 4 mld. USD,
- dostatečná likvidita a cena odpovídající tržní hodnotě společnosti,
- volně obchodované akcie tvoří alespoň 50 % z emise,
- čtyři na sebe navazující období s kladnými výnosy.

Zastoupení jednotlivých sektorů ekonomiky USA v indexu S&P 500 k 31. prosinci 2006 je zobrazeno v následujícím grafu:

⁵³ Seznam všech titulů obsažených v indexu S&P 500 je dostupný např. na <http://finance.yahoo.com/q/cp?s=%5EGSPC>.

Graf č 5. Složení indexu S&P 500 k 31. prosinci 2006



Zdroj: <http://www2.standardandpoors.com/spf/pdf/index/500factsheet.pdf>

Výnosová míra

Tentokrát jsem při výpočtu výnosové míry použila ceny akcií upravené o vyplacené dividendy, neboť jejich vyplacení je ve vyspělých ekonomikách běžnou a častou záležitostí. Výnosovou míru jsem vypočítala podle stejného vzorce jako v případě PSE:

$$R_{i,t+1} = \frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}}, \quad (7.1)$$

$R_{i,t+1}$ značí výnosovou míru i-té emise v čase $t + 1$,

$P_{i,t}$ označuje cenu i-té emise v čase t .

Bezriziková úroková míra

Bezrizikovou míru jsem v případě NYSE aproximovala úrokovou mírou čtyř-týdenních pokladničních poukázek. Data jsou však dostupná až od 1. července 2001, proto jsem bezrizikovou úrokovou míru v období mezi 1. lednem 1999 a 1. červnem 2001 aproximovala úrokovou mírou tří-měsíčních pokladničních poukázek. Obě úrokové míry jsou samozřejmě vysoce korelovány (korelační koeficient činí 0,997), a proto lze provést tuto aproximaci.

7.2. ODHAD MODELU CAPM METODOU NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ

Na konci roku 2006 bylo obchodováno na NYSE přes 2700 titulů, z nichž jsem vybrala 30 blue chip emisí, které současně tvoří bázi indexu DJIA. Tento index je počítán již od roku 1896, kdy jej založil Charles H. Dow a bázi indexu tvořilo 12 titulů. V roce 1928 byl počet emisí akcií v bázi zvýšen na 30 a tento počet zůstal zachován dodnes. Všechny společnosti obsažené v bázi indexu představují hlavní hráče v jednotlivých odvětvích ekonomiky USA a jejich akcie jsou ve velké míře drženy individuálními a institucionálními investory.

Výsledky odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců jsou velmi podobné jako v případě PSE. Koeficienty α jsou signifikantní na pětiprocentní hladině významnosti dokonce v 29 případech (jedinou výjimkou je emise společnosti Citigroup), avšak všechny koeficienty jsou velmi nízké, téměř nulové a cena akcií tudíž odpovídá skutečné hodnotě společnosti. Naopak koeficienty β jsou na pětiprocentní hladině významnosti signifikantní pouze u pěti titulů, jsou však výrazně vyšší než koeficienty α . V polovině případů je β větší než 1, ve 14 případech se pohybuje v rozmezí mezi 0 a 1 a u emise Procter & Gamble je dokonce záporná. Průměrná hodnota koeficientu determinace R^2 činila 24 %, jeho hodnota byla nízká zejména u emisí, jež měly signifikantní a nízký koeficient β .

Z odhadu vyplývá, že stejně jako v případě PSE tak ani u NYSE model CAPM odhadnutý metodou nejmenších čtverců nedokáže přesvědčivě vysvětlit chování cen akcií. Za hlavní problém považuji především nesignifikantní koeficient β . V tomto případě se však jedná o vyspělý kapitálový trh a nelze se tedy odvolávat na jeho nevyspělost.

Výsledky odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců uvádí následující tabulka:

Tabulka č. 9: Odhad modelu CAPM metodou nejmenších čtverců

Emise	α	Směrod. odchyl. α	β	Směrod. odchyl. β	R^2
3M Co.	0,0088*	0,0061	0,5493	0,1502	12,45
Alcoa Inc.	0,0100*	0,0086	1,7187	0,2107	41,44
Altria Group Inc.	0,0125*	0,0092	0,3484*	0,2252	2,48
American Express Comp. Inc.	0,0080*	0,0049	1,1401	0,1205	48,78
American Internat. Group, Inc.	0,0032*	0,0061	0,8462	0,1502	25,24
AT & T Inc.	0,0003*	0,0081	0,8135	0,2001	14,95
Boeing Co.	0,0124*	0,0083	0,7003	0,2032	11,22
Caterpillar Inc.	0,0147*	0,0084	1,1278	0,2068	24,04
Citigroup Inc.	0,0106	0,0053	1,3022	0,1302	51,57
Coca-Cola Co.	-0,0019*	0,0067	0,3189*	0,1644	3,85
El du Pont de Nemours & Co.	0,0029*	0,0061	0,9770	0,1492	31,34
Exxon Mobil Corp.	0,0087*	0,0052	0,4995	0,1288	13,80
General Electric Co.	0,0026*	0,0053	1,0279	0,1313	39,47
General Motors Corporation	-0,0013*	0,0098	1,1640	0,2406	19,94
Hewlett-Packard Co.	0,0104*	0,0104	1,7132	0,2561	32,25
Home Depot Inc.	0,0029*	0,0072	1,3803	0,1775	39,16
Honeywell International Inc.	0,0075*	0,0097	1,3506	0,2387	25,41
Intel Corp.	0,0029*	0,0105	2,0010	0,2581	39,00
Inter. Business Machines Corp.	0,0038*	0,0073	1,4798	0,1796	41,94
Johnson & Johnson	0,0054*	0,0059	0,2387*	0,1461	2,76
JP Morgan Chase & Co.	0,0058*	0,0071	1,6468	0,1735	48,93
McDonald's Corp.	0,0032*	0,0068	0,8472	0,1675	21,38
Merck & Co. Inc.	-0,0007*	0,0086	0,3567*	0,2127	2,91
Microsoft Corp.	0,0021*	0,0090	1,5775	0,2219	34,97
Pfizer Inc.	-0,0035*	0,0065	0,3915	0,1595	6,02
Procter & Gamble Co.	0,0050*	0,0065	-0,0483*	0,1587	0,10
United Technologies Corp.	0,0102*	0,0064	1,0312	0,1582	31,13
Verizon Communications Inc.	0,0001*	0,0078	0,9519	0,1926	20,62
Wal-Mart Stores Inc.	0,0022*	0,0067	0,7149	0,1652	16,60
Walt Disney Co.	0,0028*	0,0070	1,0295	0,1730	27,36

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: Koeficienty α a β , jež jsou označeny *, jsou signifikantní na pětiprocentní hladině významnosti. Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím.

7.3. TESTY NA STABILITU KOEFICIENTU β

Testy na heteroskedasticitu disturbancí

Pro všechny zvolené tituly jsem provedla testy na heteroskedasticitu disturbancí. Výsledky však nejsou zcela jednoznačné, protože se testy nedokázaly na pětiprocentní hladině významnosti vždy úplně shodnout.

Whiteův test zamítl nepodmíněnou homoskedasticitu u deseti titulů. Breusch-Paganův test potvrdil nepodmíněnou heteroskedasticitu u čtyř emisí, pouze u emise akcií Intel se s Whiteovým testem rozchází. ARCH test prvního řádu zamítl nulovou hypotézu o podmíněné homoskedasticitě rovněž ve čtyřech případech, s Whiteovým testem se však shodl pouze u emise AT & T a s Breusch-Paganovým testem se neshodl v žádném případě. Závěrem lze tedy shrnout, že koeficient β je u 16 titulů stabilní, u zbývajících 14 nestabilní. P-values všech testů uvádím v dodatku č. 5.

Testy se specifikovaným alternativním modelem

Po testech na heteroskedasticitu disturbancí jsem pro zvolené emise provedla testy se specifikovaným alternativním modelem. Odhady jsou opět provedeny na pětiprocentní hladině významnosti - jejich výsledkem je stabilita koeficientu β u 18 titulů, u zbylých 12 se β chová dle náhodné procházky či jiného nestacionárního procesu. LaMotteův a McWhorterův test zamítl stabilitu koeficientu β u pěti emisí akcií, Sunderův test u osmi společností, avšak u dvou titulů se oba testy neshodly. Těmito emisemi jsou AT & T a Citigroup. V dodatku č. 6 naleznete p-values obou testů a jejich porovnání.

Závěr

Testy na heteroskedasticitu disturbancí a testy se specifikovaným alternativním modelem se nedokázaly shodnout tak dobře jako v případě PSE, neboť se liší celkem u osmi titulů. Tento závěr zřetelně vyplývá z tabulky č. 10, neboť koeficient β je stabilní pouze u 13 emisí akcií, u zbývajících 17 je v čase nestabilní.

Tabulka č. 10: Závěrečné srovnání testů

Emise	Testy na heteroskedasticitu	Testy s alternativním modelem	Závěr
3M Co.	ST	ST	ST
Alcoa Inc.	ST	ST	ST
Altria Group Inc.	ST	ST	ST
American Express Comp. Inc.	ST	ST	ST
American Internat. Group, Inc.	ST	N	N
AT & T Inc.	N	N	N
Boeing Co.	N	ST	N
Caterpillar Inc.	ST	ST	ST
Citigroup Inc.	ST	N	N
Coca-Cola Co.	N	N	N
El du Pont de Nemours & Co.	ST	ST	ST
Exxon Mobil Corp.	ST	ST	ST
General Electric Co.	N	N	N
General Motors Corporation	ST	ST	ST
Hewlett-Packard Co.	N	N	N
Home Depot Inc.	ST	ST	ST
Honeywell International Inc.	ST	ST	ST
Intel Corp.	N	ST	N
Inter. Business Machines Corp.	N	ST	N
Johnson & Johnson	ST	ST	ST
JP Morgan Chase & Co.	N	ST	N
McDonald's Corp.	N	N	N
Merck & Co. Inc.	ST	ST	ST
Microsoft Corp.	N	ST	N
Pfizer Inc.	ST	ST	ST
Procter & Gamble Co.	N	N	N
United Technologies Corp.	N	N	N
Verizon Communications Inc.	N	N	N
Wal-Mart Stores Inc.	ST	N	N
Walt Disney Co.	N	N	N

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: ST – koeficient β je v čase stabilní. N – koeficient β je v čase nestabilní. RW – koeficient β se chová dle náhodné procházky.

Pro přehlednější orientaci jsou případy, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza, zvýrazněny tmavším pozadím.

7.4. ODHADY MODELŮ S VARIABILNÍMI PARAMETRY POMOCÍ KALMANOVA FILTRU

Po testech na stabilitu koeficientu β jsem přistoupila k odhadům modelů s variabilními parametry pomocí Kalmanova filtru, jehož pomocí jsem odhadla model CAPM s konstantními parametry, model s náhodnými disturbancemi, model náhodné procházky a model návratu ke střední hodnotě. U všech modelů používám stejný postup jako v předchozí kapitole při odhadu akcií obchodovaných na PSE, abych zvýšila informační hodnotu analýzy vyplývající z možnosti jejich vzájemného srovnání.

Model CAPM s konstantními parametry

Rekurzivní t-test provedený na pětiprocentní hladině významnosti jednoznačně zamítl vhodnost modelu CAPM s konstantními parametry pouze pro dva tituly - American Express Company a Citigroup. Ostatní emise je při výběru nejvhodnějšího modelu nutné brát v úvahu. Na pětiprocentní hladině významnosti zamítl Whiteův test nepodmíněnou homoskedasticitu u deseti emisí, ARCH test prvního řádu zamítl podmíněnou homoskedasticitu u čtyř emisí – avšak nejedná se vždy o stejné emise jako u modelu CAPM odhadnutého metodou nejmenších čtverců. Výsledky odhadu koeficientů α a β jsem uvedla již v kapitole 7.2 a podrobné výsledky srovnávacích kritérií naleznete v dodatku č. 7.

Model s náhodnými disturbancemi

Tentokrát potvrzil rekurzivní t-test vhodnost modelu RCM pro všechny vybrané tituly, a to dosti přesvědčivě, neboť u žádného titulu nebyla p-value nižší než 0,7. Koeficient R^2 byl u modelu RCM vždy vyšší než u modelu s konstantními parametry, i když většinou jen nepatrně. P-values Whiteova testu v modelu RCM se oproti odhadům provedených metodou nejmenších čtverců na pětiprocentní hladině významnosti nelišily u žádné emise, p-values ARCH testu prvního řádu pouze u emise Johnson & Johnson. Hodnoty parametrů ω_{11} a ω_{22} nabývaly bez výjimky pouze rohových řešení, tj. hodnot 0,000001 nebo 0,1. Podrobné výsledky uvádím v dodatku č. 8.

Model náhodné procházky

Rekurzivní t-test nepotvrdil na pětiprocentní hladině významnosti vhodnost modelu RW pouze u emise American Express Company, u většiny ostatních emisí byly p-values dosti vysoké. Whiteův test přisoudil nepodmíněnou heteroskedasticitu u osmi emisí a ARCH test prvního řádu potvrdil podmíněnou heteroskedasticitu u pěti emisí. Koeficient R^2 je v tomto modelu vždy vyšší nebo alespoň stejný oproti modelu CAPM s konstantními parametry. U modelu RW nabýval parametr ω_{11} hodnot z množiny $\langle 0,001; 0,0001; 0,00001; 0,000001 \rangle$, zatímco parametr ω_{22} pouze rohových hodnot, tj. 0,1 nebo 0,000001. Podrobné výsledky shrnuje dodatek č. 9.

Model návratu ke střední hodnotě

Rekurzivní t-test i tentokrát dosáhl velmi uspokojivých hodnot, neboť p-values neklesla u žádného titulu pod 0,65. Whiteův test a ARCH test prvního řádu poskytly na pětiprocentní hladině významnosti stejné výsledky jako při odhadu modelu CAPM metodou nejmenších čtverců. Parametry ω_{11} a ω_{22} nabývaly až na jedinou výjimku pouze krajních hodnot, tj. hodnot 0,1 nebo 0,000001. Parametr ϕ_{11} nabýval jen hodnot v rozmezí od 0 do 0,7, zatímco parametr ϕ_{22} hodnot od 0 do 0,9. Podrobné výsledky odhadu modelu MRM jsou shrnuty v dodatku č. 10.

7.4. SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH MODELŮ

Po postupném odhadnutí všech modelů Kalmanovým filtrem jsem pomocí srovnávacích kritérií zvolila pro každou společnost nejvhodnější model, jež dokáže nejspokojivěji vysvětlit chování koeficientu β . V následující tabulce jsou uvádím všechna tato srovnávací kritéria a výsledný model.

Tabulka č. 11: Souhrnné porovnání odhadů modelu CAPM

Emise	Model	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
3M Co.	CP	12,45	-125,301	-122,757	0,00305	0,04161	13,34198	0,419	0,382	0,594
	RCM	14,24	-130,265	-127,722	0,00344	0,04273	7,51727	0,852	0,572	0,946
	RW	12,60	-125,309	-122,766	0,00304	0,04158	8,92036	0,436	0,380	0,596
	MIRM	14,59	-130,339	-127,795	0,00335	0,04259	7,49229	0,853	0,558	0,920
Alcoa Inc.	CP	41,44	-93,514	-90,971	0,00550	0,05664	3,42630	0,058	0,082	0,572
	RCM	41,79	-97,789	-95,245	0,00686	0,05955	2,48152	0,966	0,583	0,803
	RW	42,80	-94,007	-91,463	0,00529	0,05561	3,18517	0,157	0,076	0,621
	MIRM	44,69	-99,816	-97,272	0,00598	0,05852	2,66773	0,869	0,510	0,855
Altria Group Inc.	CP	2,48	-87,283	-84,740	0,00709	0,05716	38,61329	0,088	0,322	0,422
	RCM	8,01	-94,020	-91,476	0,00743	0,05881	45,01522	0,735	0,268	0,370
	RW	2,82	-87,365	-84,821	0,00705	0,05692	25,85790	0,090	0,335	0,417
	MIRM	16,80	-94,092	-91,549	0,00609	0,05287	9,84747	0,710	0,264	0,334
American Express Comp. Inc.	CP	48,78	-146,048	-143,504	0,00204	0,03281	2,41517	0,047	0,642	0,734
	RCM	50,76	-151,898	-149,354	0,00217	0,03391	1,73693	0,795	0,735	0,711
	RW	48,90	-146,066	-143,523	0,00203	0,03277	2,40721	0,046	0,640	0,739
	MIRM	51,09	-152,168	-149,624	0,00215	0,03367	1,77480	0,724	0,706	0,712
American Internat. Group. Inc.	CP	25,24	-125,338	-122,794	0,00316	0,04191	6,05277	0,117	0,388	0,882
	RCM	29,15	-131,857	-129,314	0,00332	0,04176	7,87971	0,788	0,141	0,724
	RW	25,67	-125,453	-122,910	0,00313	0,04170	8,89177	0,126	0,386	0,888
	MIRM	36,17	-132,211	-129,667	0,00272	0,03767	4,27529	0,816	0,152	0,697

Emise	Model	R ²	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteby test	ARCH(1) test
AT & T Inc.	CP	14,95	-98,348	-95,805	0,00548	0,05433	12,37932	0,563	0,021	0,059
	RCM	17,77	-103,925	-101,382	0,00602	0,05671	7,55551	0,859	0,038	0,025
	RW	15,53	-98,586	-96,043	0,00543	0,05410	16,94676	0,575	0,025	0,060
	MRM	17,48	-103,762	-101,219	0,00604	0,05677	7,57317	0,852	0,039	0,027
Boeing Co.	CP	11,22	-96,941	-94,398	0,00580	0,05789	7,86960	0,631	0,049	0,986
	RCM	12,55	-101,644	-99,101	0,00632	0,06047	19,28138	0,953	0,022	0,772
	RW	11,47	-96,991	-94,448	0,00577	0,05773	7,94974	0,627	0,050	0,978
	MRM	21,89	-101,733	-99,190	0,00504	0,05402	7,88148	0,954	0,020	0,720
Caterpillar Inc.	CP	24,04	-95,295	-92,752	0,00561	0,05695	5,08753	0,702	0,881	0,010
	RCM	31,81	-99,888	-97,345	0,00542	0,05259	27,26154	0,975	0,835	0,404
	RW	24,17	-95,295	-92,752	0,00560	0,05681	5,68803	0,698	0,877	0,009
	MRM	27,65	-100,747	-98,204	0,00607	0,05657	5,45804	0,873	0,844	0,134
Citigroup Inc.	CP	51,57	-138,802	-136,259	0,00234	0,03861	2,64111	0,018	0,522	0,155
	RCM	52,97	-144,168	-141,625	0,00256	0,03876	1,69742	0,829	0,359	0,942
	RW	52,94	-139,459	-136,916	0,00224	0,03747	6,23263	0,069	0,599	0,130
	MRM	53,54	-144,699	-142,156	0,00252	0,03864	1,72469	0,762	0,417	0,981
Coca-Cola Co.	CP	3,85	-116,857	-114,314	0,00359	0,04338	9,78413	0,747	0,157	0,008
	RCM	4,49	-121,166	-118,622	0,00417	0,04548	11,50098	0,923	0,275	0,001
	RW	3,87	-116,857	-114,314	0,00359	0,04337	9,89427	0,748	0,157	0,008
	MRM	4,42	-121,129	-118,586	0,00417	0,04549	11,47712	0,921	0,275	0,001

Emise	Model	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteñv test	ARCH(1) test
El du Pont de Nemours & Co.	CP	31,34	-125,986	-123,443	0,00309	0,04363	6,00345	0,358	0,394	0,264
	RCM	39,39	-131,370	-128,826	0,00277	0,04055	3,52361	0,823	0,345	0,794
	RW	31,34	-125,986	-123,443	0,00309	0,04363	6,00629	0,358	0,394	0,264
	MIRM	36,59	-133,540	-130,996	0,00316	0,04415	16,42550	0,684	0,273	0,404
Exxon Mobil Corp.	CP	13,80	-139,813	-137,270	0,00231	0,03514	13,17410	0,987	0,766	0,620
	RCM	22,47	-144,319	-141,776	0,00211	0,03347	5,33057	0,982	0,810	0,587
	RW	14,18	-139,940	-137,397	0,00230	0,03502	11,59448	0,979	0,762	0,615
	MIRM	16,63	-145,272	-142,728	0,00247	0,03648	8,06478	0,978	0,834	0,596
General Electric Co.	CP	39,47	-137,992	-135,449	0,00240	0,03787	2,86250	0,362	0,013	0,432
	RCM	40,51	-142,799	-140,256	0,00263	0,03952	5,93246	0,919	0,002	0,556
	RW	39,77	-138,136	-135,593	0,00239	0,03777	3,07884	0,367	0,013	0,419
	MIRM	46,71	-142,888	-140,345	0,00210	0,03537	6,86644	0,928	0,004	0,651
General Motors Corporation	CP	19,94	-81,049	-78,506	0,00840	0,06872	7,73757	0,974	0,214	0,299
	RCM	20,08	-85,128	-82,585	0,00898	0,07134	13,52909	0,979	0,269	0,209
	RW	19,94	-81,049	-78,506	0,00840	0,06872	7,74110	0,974	0,214	0,299
	MIRM	27,44	-85,148	-82,605	0,00740	0,06481	8,97868	0,977	0,266	0,209
Hewlett-Packard Co.	CP	32,25	-75,161	-72,618	0,00882	0,07004	2,95970	0,770	0,040	0,074
	RCM	33,21	-79,826	-77,282	0,01004	0,07328	2,33488	0,875	0,011	0,083
	RW	32,25	-75,160	-72,617	0,00882	0,07004	2,95994	0,770	0,040	0,074
	MIRM	33,23	-79,842	-77,298	0,01004	0,07326	2,33357	0,877	0,011	0,084

Emise	Model	R ²	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteřv test	ARCH(1) test
Home Depot Inc.	CP	39,16	-109,659	-107,115	0,00440	0,05013	4,67613	0,435	0,362	0,126
	RCM	39,30	-113,763	-111,219	0,00488	0,05149	4,16868	0,979	0,599	0,255
	RW	39,16	-109,658	-107,115	0,00440	0,05013	4,67286	0,435	0,362	0,126
	MRM	44,98	-113,865	-111,322	0,00402	0,04674	2,66052	0,988	0,604	0,245
Honeywell International Inc.	CP	25,41	-81,801	-79,258	0,00808	0,05385	3,37981	0,143	0,890	0,649
	RCM	34,38	-87,344	-84,801	0,00708	0,04986	5,43662	0,799	0,866	0,614
	RW	25,41	-81,801	-79,257	0,00808	0,05385	3,38022	0,143	0,890	0,649
	MRM	29,07	-88,070	-85,527	0,00841	0,05404	8,43032	0,687	0,856	0,631
Intel Corp.	CP	39,00	-74,436	-71,892	0,00930	0,07351	4,60648	0,491	0,110	0,685
	RCM	39,89	-79,121	-76,578	0,01020	0,07553	5,97709	0,865	0,091	0,279
	RW	39,24	-74,467	-71,924	0,00923	0,07327	4,32925	0,512	0,110	0,678
	MRM	46,53	-79,510	-76,967	0,00815	0,06745	8,95896	0,888	0,096	0,380
Inter. Business Machines Corp.	CP	41,94	-108,538	-105,995	0,00436	0,04773	5,47450	0,288	0,020	0,813
	RCM	42,07	-112,636	-110,093	0,00500	0,04919	3,36943	0,952	0,038	0,795
	RW	42,17	-108,559	-106,016	0,00433	0,04757	4,55619	0,304	0,021	0,810
	MRM	43,33	-112,803	-110,259	0,00469	0,04806	3,42781	0,973	0,034	0,779
Johnson & Johnson	CP	2,76	-127,912	-125,369	0,00293	0,04029	11,07349	0,492	0,405	0,037
	RCM	4,64	-132,826	-130,282	0,00325	0,04285	29,90156	0,882	0,363	0,044
	RW	2,76	-127,912	-125,369	0,00293	0,04029	11,14273	0,492	0,405	0,037
	MRM	15,46	-133,688	-131,145	0,00261	0,03796	11,04299	0,840	0,372	0,059

Emise	Model	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whitebv test	ARCH(1) test
JP Morgan Chase & Co.	CP	48,93	-111,757	-109,214	0,00421	0,04981	8,42084	0,928	0,877	0,028
	RCM	49,99	-116,736	-114,193	0,00458	0,05280	3,17924	0,953	0,708	0,015
	RW	49,03	-111,772	-109,229	0,00420	0,04972	8,20292	0,924	0,887	0,026
	MRM	54,58	-116,781	-114,238	0,00378	0,04795	2,36182	0,960	0,708	0,015
McDonald's Corp.	CP	21,38	-115,062	-112,519	0,00383	0,04981	8,05642	0,675	0,001	0,381
	RCM	23,53	-120,361	-117,817	0,00424	0,05194	5,34531	0,836	0,016	0,839
	RW	22,28	-115,445	-112,902	0,00318	0,04937	8,45907	0,720	0,001	0,368
	MRM	32,33	-120,988	-118,445	0,00335	0,04644	36,07678	0,846	0,012	0,488
Merek & Co. Inc.	CP	2,91	-92,648	-90,105	0,00627	0,06037	27,48858	0,776	0,362	0,594
	RCM	13,74	-97,734	-95,190	0,00568	0,05679	15,68875	0,911	0,398	0,558
	RW	3,22	-92,716	-90,173	0,00624	0,06013	188,76796	0,768	0,372	0,596
	MRM	14,44	-98,070	-95,527	0,00562	0,05666	14,61352	0,936	0,423	0,508
Microsoft Corp.	CP	34,97	-88,669	-86,126	0,00681	0,05613	2,49842	0,899	0,728	0,017
	RCM	42,97	-94,361	-91,818	0,00610	0,05245	15,49299	0,961	0,871	0,037
	RW	35,38	-88,883	-86,340	0,00675	0,05589	2,63504	0,888	0,741	0,016
	MRM	37,22	-94,323	-91,779	0,00738	0,05771	8,74043	0,959	0,869	0,037
Pfizer Inc.	CP	6,02	-119,681	-117,137	0,00343	0,04815	34,58542	0,834	0,692	0,077
	RCM	6,82	-124,075	-121,532	0,00392	0,05068	16,42914	0,898	0,943	0,147
	RW	6,20	-119,687	-117,144	0,00342	0,04807	32,78768	0,827	0,706	0,076
	MRM	7,54	-124,332	-121,789	0,00385	0,05068	16,60240	0,909	0,910	0,069

Emise	Model	R ²	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
Procter & Gamble Co.	CP	0,10	-120,153	-117,610	0,00321	0,03970	10,58739	0,768	0,000	0,427
	RCM	2,35	-125,219	-122,675	0,00382	0,04058	26,11510	0,919	0,001	0,219
	RW	0,64	-120,328	-117,785	0,00319	0,03945	9,97887	0,777	0,000	0,425
	MRM	11,60	-125,249	-122,706	0,00314	0,03688	20,18211	0,912	0,001	0,205
United Technologies Corp.	CP	31,13	-120,459	-117,916	0,00343	0,04242	2,64590	0,865	0,000	0,265
	RCM	32,24	-125,216	-122,673	0,00383	0,04410	3,77384	0,861	0,001	0,168
	RW	31,43	-120,581	-118,038	0,00340	0,04227	2,37381	0,872	0,000	0,269
	MRM	35,06	-126,542	-123,999	0,00360	0,04281	2,05295	0,893	0,000	0,158
Verizon Communications Inc.	CP	20,62	-101,942	-99,399	0,00501	0,05067	4,04942	0,885	0,002	0,534
	RCM	23,47	-107,655	-105,112	0,00556	0,05292	4,61831	0,840	0,002	0,482
	RW	20,82	-101,982	-99,439	0,00499	0,05060	4,03350	0,894	0,002	0,536
	MRM	23,31	-107,554	-105,011	0,00557	0,05298	4,62718	0,834	0,002	0,487
Wal-Mart Stores Inc.	CP	16,60	-116,364	-113,821	0,00375	0,04602	9,32992	0,338	0,063	0,329
	RCM	17,06	-120,613	-118,070	0,00422	0,04907	10,51724	0,923	0,063	0,315
	RW	17,19	-116,541	-113,998	0,00371	0,04564	8,37737	0,364	0,088	0,902
	MRM	21,57	-122,568	-120,025	0,00391	0,04734	9,67983	0,955	0,081	0,959
Walt Disney Co.	CP	27,36	-112,050	-109,507	0,00400	0,04708	6,82461	0,544	0,003	0,667
	RCM	32,98	-119,826	-117,283	0,00429	0,04688	8,62043	0,924	0,005	0,435
	RW	27,51	-112,065	-109,522	0,00399	0,04697	7,21339	0,549	0,003	0,668
	MRM	33,39	-119,990	-117,447	0,00426	0,04655	8,60019	0,858	0,005	0,449

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: Pro přehlednější orientaci jsou příspady rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti, zvýrazněny tmavším pozadím. Dále je zvýrazněna nejlepší hodnota daného kritéria a zvolený model.

Jak vyplývá z tabulky, chování vybraných blue chip akcií obchodovaných na NYSE odpovídá v osmi případech modelu RCM, ve zbylých 22 pak modelu MRM. Model CAPM odhadnutý metodou nejmenších čtverců a ani model RW nebyly zvoleny pro žádný titul, což je závěr obdobný analýze PSE, kde rovněž nebyly tyto dva modely vybrány pro žádnou emisí akcií.

Výsledné koeficienty α a β se příliš neliší od odhadů modelu CAPM provedených metodou nejmenších čtverců, avšak průměrný R^2 vzrostl z 24 na téměř 31 %. Parametry ω_{11} a ω_{22} u zvolených modelů nabývají pouze krajních hodnot, tj. 0,1 a 0,000001. Parametr ϕ_{11} je u 21 titulů nulový, ve zbylých případech se pohybuje v rozmezí 0,1 a 0,7. Parametr ϕ_{22} se rovná nule u poloviny emisí akcií, u zbývajících poloviny nabývá hodnot od 0,1 do 0,9. Náhodná složka tedy hraje u emisí akcií obchodovaných na NYSE podstatně významnější roli než jak je tomu u PSE, kde byl koeficient ϕ_{22} nenulový pouze u jednoho titulu⁵⁴.

Závěrem lze konstatovat, že zvolené blue chip emise akcií obchodované na PSE a NYSE se chovají většinou dle modelu MRM, v menším počtu případů v souladu s modelem RCM. U koeficientů β je vždy nezanedbatelná stabilní složka, zatímco náhodná složka nehraje u většiny titulů dominantní roli. Koeficienty α jsou téměř vždy nulové, tzn. ceny akcií odpovídají skutečné hodnotě.

Na závěr uvádím tabulku s výsledným modelem a parametry:

⁵⁴ Tento výsledek lze částečně vysvětlit volbou aproximace tržní úrokové míry. U PSE byla tato tržní míra aproximována indexem PX, jehož báze však na konci roku 2006 obsahovala pouze 9 emisí, což příliš neodpovídá definici modelu CAPM. U NYSE jsem zvolila index S & P 500, který je oproti indexu PX již podstatně „širší“ aproximací.

Tabulka č. 12: Odhad modelu CAPM s variabilními parametry

Emise	Model	α	ω_{11}	ϕ_{11}	β	ω_{22}	ϕ_{22}	R^2
3M Co.	MRM	0,0088	0,000001	0	0,5493	0,1	0,6	14,59
Alcoa Inc.	MRM	0,0100	0,000001	0,7	1,7187	0,000001	0,7	44,69
Altria Group Inc.	MRM	0,0125	0,1	0,2	0,3484	0,1	0	16,80
American Express Comp. Inc.	MRM	0,0080	0,000001	0,4	1,1401	0,1	0	51,09
American Internat.Group, Inc.	MRM	0,0011	0,1	0	0,8462	0,1	0,5	36,17
AT & T Inc.	RCM	0,0124	0,000001	0	0,7003	0,1	0	17,77
Boeing Co.	MRM	0,0073	0,1	0,4	0,7003	0,1	0	21,89
Caterpillar Inc.	RCM	0,0088	0,1	0	1,1278	0,000001	0	31,81
Citigroup Inc.	MRM	0,0106	0,000001	0,4	1,3022	0,1	0	53,54
Coca-Cola Co.	RCM	-0,0019	0,000001	0	0,3189	0,1	0	4,49
El du Pont de Nemours & Co.	RCM	0,0049	0,1	0	0,9770	0,000001	0	39,39
Exxon Mobil Corp.	RCM	0,0031	0,1	0	0,4995	0,000001	0	22,47
General Electric Co.	MRM	0,0009	0,1	0	1,0279	0,000001	0,9	46,71
General Motors Corporation	MRM	0,0036	0,1	0,1	1,1640	0,1	0	27,44
Hewlett-Packard Co.	MRM	0,0104	0,000001	0	1,7132	0,1	0,1	33,23
Home Depot Inc.	MRM	0,0021	0,1	0	1,3803	0,1	0,4	44,98
Honeywell International Inc.	RCM	0,0046	0,1	0	1,3506	0,000001	0	34,38
Intel Corp.	MRM	0,0049	0,1	0	2,0003	0,1	0,9	46,53
Inter. Business Machines Corp.	MRM	0,0038	0,000001	0,7	1,4805	0,1	0,9	43,33
Johnson & Johnson	MRM	0,0061	0,1	0	0,2386	0,1	0,8	15,46
JP Morgan Chase & Co.	MRM	0,0082	0,1	0	1,6468	0,1	0,1	54,58
McDonald's Corp.	MRM	0,0026	0,1	0	0,8489	0,1	0,9	32,33

Emise	Model	α	ω_{11}	ϕ_{11}	β	ω_{22}	ϕ_{22}	R^2
Merek & Co. Inc.	MIRM	0,0025	0,1	0	0,3567	0,1	0,4	14,44
Microsoft Corp.	RCM	0,0043	0,1	0	1,5775	0,000001	0	42,97
Pfizer Inc.	MIRM	-0,0035	0,000001	0	0,3915	0,000001	0,6	7,54
Procter & Gamble Co.	MIRM	0,0069	0,1	0,2	-0,0483	0,1	0	11,60
United Technologies Corp.	MIRM	0,0102	0,000001	0	1,0302	0,1	0,9	35,06
Verizon Communications Inc.	RCM	0,0001	0,000001	0	0,9519	0,1	0	23,47
Wal-Mart Stores Inc.	MIRM	0,0022	0,000001	0	0,7135	0,1	0,9	21,57
Walt Disney Co.	MIRM	0,0028	0,000001	0,6	1,0295	0,1	0	33,39

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednosti zvýrazněny tmavším pozadím.

ZÁVĚR

Hlavním cílem této práce bylo odhadnout model oceňování kapitálových aktiv pro zvolené emise akcií a nalézt pro β model, který by dokázal chování tohoto koeficientu vysvětlit uspokojivěji než model CAPM s konstantními parametry. Odhady jsem prováděla na datech PSE a NYSE, tedy trhu tuzemském, rozvíjejícím se a ovlivněném řadou specifíků, a v kontrastu k němu vedoucí světové burze cenných papírů.

Zvolila jsem celkem osm emisí, jež patřily v období od 1. ledna 1999 až do 1. ledna 2007 na PSE mezi nejobchodovanější (tyto tituly jsou navíc i součástí báze indexu PX). Nejdříve jsem odhadla standardní model CAPM s konstantními parametry, výsledky se však ukázaly dosti nepřesvědčivé, neboť všechny koeficienty β byly na pětiprocentní hladině významnosti nesignifikantní. Koeficienty α byly signifikantní v šesti případech a navíc byly téměř nulové, což znamená, že akcie jsou trhem správně oceněny.

Pokračovala jsem testy na heteroskedasticitu disturbancí. Whiteův test potvrdil nepodmíněnou heteroskedasticitu disturbancí ve dvou, Breusch-Paganův test v jednom a Goldfeld-Quandtův test ve třech případech. ARCH test prvního řádu potvrdil podmíněnou homoskedasticitu u všech emisí. Podle výsledků testů na heteroskedasticitu disturbancí je tedy β u pěti emisí v čase stabilní, u zbývajících tří je nestabilní. Tento výsledek zcela podpořily i testy se specifikovaným alternativním modelem (LaMotteův a McWhorterův test a Sunderův test), jež za nestabilní společně označily stejné tituly jako testy na heteroskedasticitu. Všechny testy jsem provedla na pětiprocentní hladině významnosti. Emisemi, jejichž β se chová dle nestacionárního procesu jsou ČEZ, Komerční banka a Telefonica.

Po testech na stabilitu koeficientu β jsem již přistoupila k samotnému odhadu modelu CAPM s variabilními parametry, tj. modelu s náhodnými disturbancemi, modelu náhodné procházky a modelu návratu ke střední hodnotě. Pomocí Kalmanova filtru jsem kromě tří výše zmíněných modelů odhadla také model CAPM s konstantními parametry. Následně jsem pro všechny zvolené emise akcií vypočítala jednotlivá srovnávací kritéria, tj. Akaikeho a Schwarzovo informační kritérium, střední

kvadratickou chybu predikce, střední absolutní chybu predikce, procentuální absolutní chybu predikce a rekurzivní t-test. Jejich vzájemným porovnáním jsem u každé emise dospěla k nejvhodnějšímu modelu.

Jak se ukázalo, model CAPM s konstantními parametry je pro vybrané emise obchodované na PSE zcela nevhodný, neboť vždy existoval alespoň jeden model s variabilními parametry (ve většině případů to však byly dva či všechny tři modely s variabilními parametry), který dosáhl lepších výsledků. Tyto rozdíly mezi nejlepším zvoleným modelem a modelem CAPM s konstantními koeficienty byly významné a zcela průkazné. Po vzájemném porovnání srovnávacích kritérií jsem určila, že pro tři emise je nejvhodnější model s náhodnými disturbancemi, u zbývajících pěti titulů je to model návratu ke střední hodnotě (koeficient ϕ_{22} byl v případě modelu MRM nenulový pouze u emise Komerční banky). Model náhodné procházky jsem ne zvolila pro žádnou emisi. Z provedených odhadů vyplývá, že v případě PSE hraje u většiny emisí dominantní roli konstantní složka, zatímco náhodná složka je minimální.

Tytéž odhady jsem provedla pro 30 blue chip emisí akcií kótovaných na NYSE, jež současně byly na konci roku obsaženy v bázi indexu DJIA (jako aproximaci tržní úrokové míry jsem však zvolila index S&P 500 pro vyšší stupeň jeho vypovídací hodnoty). Testy na heteroskedasticitu disturbancí se s testy se specifikovaným alternativním modelem nedokázaly tak výborně shodnout jako v případě PSE. Testy na heteroskedasticitu označily za stabilní 16 emisí, testy se specifikovaným alternativním modelem 18 titulů, avšak v souhrnu je stabilních pouze 13 emisí.

Kalmanovým filtrem jsem znovu provedla odhad všech čtyř již výše zmiňovaných modelů a ukázalo se, že nejvhodnějším modelem pro zvolené blue chip emise akcií kótovaných na NYSE popisující chování koeficientu β je v osmi případech model s náhodnými disturbancemi, u zbývajících 22 emisí pak model návratu ke střední hodnotě (tentokrát však byl parametr ϕ_{22} nenulový v polovině případů). Ani na NYSE se u žádného titulu neuplatnil model náhodné procházky či model CAPM s konstantními parametry, avšak náhodná složka již hraje významnější roli než u PSE.

Tento rozdíl je dán především v použití aproximace tržní úrokové míry, protože index PX obsahoval na konci roku pouze devět titulů, což zcela neodpovídá definici modelu CAPM. Přesto lze konstatovat, že PSE zaznamenala ve svém vývoji značný posun, neboť oproti výsledkům v mé diplomové práci je nyní konstantní složka daleko významnější.

Je však poněkud překvapivé, že model CAPM s konstantními parametry nenašel na PSE uplatnění alespoň u minoritní části cenných papírů, jak tomu bylo např. u australské, švédské či indické burzy cenných papírů. Protože jsem však ani na NYSE neobjevila emisi, pro kterou by byl tento model vhodný, nepředpokládám, že je tento výsledek dán nevyspělostí českého kapitálového trhu. Ten zejména v několika posledních letech prodělal značný rozvoj, a proto výsledky pokládám za relevantní.

POUŽITÁ LITERATURA A ZDROJE INFORMACÍ

ALEXANDER, J., Gordon – BENSON, P., George. More on the Beta as a Random Coefficient. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1982, vol. 17, no. 1, s. 27-36.

ALEXANDER, J., Gordon – BENSON, P., George – EGER, E., Carol. Timing Decisions and the Behaviour of Mutual Fund Systematic Risk. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 1982, vol. 17, no. 4, s. 579-602. Proceedings of the 17th Annual Conference of the Western Finance Association, June 16-19, 1982, Portland, Oregon.

ALEXANDER, J., Gordon – CHERVANY, L., Norman. On the Estimation and Stability of Beta. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1980, vol. 15, no. 1, s. 123-137.

BAESEL, B., Jerome. On the Assessment of risk: Some Further Consideration. *Journal of Finance*, 1974, vol. 27, no. 4, s. 1491-1494.

BALTAGI, H., Badi. *Econometrics*. 3rd Edition. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2002. 401 s.

BLUME, M., E. On the Assessment of Risk. *Journal of Finance*, 1971, vol. 24, no. 24, s. 1-10.

BARTHOLDY, J. – PEARE, P. *Estimation of expected return: CAPM vs Fama and French*. [on-line], 2004, [cit. 2006-10-18]. Dostupné z: <<http://www.cls.dk/caf/wp/wp-176.pdf>>.

BLUME, Marshall – FRIEND, Irwin. A New Look at the Capital Asset Pricing Model. *Journal of Finance*, 1973, vol. 28, no. 1, s. 19-33.

BOS, T. – NEWBOLD, P. An Empirical Investigation of the Possibility of Stochastic Systematic Risk in the Market Model. *Journal of Business*, 1984, vol. 57, no. 1, s. 35-41.

BREUSCH, T., S. – PAGAN, A., R. A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 5, s. 1287-1294.

BROOKS, D. R. – FAFF, W. R. – MCKENZIE, M. Time-varying Country Risk: An Assessment of Alternative Modelling Techniques. *The European Journal of Finance*, 2002, vol. 8, s. 249-274.

- COLLINS, W., Daniel – LEDOLTER, Johannes – RAYBURN, Judy.** Some Further Evidence on the Stochastic Properties of Systematic Risk. *Journal of Business*, 1987, vol. 60, no. 3, s. 425-449.
- COOLEY, F., Thomas – PRESCOTT, C., Edward.** Estimation in the Presence of Stochastic Parameter Variation. *Econometrica*, 1976, vol. 44, no. 1, s.167-184.
- ENGLE, R., F.** Estimates of the Variance of U. S. Inflation Based upon the ARCH Model. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1983, vol. 15, no. 3, s.286-301.
- ENGLE, R., F.** Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 1982, vol. 50, no. 4, s.987-1007.
- FABOZZI, J., Frank – FRANCIS, C., Jack.** Beta as a Random Coefficient. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1978, vol. 13, no. 1, s. 101-116.
- FAFF, R. W. – LEE, J., H., H. – FRY, T., R. L.** Time Stationarity of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Journal of Business, Finance and Accounting*, 1992, vol. 19, no. 2, s. 253-270.
- FAMA, F., Eugene – FRENCH, R., Kenneth.** The Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, 1992, vol. 47, no. 2, s. 427-465.
- FAMA, F., Eugene – FRENCH, R., Kenneth.** The CAPM is Wanted, Dead or Alive. *Journal of Finance*, 1996, vol. 51, no. 5, s. 1947-1958.
- FAMA, F., Eugene – MACBETH, D., James.** Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, 1973, vol. 81, no. 3, s. 607-636.
- GARBADE, Kenneth.** Two Methods for Examining the Stability of Regression Coefficients. *Journal of the American Statistical Association*, 1977, vol. 72, no. 357, s. 54-63.
- GARBADE, Kenneth – RENTZLER, Joel.** Testing the Hypothesis of Beta Stationarity. *International Economic Review*, 1981, vol. 22, no. 3, s. 577-587.
- GOLDFELD, M., Stephen – QUANDT, E., Richard.** Some Tests for Homoscedasticity. *Journal of the American Statistical Association*, 1965, vol.60, s. 539-547.
- GRAUER, Robert.** *Is the CAPM testable?* Canadian Investment Review, [on-line]. [cit. 2005-10-18]. Dostupné z: < <http://www.investmentreview.com/archives/1999/summer/fieldnotes5.html>>
- GROENEWOLD, Nicolaas – FRASER, Patricia.** Time-varying Estimates of CAPM Betas. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1999, vol. 48, s. 531-539.
- GRILICHES, Zvi – INTRILIGATOR, D., Michael.** *Handbook of Econometrics*, volume 2. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V., 1984.

GUJARATI, N., Damodar. *Basic Econometrics*. Fourth edition. New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 2003. 1002 s.

HARVEY, C., Andrew. *Time Series Models*. 2nd edition. Great Britain: Harvester Wheatsheaf, 1993. 308 s. ISBN 0-7450-1199-3

HARVEY, C., Andrew. *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. 1st edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 554 s. ISBN 0-521-32196-4.

HARVEY, C., Andrew – PHILLIPS, A., D., G. Maximum Likelihood Estimation of Regression Models with Autoregressive-Moving Average Disturbances. *Biometrika*, 1979 vol. 66, no. 1, s. 49-58.

HOLMAN, Robert. *Pravidla pro referenční banky a výpočet (fixing) referenčních úrokových sazeb (PRIBID A PRIBOR)*. 3.verze, Věstník ČNB, 27. 4. 2006. Částka 3/2006

HUBERMAN, Ghur – KANDEL, Shmuel. Value Line Rank and Firm Size. *Journal of Business*, 1987, vol. 60, no. 4, s. 577-589.

JAVED, Y. Attiya. *Alternative Capital Asset Pricing Models: A Review of Theory and Evidence* [on-line]. [cit. 2005-11-06]. Dostupné z: <<http://www.pide.org.pk/Research/Report179.pdf>>

JENSEN, Art. Naive Forecasting Techniques. [on-line]. Dostupné z: <[http://www.csus.edu/indiv/j/jensena/mgmt105/naive_01.pps#256,1,Naive Forecasting Techniques](http://www.csus.edu/indiv/j/jensena/mgmt105/naive_01.pps#256,1,Naive%20Forecasting%20Techniques)> [cit. 2006-06-08]

JUAN, Yao – JITI, Gao. Computer-Intensiv Time-Varying Model Approach to the Systematic Risk of Australian Industrial Stock Returns. *Australian Journal of Management*, June 2004, vol. 29, no. 1, s. 121-145.

KAHL, R. Douglas – LEDOLTER, Johannes. A Recursive Kalman Filter Forecasting Approach. *Management Science*, 1983, vol. 29, no. 11, s. 1325-1333.

KLEMKOSKY, C., Robert – MANESS, S., Terry. The Predictability of Real Portfolio Risk Levels. *The Journal of Finance*, vol. 33, no. 2, s. 631-639.

LAMOTTE, L., R. – MCWHORTER, A., Jr. An Exact Test for the Presence of Random Walk Coefficients in a Linear Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 1978, vol. 73, no. 364, s. 816-820

LEDOLTER, Johannes – KAHL, R. Douglas. Adaptive Filtering: An Empirical Evaluation. *The Journal of the Operational Research Society*, 1984, vol. 35, no. 4, s. 337-345.

LINTNER, John. The Valuation of Risk Assets and Selection of Risky Investments in Stock Portfolio and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 1965, vol. 47, s. 13 – 47.

MADDALA, G., S. *Introduction to Econometrics*. Third Edition. England: John Wiley and Sons Ltd, Chichester, 2001. 636 s.

MARKELLOS, N., Raphael – MILLS, C., Terence. Asset Pricing Dynamics. *The European Journal of Finance*, 2003, vol. 9, s. 533-556.

MOONIS, A., Syed – SHAH, Ajay. *Testing for Time Variation in Beta in India*. [on-line], 2002, [cit. 2006-06-20]. Dostupné z: <http://www.mayin.org/ajayshah/PDFDOCS/ShahMoonis2003_beta_timevariation.pdf>

OHLSON, James – ROSENBERG, Barr. Systematic Risk on the CRSP Equal-weighted Common Stock Index: A History Estimated by Stochastic Parameter Regression. *Journal of Business*, 1982, vol. 55, no. 1, s. 121-145.

PAŘENICOVÁ, Petra. Praha, 2006, 78 s. *Odhad modelu oceňování kapitálových aktiv pomocí Kalmanova filtru*. Diplomová práce na Fakultě sociálních věd Univerzity Karlovy v Praze. Vedoucí práce PhDr. Martin Netuka.

PLEŠINGR, Jan. *Analýza BCCP s použitím CAPM*. [on-line], 2000, [cit. 2006-03-04]. Dostupné z: <<http://home.fm.vse.cz/~plesingr/bccp.pdf>>.

POTÚČEK, Igor. *Diplomová práce*. Brno, 2002, 76 s. Diplomová práce na Fakultě informačních technologií na Vysokém učení v Brně. Vedoucí práce Ing. Martin Fědor. Dostupné z: <http://www.fit.vutbr.cz/~potucek/research/diploma_thesis_potucek.pdf>.

REIGANUM, R., Marc. A New Empirical Perspective on the CAPM. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1981, vol. 16, no. 4, s. 439-462

SHARPE, F., William. *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 2000.

SHARPE, F., William – GORDON, J., Alexander. *Investice*. 4. vydání. Praha: Victoria Publishing, 1994.

SHARPE, F., William. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk. *Journal of Finance*, 1964, vol. 19, no. 3, s. 425-442.

SIRŮČEK, Pavel. *Nositelé Nobelovy ceny za ekonomii XII*. [on-line]. Zpravodaj VŠE 3/2005, [cit. 2006-06-15]. Dostupné z: <http://www.vse.cz/zpravodaj/2005_3/25.htm>.

SISMONDS, R., Richard – LAMOTTE, L., R. – MCWHORTER, A., Jr. Testing for Nonstationarity of Market: An Exact Test and Power Consideration. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1986, vol. 21, no. 2, s. 209-220.

SOMMER, Martin. *Fundamentální a technické aspekty rozvoje českého akciového trhu*. Praha, 1996. 58 s. Diplomová práce na Fakultě sociálních věd Univerzity Karlovy.

STANSFIELD, E., V. *Introduction to Kalman Filters* [on-line]. c2001, [cit. 2006-03-15]. Dostupné z: <http://www.aspc.qinetiq.com/Events/Mar01/Kalman_Tutorial_Paper.pdf>.

SUNDER, S. Stationarity of Market Risk: Random Coefficients Test for Individual Stocks. *Journal of Finance*, 1980, vol. 35, no. 4, s. 883-896.

THEOBALD, Michael. Beta Stationarity and Estimation Period: Some Analytical Results. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1981, vol. 16, no. 5, s. 747-757.

VELIKOVSKÝ, Jakub. Souvislosti vývoje státního dluhu a přiřázky za riziko státních dluhopisů [on-line]. c2005, [cit. 2006-04-07]. Dostupné z: <<http://www.ceft.cz/clanek.php?id=84&sekce=ft>>.

WELCH, Greg – BISHOP, Gary. *An Introduction to the Kalman Filter* [on-line]. c2004, poslední revize 5. květa 2004 [cit. 2006-03-12]. Dostupné z: <http://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf>.

WELLS, Curt. *The Kalman Filter in Finance*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. 169 s.

WHITE, H. A Heteroskedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test of Heteroskedasticity. *Econometria*, 1980, vol. 48, no. 4, s. 817-838.

OSTATNÍ ZDROJE INFORMACÍ

BURZA CENNÝCH PAPÍRŮ PRAHA. [server on-line]. [cit. 2006-03-25]. Dostupné z: <<http://www.pse.cz/>>. Zdroj dat pro index PX.

ČNB – ČESKÁ NÁRODNÍ BANKA. [server on-line]. [cit. 2006-03-24]. Dostupné z: <<http://www.cnb.cz/cz/index.html>>. Zdroj dat pro vývoj disjontní sazby a roční sazby PRIBOR.

ECONOMIC RESEARCH FEDERAL RESERVE BANK OF ST. LOUIS. . [server on-line]. [cit. 2007-01-17]. Dostupné z: <<http://research.stlouisfed.org/fred2/>>. Zdroj dat úrokové míry čtyř-týdenních a tří-měsíčních pokladničních poukázek.

HISTORY OF THE STANDARD & POOR'S 500. [server on-line]. [cit. 2007-01-12]. Dostupné z: <<http://www.cftech.com/BrainBank/FINANCE/SandP500Hist.html>> Zdroj dat o historii indexu S&P 500.

INVESTOPEDIA. [server on-line]. [cit. 2007-01-12]. Dostupné z: <<http://www.investopedia.com/terms/s/sp500.asp>> Zdroj dat o indexu S&P 500.

MAGNUS [server on-line]. [cit. 2006-01-14]. Dostupné na IES FSV UK, informace dostupné na <<http://www.magnus.cz/?idf=popis-produktu>>. Podrobný zdroj dat cen akcií obchodovaných na Pražské burze cenných papírů.

NEW YORK STOCK EXCHANGE. [server on-line]. [cit. 2007-01-11]. Dostupné z: <<http://www.nyse.com/>> Zdroj dat o Newyorské burze cenných papírů.

STANDARD & POOR'S. [server on-line]. [cit. 2007-01-12]. Dostupné z: <http://www2.standardandpoors.com/portal/site/sp/en/us/page.topic/indices_500/2,3,2,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0.html> Zdroj dat o indexu S&P 500.

TSP (Time Series Processor), [ekonometrický software]. Ver. 5.0. USA, California. Informace dostupné na: <<http://www.tspintl.com/>>.

WIKIPEDIA, THE FREE ENCYCLOPEDIA. [encyklopedie on-line]. [cit. 2006-05-22]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page>

YAHOO! FINANCE. [server on-line]. [cit. 2007-01-16]. Dostupné z: <<http://finance.yahoo.com/>> Zdroj dat cen akcií obchodovaných na NYSE a cen indexu S&P 500.

DODATKY

- Dodatek č. 1:* Odhad modelu CAPM s konstantními koeficienty pomocí Kalmanova filtru (PSE)
- Dodatek č. 2:* Odhad modelu s náhodnými disturbancemi pomocí Kalmanova filtru (PSE)
- Dodatek č. 3:* Odhad modelu náhodné procházky pomocí Kalmanova filtru (PSE)
- Dodatek č. 4:* Odhad modelu návratu ke střední hodnotě pomocí Kalmanova filtru (PSE)
- Dodatek č. 5:* Testy na heteroskedasticitu disturbancí (NYSE)
- Dodatek č. 6:* Testy se specifikovaným alternativním modelem (NYSE)
- Dodatek č. 7:* Odhad modelu CAPM s konstantními koeficienty pomocí Kalmanova filtru (NYSE)
- Dodatek č. 8:* Odhad modelu s náhodnými disturbancemi pomocí Kalmanova filtru (NYSE)
- Dodatek č. 9:* Odhad modelu náhodné procházky pomocí Kalmanova filtru (NYSE)
- Dodatek č. 10:* Odhad modelu návratu ke střední hodnotě pomocí Kalmanova filtru (NYSE)

Dodatek č. 1: Odhad modelu CAPM s konstantními koeficienty pomocí Kalmanova filtru

Emise	α	β	σ^2	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekur. t-test	White test	ARCH(1) test
ČEZ	0,015	1,313	0,00352	68,25	-123,470	-120,948	0,00281	0,03866	2,08010	0,460	0,001	0,959
Erste Bank	0,010	0,542	0,00234	20,18	-73,540	-71,648	0,00175	0,03196	2,62555	0,552	0,705	0,601
Komerční banka	0,007	1,471	0,00827	54,48	-85,852	-83,298	0,00727	0,06290	2,86530	0,006	0,328	0,520
Orco	0,021	0,941	0,00576	24,23	-20,326	-19,281	0,00452	0,05341	3,61819	0,447	0,982	0,619
Philip Morris	-0,002	0,473	0,00545	15,83	-105,604	-103,050	0,00499	0,05243	15,46970	0,930	0,972	0,602
Telefonica O2	-0,014	1,317	0,00445	64,07	-115,275	-112,721	0,00411	0,04923	4,64098	0,197	0,640	0,013
Unipetrol	0,006	0,942	0,01333	23,35	-63,159	-60,605	0,01219	0,07991	13,97788	0,180	0,780	0,312
Zentiva	0,015	0,739	0,00292	28,14	-36,645	-35,313	0,00223	0,03640	3,84923	0,308	0,917	0,618

Zdroje: <http://www.pse.cz/>, <http://www.cmb.cz/sez/index.html>, zdroj dat Magnus a vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím, stejně jako případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti.

Dodatek č. 2: Odhad modelu s náhodnými disturbancemi pomocí Kalmanova filtru

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz- t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
ČEZ	71,23	-131,875	-129,353	0,00312	0,04088	1,93966	0,688	0,010	0,251
Erste Bank	38,56	-80,932	-79,040	0,00158	0,02875	3,83097	0,555	0,703	0,599
Komerční banka	54,79	-91,297	-88,743	0,00803	0,05984	2,72418	0,945	0,000	0,860
Orco	26,80	-22,714	-21,669	0,00508	0,05807	11,45196	0,801	0,989	0,732
Philip Morris	25,93	-112,290	-109,736	0,00427	0,04939	21,65422	0,874	0,876	0,988
Telefonica O2	64,22	-120,593	-118,039	0,00434	0,04956	1,90186	0,934	0,516	0,087
Unipetrol	24,56	-69,035	-66,481	0,01284	0,08408	5,20078	0,865	0,722	0,405
Zentiva	40,71	-41,332	-40,000	0,00204	0,03356	1,65389	0,685	0,868	0,711

Emise	Počet pozorování	α	$\omega_{1,1}$	β	$\omega_{2,2}$	σ^2
ČEZ	94	0,015	0,000001	1,313	0,1	0,000319
Erste Bank	51	0,012	0,1	0,542	0,000001	0,00180
Komerční banka	97	0,007	0,000001	1,471	0,1	0,000821
Orco	23	0,021	0,000001	0,941	0,1	0,00556
Philip Morris	97	-0,001	0,1	0,474	0,000001	0,00480
Telefonica O2	97	-0,014	0,000001	1,317	0,1	0,00443
Unipetrol	97	0,006	0,000001	0,942	0,1	0,01312
Zentiva	30	0,016	0,1	0,739	0,000001	0,00241

Zdroje: <http://www.pse.cz/>, <http://www.enb.cz/ez/index.html>, zdroj dat Magnus a vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím, stejně jako případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti.

Dodatek č. 3: Odhad modelu náhodné procházky pomocí Kalmanova filtru

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteiv test	ARCH(1) test
ČEZ	68,65	-123,771	-121,249	0,00275	0,03817	1,96848	0,473	0,001	0,973
Erste Bank	20,18	-73,540	-71,648	0,00175	0,03196	2,62481	0,551	0,705	0,601
Komerční banka	62,91	-91,989	-89,435	0,00547	0,05007	1,58057	0,443	0,480	0,685
Orco	24,23	-20,326	-19,281	0,00452	0,05341	3,62009	0,447	0,982	0,619
Philip Morris	24,00	-106,854	-104,300	0,00413	0,04802	2,78309	0,751	0,982	0,057
Telefonica O2	64,74	-115,888	-113,334	0,00401	0,04883	4,61006	0,174	0,623	0,009
Unipetrol	23,96	-63,249	-60,695	0,01200	0,07939	7,21799	0,168	0,785	0,282
Zentiva	28,14	-35,313	-36,645	0,00223	0,03640	3,85041	0,308	0,917	0,618

Emise	Počet pozorování	α	ω_{11}	β	ω_{12}	σ^2
ČEZ	94	0,014	0,000001	1,405	0,1	0,00347
Erste Bank	51	0,010	0,000001	0,542	0,000001	0,00234
Komerční banka	97	-0,024	0,01	1,323	0,1	0,00673
Orco	23	0,021	0,000001	0,941	0,000001	0,00576
Philip Morris	97	0,026	0,01	0,653	0,1	0,00492
Telefonica O2	97	-0,013	0,000001	1,194	0,1	0,00437
Unipetrol	97	0,006	0,000001	1,091	0,1	0,01322
Zentiva	30	0,015	0,000001	0,739	0,000001	0,00292

Zdroje: <http://www.pse.cz/>, <http://www.enb.cz/cz/index.html>, zdroj dat Magnus a vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny umavším pozadím, stejně jako případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti.

Dodatek č. 4: Odhad modelu návratu ke střední hodnotě pomocí Kalmanova filtru

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz- t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
ČEZ	72,47	-133,374	-130,852	0,00288	0,04058	2,17139	0,955	0,095	0,265
Erste Bank	32,93	-81,098	-79,206	0,00189	0,03157	2,86286	0,535	0,707	0,569
Komerční banka	66,05	-100,077	-97,523	0,00541	0,05103	9,68193	0,555	0,374	0,804
Orco	34,36	-22,752	-21,707	0,00411	0,05173	1,58998	0,766	0,982	0,761
Philip Morris	18,50	-112,275	-109,721	0,00517	0,05437	7,64543	0,870	0,878	0,987
Telefonica O2	64,35	-120,681	-118,127	0,00432	0,04925	1,89926	0,892	0,525	0,085
Unipetrol	25,03	-69,250	-66,696	0,01276	0,08330	5,17759	0,798	0,722	0,387
Zentiva	34,26	-41,218	-39,886	0,00249	0,03705	5,71757	0,673	0,862	0,689

Emise	Počet pozorování	α	ω_{11}	ϕ_{11}	β	ω_{22}	ϕ_{22}	σ^2
ČEZ	94	0,015	0,0000001	0,7	1,313	0,1	0	0,00305
Erste Bank	51	0,010	0,0000001	0	0,542	0,0000001	0,6	0,00197
Komerční banka	97	-0,004	0,01	0,9	1,464	0,1	0,9	0,00616
Orco	23	0,020	0,1	0,3	0,941	0,1	0	0,00499
Philip Morris	97	-0,002	0,0000001	0,1	0,474	0,0000001	0	0,00528
Telefonica O2	97	-0,014	0,0000001	0,5	1,317	0,1	0	0,00441
Unipetrol	97	0,006	0,0000001	0,5	0,942	0,1	0	0,01304
Zentiva	30	0,015	0,0000001	0,1	0,739	0,0000001	0	0,00270

Zdroje: <http://www.pse.cz/>, <http://www.enb.cz/cz/index.html>, zdroj dat Magnus a vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím, stejně jako případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti.

Dodatek č. 5: Testy na heteroskedasticitu disturbancí

Emise	White	Breusch Pagan	ARCH(1)	Závěr
3M Co.	0,540	0,345	0,641	ST
Alcoa Inc.	0,576	0,364	0,920	ST
Altria Group Inc.	0,304	0,868	0,372	ST
American Express Comp. Inc.	0,688	0,408	0,689	ST
American Internat.Group, Inc.	0,235	0,282	0,841	ST
AT & T Inc.	0,040	0,958	0,016	N
Boeing Co.	0,023	0,084	0,818	N
Caterpillar Inc.	0,837	0,637	0,345	ST
Citigroup Inc.	0,421	0,204	0,963	ST
Coca-Cola Co.	0,268	0,444	0,001	N
El du Pont de Nemours & Co.	0,321	0,545	0,288	ST
Exxon Mobil Corp.	0,815	0,531	0,616	ST
General Electric Co.	0,002	0,690	0,521	N
General Motors Corporation	0,272	0,268	0,215	ST
Hewlett-Packard Co.	0,012	0,186	0,091	N
Home Depot Inc.	0,603	0,408	0,260	ST
Honeywell International Inc.	0,868	0,718	0,623	ST
Intel Corp.	0,091	0,031	0,302	N
Inter. Business Machines Corp.	0,038	0,063	0,795	N
Johnson & Johnson	0,403	0,299	0,060	ST
JP Morgan Chase & Co.	0,723	0,939	0,018	N
McDonald's Corp.	0,018	0,864	0,909	N
Merck & Co. Inc.	0,458	0,211	0,604	ST
Microsoft Corp.	0,849	0,572	0,032	N
Pfizer Inc.	0,943	0,816	0,119	ST
Procter & Gamble Co.	0,001	0,027	0,230	N
United Technologies Corp.	0,001	0,007	0,181	N
Verizon Communications Inc.	0,001	0,072	0,523	N
Wal-Mart Stores Inc.	0,063	0,419	0,329	ST
Walt Disney Co.	0,010	0,010	0,444	N

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: ST – koeficient β je v čase stabilní. N – koeficient β je v čase nestabilní.

Pro přehlednější orientaci jsou případy, kdy byla potvrzena homoskedasticita disturbancí, zvýrazněny tmavším pozadím.

Dodatek č. 6: Testy se specifikovaným alternativním modelem

Emise	LaMotte McWhorter	Sunder	Závěr
3M Co.	0,881	0,700	ST
Alcoa Inc.	0,340	0,267	ST
Altria Group Inc.	0,327	0,133	ST
American Express Comp.	0,227	0,707	ST
American Internat.Group,	0,023	0,040	N
AT & T Inc.	0,001	0,250	N
Boeing Co.	0,549	0,648	ST
Caterpillar Inc.	0,349	0,892	ST
Citigroup Inc.	0,030	0,427	N
Coca-Cola Co.	0,725	0,021	N
El du Pont de Nemours &	0,445	0,222	ST
Exxon Mobil Corp.	0,104	0,900	ST
General Electric Co.	0,163	0,002	N
General Motors Corporation	0,948	0,110	ST
Hewlett-Packard Co.	0,564	0,031	N
Home Depot Inc.	0,733	0,606	ST
Honeywell International Inc.	0,749	0,480	ST
Intel Corp.	0,207	0,879	ST
Inter. Business Machines	0,424	0,074	ST
JP Morgan Chase & Co.	0,163	0,581	ST
Johnson & Johnson	0,217	0,427	ST
McDonald's Corp.	0,016	0,004	N
Merck & Co. Inc.	0,282	0,516	ST
Microsoft Corp.	0,134	0,832	ST
Pfizer Inc.	0,695	0,185	ST
Procter & Gamble Co.	0,116	0,000	N
United Technologies Corp.	0,171	0,037	N
Verizon Communications	0,173	0,020	N
Wal-Mart Stores Inc.	0,005	0,002	N
Walt Disney Co.	0,421	0,024	N

Zdroj: Vlastní výpočty.

Poznámka: ST – koeficient β je v čase stabilní. RW – koeficient β se chová dle náhodné procházky.

Pro přehlednější orientaci jsou případy, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza, zvýrazněny tmavším pozadím.

Dodatek č. 7: Odhad modelu ČAPM s konstantními koeficienty pomocí Kalmanova filtru

Emise	σ^2	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekur. t-test	White test	ARCH(1) test
3M Co.	0,00358	12,45	-125,301	-122,757	0,00305	0,04161	13,34198	0,419	0,382	0,594
Aleoa Inc.	0,00705	41,44	-93,514	-90,971	0,00550	0,05664	3,42630	0,058	0,082	0,572
Altria Group Inc.	0,00805	2,48	-87,283	-84,740	0,00709	0,05716	38,61329	0,088	0,322	0,422
American Express Comp. Inc.	0,00230	48,78	-146,048	-143,504	0,00204	0,03281	2,41517	0,047	0,642	0,734
American Internat.Group, Inc.	0,00358	25,24	-125,338	-122,794	0,00316	0,04191	6,05277	0,117	0,388	0,882
AT & T Inc.	0,00636	14,95	-98,348	-95,805	0,00548	0,05433	12,37932	0,563	0,021	0,059
Boeing Co.	0,00655	11,22	-96,941	-94,398	0,00580	0,05789	7,86960	0,631	0,049	0,986
Caterpillar Inc.	0,00678	24,04	-95,295	-92,752	0,00561	0,05695	5,08753	0,702	0,881	0,010
Citigroup Inc.	0,00269	51,57	-138,802	-136,259	0,00234	0,03861	2,64111	0,018	0,522	0,155
Coca-Cola Co.	0,00429	3,85	-116,857	-114,314	0,00359	0,04338	9,78413	0,747	0,157	0,008
El du Pont de Nemours & Co.	0,00353	31,34	-125,986	-123,443	0,00309	0,04363	6,00345	0,358	0,394	0,264
Exxon Mobil Corp.	0,00263	13,80	-139,813	-137,270	0,00231	0,03514	13,17410	0,987	0,766	0,620
General Electric Co.	0,00274	39,47	-137,992	-135,449	0,00240	0,03787	2,86250	0,362	0,013	0,432
General Motors Corporation	0,00919	19,94	-81,049	-78,506	0,00840	0,06872	7,73757	0,974	0,214	0,299
Hewlett-Packard Co.	0,01041	32,25	-75,161	-72,618	0,00882	0,07004	2,95970	0,770	0,040	0,074
Home Depot Inc.	0,00500	39,16	-109,659	-107,115	0,00440	0,05013	4,67613	0,435	0,362	0,126
Honeywell International Inc.	0,00904	25,41	-81,801	-79,258	0,00808	0,05385	3,37981	0,143	0,890	0,649
Intel Corp.	0,01057	39,00	-74,436	-71,892	0,00930	0,07351	4,60648	0,491	0,110	0,685
Inter. Business Machines Corp.	0,00512	41,94	-108,538	-105,995	0,00436	0,04773	5,47450	0,288	0,020	0,813
Johnson & Johnson	0,00339	2,76	-127,912	-125,369	0,00293	0,04029	11,07349	0,492	0,405	0,037
JP Morgan Chase & Co.	0,00478	48,93	-111,757	-109,214	0,00421	0,04981	8,42084	0,928	0,877	0,028
McDonald's Corp.	0,00446	21,38	-115,062	-112,519	0,00383	0,04981	8,05642	0,675	0,001	0,381

Emise	σ^2	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekur. t-test	White test	ARCH(1) test
Merck & Co. Inc.	0,00718	2,91	-92,648	-90,105	0,00627	0,06037	27,48858	0,776	0,362	0,594
Microsoft Corp.	0,00781	34,97	-88,669	-86,126	0,00681	0,05613	2,49842	0,899	0,728	0,017
Pfizer Inc.	0,00404	6,02	-119,681	-117,137	0,00343	0,04815	34,58542	0,834	0,692	0,077
Procter & Gamble Co.	0,00400	0,10	-120,153	-117,610	0,00321	0,03970	10,58739	0,768	0,000	0,427
United Technologies Corp.	0,00397	31,13	-120,459	-117,916	0,00343	0,04242	2,64590	0,865	0,000	0,265
Verizon Communications Inc.	0,00589	20,62	-101,942	-99,399	0,00501	0,05067	4,04942	0,885	0,002	0,534
Wal-Mart Stores Inc.	0,00433	16,60	-116,364	-113,821	0,00375	0,04602	9,32992	0,338	0,088	0,893
Walt Disney Co.	0,00475	27,36	-112,050	-109,507	0,00400	0,04708	6,82461	0,544	0,003	0,667

Zdroje: <http://finance.yahoo.com/>, <http://research.stlouisfed.org/fred2/> a vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím, stejně jako případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti.

Dodatek č. 8: Odhad modelu s náhodnými disturbancemi pomocí Kalmanova filtru

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
3M Co.	14,24	-130,265	-127,722	0,00344	0,04273	7,51727	0,852	0,572	0,946
Alcoa Inc.	41,79	-97,789	-95,245	0,00686	0,05955	2,48152	0,966	0,583	0,803
Altria Group Inc.	8,01	-94,020	-91,476	0,00743	0,05881	45,01522	0,735	0,268	0,370
American Express Comp. Inc.	50,76	-151,898	-149,354	0,00217	0,03391	1,73693	0,795	0,735	0,711
American Internat. Group, Inc.	29,15	-131,857	-129,314	0,00332	0,04176	7,87971	0,788	0,141	0,724
AT & T Inc.	17,77	-103,925	-101,382	0,00602	0,05671	7,55551	0,859	0,038	0,025
Boeing Co.	12,55	-101,644	-99,101	0,00632	0,06047	19,28138	0,953	0,022	0,772
Caterpillar Inc.	31,81	-99,888	-97,345	0,00542	0,05259	27,26154	0,975	0,835	0,404
Citigroup Inc.	52,97	-144,168	-141,625	0,00256	0,03876	1,69742	0,829	0,359	0,942
Coca-Cola Co.	4,49	-121,166	-118,622	0,00417	0,04548	11,50098	0,923	0,275	0,001
El du Pont de Nemours & Co.	39,39	-131,370	-128,826	0,00277	0,04055	3,52361	0,823	0,345	0,794
Exxon Mobil Corp.	22,47	-144,319	-141,776	0,00211	0,03347	5,33057	0,982	0,810	0,587
General Electric Co.	40,51	-142,799	-140,256	0,00263	0,03952	5,93246	0,919	0,002	0,556
General Motors Corporation	20,08	-85,128	-82,585	0,00898	0,07134	13,52909	0,979	0,269	0,209
Hewlett-Packard Co.	33,21	-79,826	-77,282	0,01004	0,07328	2,33488	0,875	0,011	0,083
Home Depot Inc.	39,30	-113,763	-111,219	0,00488	0,05149	4,16868	0,979	0,599	0,255
Honeywell International Inc.	34,38	-87,344	-84,801	0,00708	0,04986	5,43662	0,799	0,866	0,614
Intel Corp.	39,89	-79,121	-76,578	0,01020	0,07553	5,97709	0,865	0,091	0,279
Inter. Business Machines Corp.	42,07	-112,636	-110,093	0,00500	0,04919	3,36943	0,952	0,038	0,795
Johnson & Johnson	4,64	-132,826	-130,282	0,00325	0,04285	29,90156	0,882	0,363	0,044
JP Morgan Chase & Co.	49,99	-116,736	-114,193	0,00458	0,05280	3,17924	0,953	0,708	0,015
McDonald's Corp.	23,53	-120,361	-117,817	0,00424	0,05194	5,34531	0,836	0,016	0,839

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz- t-test	Whiteńv test	ARCH(1) test
Merck & Co. Inc.	13,74	-97,734	-95,190	0,00568	0,05679	15,68875	0,911	0,398	0,558
Microsoft Corp.	42,97	-94,361	-91,818	0,00610	0,05245	15,49299	0,961	0,871	0,037
Pfizer Inc.	6,82	-124,075	-121,532	0,00392	0,05068	16,42914	0,898	0,943	0,147
Procter & Gamble Co.	2,35	-125,219	-122,675	0,00382	0,04058	26,11510	0,919	0,001	0,219
United Technologies Corp.	32,24	-125,216	-122,673	0,00383	0,04410	3,77384	0,861	0,001	0,168
Verizon Communications Inc.	23,47	-107,655	-105,112	0,00556	0,05292	4,61831	0,840	0,002	0,482
Wal-Mart Stores Inc.	17,06	-120,613	-118,070	0,00422	0,04907	10,51724	0,923	0,063	0,315
Walt Disney Co.	32,98	-119,826	-117,283	0,00429	0,04688	8,62043	0,924	0,005	0,435

Dodatek č. 9: Odhad modelu náhodné procházky pomocí Kalmanova filtru

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
3M Co.	12,60	-125,309	-122,766	0,00304	0,04158	8,92036	0,436	0,380	0,060
Alcoa Inc.	42,80	-94,007	-91,463	0,00529	0,05561	3,18517	0,157	0,076	0,621
Altria Group Inc.	2,82	-87,365	-84,821	0,00705	0,05692	25,85790	0,090	0,335	0,417
American Express Comp. Inc.	48,90	-146,066	-143,523	0,00203	0,03277	2,40721	0,046	0,640	0,739
American Internat.Group, Inc.	25,67	-125,453	-122,910	0,00313	0,04170	8,89177	0,126	0,386	0,888
AT & T Inc.	15,53	-98,586	-96,043	0,00543	0,05410	16,94676	0,575	0,025	0,060
Boeing Co.	11,47	-96,991	-94,448	0,00577	0,05773	7,94974	0,627	0,050	0,978
Caterpillar Inc.	24,17	-95,295	-92,752	0,00560	0,05681	5,68803	0,698	0,877	0,009
Citigroup Inc.	52,94	-139,459	-136,916	0,00224	0,03747	6,23263	0,069	0,599	0,130
Coca-Cola Co.	3,87	-116,857	-114,314	0,00359	0,04337	9,89427	0,748	0,157	0,008
El du Pont de Nemours & Co.	31,34	-125,986	-123,443	0,00309	0,04363	6,00629	0,358	0,394	0,264
Exxon Mobil Corp.	14,18	-139,940	-137,397	0,00230	0,03502	11,59448	0,979	0,762	0,615
General Electric Co.	39,77	-138,136	-135,593	0,00239	0,03777	3,07884	0,367	0,013	0,419
General Motors Corporation	19,94	-81,049	-78,506	0,00840	0,06872	7,74110	0,974	0,214	0,299
Hewlett-Packard Co.	32,25	-75,160	-72,617	0,00882	0,07004	2,95994	0,770	0,040	0,074
Home Depot Inc.	39,16	-109,658	-107,115	0,00440	0,05013	4,67286	0,435	0,362	0,126
Honeywell International Inc.	25,41	-81,801	-79,257	0,00808	0,05385	3,38022	0,143	0,890	0,649
Intel Corp.	39,24	-74,467	-71,924	0,00923	0,07327	4,32925	0,512	0,110	0,678
Inter. Business Machines Corp.	42,17	-108,559	-106,016	0,00433	0,04757	4,55619	0,304	0,021	0,810
Johnson & Johnson	2,76	-127,912	-125,369	0,00293	0,04029	11,14273	0,492	0,405	0,037
JP Morgan Chase & Co.	49,03	-111,772	-109,229	0,00420	0,04972	8,20292	0,924	0,887	0,026
McDonald's Corp.	22,28	-115,445	-112,902	0,00318	0,04937	8,45907	0,720	0,001	0,368

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz-t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
Merck & Co. Inc.	3,22	-92,716	-90,173	0,00624	0,06013	188,76796	0,768	0,372	0,596
Microsoft Corp.	35,38	-88,883	-86,340	0,00675	0,00559	2,63504	0,888	0,741	0,016
Pfizer Inc.	6,20	-119,687	-117,144	0,00342	0,04807	32,78768	0,827	0,706	0,076
Procter & Gamble Co.	0,64	-120,328	-117,785	0,00319	0,03945	9,97887	0,777	0,000	0,425
United Technologies Corp.	31,43	-120,581	-118,038	0,00340	0,04227	2,37381	0,872	0,000	0,269
Verizon Communications Inc.	20,82	-101,982	-99,439	0,00499	0,05060	4,03350	0,894	0,002	0,536
Wal-Mart Stores Inc.	17,19	-116,541	-113,998	0,00371	0,04564	8,37737	0,364	0,088	0,902
Walt Disney Co.	27,51	-112,065	-109,522	0,00399	0,04697	7,21339	0,549	0,003	0,668

Dodatek č. 10: Odhad modelu návratu ke střední hodnotě pomocí Kalmanova filtru

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteův test	ARCH(1) test
3M Co.	14,59	-130,339	-127,795	0,00335	0,04259	7,49229	0,853	0,558	0,920
Alcoa Inc.	44,69	-99,816	-97,272	0,00598	0,05852	2,66773	0,869	0,510	0,855
Altria Group Inc.	16,80	-94,092	-91,549	0,00609	0,05287	9,84747	0,710	0,264	0,334
American Express Comp. Inc.	51,09	-152,168	-149,624	0,00215	0,03367	1,77480	0,724	0,706	0,712
American Internat.Group, Inc.	36,17	-132,211	-129,667	0,00272	0,03767	4,27529	0,816	0,152	0,697
AT & T Inc.	17,48	-103,762	-101,219	0,00604	0,05677	7,57317	0,852	0,039	0,027
Boeing Co.	21,89	-101,733	-99,190	0,00504	0,05402	7,88148	0,954	0,020	0,720
Caterpillar Inc.	27,65	-100,747	-98,204	0,00607	0,05657	5,45804	0,873	0,844	0,134
Citigroup Inc.	53,54	-144,699	-142,156	0,00252	0,03864	1,72469	0,762	0,417	0,981
Coca-Cola Co.	4,42	-121,129	-118,586	0,00417	0,04549	11,47712	0,921	0,275	0,001
El du Pont de Nemours & Co.	36,59	-133,540	-130,996	0,00316	0,04415	16,42550	0,684	0,273	0,404
Exxon Mobil Corp.	16,63	-145,272	-142,728	0,00247	0,03648	8,06478	0,978	0,834	0,596
General Electric Co.	46,71	-142,888	-140,345	0,00210	0,03537	6,86644	0,928	0,004	0,651
General Motors Corporation	27,44	-85,148	-82,605	0,00740	0,06481	8,97868	0,977	0,266	0,209
Hewlett-Packard Co.	33,23	-79,842	-77,298	0,01004	0,07326	2,33357	0,877	0,011	0,084
Home Depot Inc.	44,98	-113,865	-111,322	0,00402	0,04674	2,66052	0,988	0,604	0,245
Honeywell International Inc.	29,07	-88,070	-85,527	0,00841	0,05404	8,43032	0,687	0,856	0,631
Intel Corp.	46,53	-79,510	-76,967	0,00815	0,06745	8,95896	0,888	0,096	0,380
Inter. Business Machines Corp.	43,33	-112,803	-110,259	0,00469	0,04806	3,42781	0,973	0,034	0,779
Johnson & Johnson	15,46	-133,688	-131,145	0,00261	0,03796	11,04299	0,840	0,372	0,059
JP Morgan Chase & Co.	54,58	-116,781	-114,238	0,00378	0,04795	2,36182	0,960	0,708	0,015
McDonald's Corp.	32,33	-120,988	-118,445	0,00335	0,04644	36,07678	0,846	0,012	0,488

Emise	R^2	AIC	BIC	MSE	MAE	MAPE	Rekurz. t-test	Whiteóv test	ARCH(1) test
Merck & Co. Inc.	14,44	-98,070	-95,527	0,00562	0,05666	14,61352	0,936	0,423	0,508
Microsoft Corp.	37,22	-94,323	-91,779	0,00738	0,05771	8,74043	0,959	0,869	0,037
Pfizer Inc.	7,54	-124,332	-121,789	0,00385	0,05068	16,60240	0,909	0,910	0,069
Procter & Gamble Co.	11,60	-125,249	-122,706	0,00314	0,03688	20,18211	0,912	0,001	0,205
United Technologies Corp.	35,06	-126,542	-123,999	0,00360	0,04281	2,05295	0,893	0,000	0,158
Verizon Communications Inc.	23,31	-107,554	-105,011	0,00557	0,05298	4,62718	0,834	0,002	0,487
Wal-Mart Stores Inc.	21,57	-122,568	-120,025	0,00391	0,04734	9,67983	0,955	0,081	0,959
Walt Disney Co.	33,39	-119,990	-117,447	0,00426	0,04655	8,60019	0,858	0,005	0,449

Emise	α	ω_{11}	ϕ_{11}	β	ω_{22}	ϕ_{22}	σ^2
3M Co.	0,0088	0,0000001	0	0,5493	0,1	0,6	0,00350
Alcoa Inc.	0,0100	0,0000001	0,7	1,7187	0,0000001	0,7	0,006666
Altria Group Inc.	0,0125	0,1	0,2	0,3484	0,1	0	0,00686
American Express Comp. Inc.	0,0080	0,0000001	0,4	1,1401	0,1	0	0,00220
American Internat.Group, Inc.	0,0011	0,1	0	0,8462	0,1	0,5	0,00306
AT & T Inc.	0,0003	0,0000001	0,1	0,8135	0,1	0	0,00617
Boeing Co.	0,0073	0,1	0,4	0,7003	0,1	0	0,00576
Caterpillar Inc.	0,0127	0,01	0,6	1,1278	0,0000001	0	0,00646
Citigroup Inc.	0,0106	0,0000001	0,4	1,3022	0,1	0	0,00258
Coca-Cola Co.	-0,0019	0,0000001	0	0,3189	0,1	0,1	0,00426
El du Pont de Nemours & Co.	0,0029	0,0000001	0,5	0,9770	0,0000001	0,6	0,00326
Exxon Mobil Corp.	0,0087	0,0000001	0,4	0,4995	0,0000001	0,5	0,00524
General Electric Co.	0,0009	0,1	0	1,0279	0,0000001	0,9	0,00241
General Motors Corporation	0,0036	0,1	0,1	1,1640	0,1	0	0,00833
Hewlett-Packard Co.	0,0104	0,0000001	0	1,7132	0,1	0,1	0,01026
Home Depot Inc.	0,0021	0,1	0	1,3803	0,1	0,4	0,00452
Honeywell International Inc.	0,0075	0,0000001	0,5	1,3506	0,0000001	0,3	0,00860
Intel Corp.	0,0049	0,1	0	2,0003	0,1	0,9	0,00927
Inter. Business Machines Corp.	0,0038	0,0000001	0,7	1,4805	0,1	0,9	0,00500
Johnson & Johnson	0,0061	0,1	0	0,2386	0,1	0,8	0,00295
JP Morgan Chase & Co.	0,0082	0,1	0	1,6468	0,1	0,1	0,00425
McDonald's Corp.	0,0026	0,1	0	0,8489	0,1	0,9	0,00383

Emise	α^2	ω_{11}	ϕ_{11}	β	ω_{22}	ϕ_{22}	σ^2
Merck & Co. Inc.	0,0025	0,1	0	0,3567	0,1	0,4	0,00632
Microsoft Corp.	0,0021	0,000001	0,1	1,5775	0,000001	0	0,00754
Pfizer Inc.	-0,0035	0,000001	0	0,3915	0,000001	0,6	0,00397
Procter & Gamble Co.	0,0069	0,1	0,2	-0,0483	0,1	0	0,00354
United Technologies Corp.	0,0102	0,000001	0	1,0302	0,1	0,9	0,00375
Verizon Communications Inc.	0,0001	0,000001	0	0,9519	0,1	0,1	0,00569
Wal-Mart Stores Inc.	0,0022	0,000001	0	0,7135	0,1	0,9	0,00408
Walt Disney Co.	0,0028	0,000001	0,6	1,0295	0,1	0	0,00436

Zdroje: <http://finance.yahoo.com/>, <http://research.stlouisfed.org/fred2/> a vlastní výpočty.

Poznámka: Ofenzivní koeficienty β jsou pro přehlednost zvýrazněny tmavším pozadím, stejně jako případy rekurzivního t-testu, Whiteova testu a ARCH testu, kdy nebyla zamítnuta nulová hypotéza na pětiprocentní hladině významnosti.