

Jiří Rýdl, *Aspects of the Cut-Elimination Theorem*

(V. Švejdar, posudek vedoucího na bakalářskou práci, srpen 2021)

Hlavním cílem předložené práce je prostudovat důkaz věty o eliminovatelnosti řezů pro tu variantu klasického sekventového kalkulu, v níž se sekvent považuje za dvojici konečných množin, a ověřit, zda jej lze modifikovat pro intuicionistický multisukcedentový kalkulus. A pokud ano, zjistit, co se v tom případě stane s horním odhadem pro hloubku důkazu získaného eliminací řezů. Tento cíl je v práci splněn. Ukázalo se, že zvláštní pozornost je třeba věnovat levému pravidlu pro implikaci, které v intuicionistické logice na rozdíl od klasické není invertibilní, a že je potřeba uvažovat o něco více případů, nicméně vše i s horním odhadem pak platí víceméně stejně jako v klasické logice.

Druhá kapitola se dá popsat jako historická. Obsahuje přehled různých variant sekventových kalkulů, rozbor jejich vlastností a přehled důležité literatury. Třetí kapitola mimo jiné obsahuje jednu z typických aplikací věty o eliminovatelnosti řezů, totiž větu o středním sekventu pro klasickou logiku.

Práci nelze mnoho vytknout. Kvantitativní verze věty o eliminovatelnosti řezů je vlastně samostatným výsledkem. Ten také upozorňuje na možný rozdíl mezi multisukcedentovým a unisukcedentovým intuicionistickým kalkulem. Zatímco horní odhad pro první z nich vyšel stejně jako v klasické logice, tj. supermocnina se základem 2, k druhému se v literatuře vyskytuje o něco volnější odhad, supermocnina se základem 4. Historickou část považuji za cennou. Autor si udělal dobrý přehled o literatuře a jeho práce může být východiskem pro další historické bádání.

Bylo by možná zajímavé věnovat se jinému typickému důsledku věty o eliminovatelnosti řezů, totiž interpolaci, protože ta na rozdíl od věty o středním sekventu platí i pro intuicionistickou logiku. Ovšem nutno uznat, že s tímto podnětem jsem jako vedoucí práce měl přijít mnohem dřív.

Práce je psaná dobrým jazykem a v podstatě bez formálních nedostatků. Pouze snad lze mít pochybnosti o správnosti některých obrátů (“both its premises”, “whenever there is an appeal” nebo “denote $k = d_1 + d_2$ ” v Lemmatu 2.2.1), ale připouštím, že špatně nejsou. Některé věty jsou nepříjemně dlouhé. Stál bych o vysvětlení, proč v Lemmatu 2.1.7 na str. 19 není zmíněn případ pravidla R \forall . Není potřeba? Také problematika bezkontrakčních kalkulů by si pravděpodobně zasloužila podrobnější vysvětlení (které by mohlo být podáno při obhajobě).

Přes drobné nedostatky soudím, že práce splnila svůj cíl. Autor postupoval samostatně a zjistil řadu věcí, které jsem nevěděl. Práce může být základem pro další výzkum. Navrhuji klasifikaci *výborně*.