

Posudek vedoucího na diplomovou práci

Jiří Koula, Variety určené krátkými identitami

Hlavními výsledky práce je popis volných algeber ve varietách grupoidů určených identitou tvaru $x=t$ kde x je proměnná a t je term, ovšem pouze v některých speciálních případech. Příklad, kdy term t je délky nejvýš 4, jsem řešil v práci *Free groupoids determined by a short equation*, která byla publikována v časopise *Acta Universitatis Carolinae* v roce 1982; v té práci byly vyřešeny všechny případy pro délku nejvýš 4, kromě jediného který zůstal jako otevřený problém. Diplomant se ujal úlohy řešit podobné problémy pro termy délky 5. Takových termů ovšem existuje daleko větší počet, takže bylo jasné že zde zůstane počet nevyřešených případů mnohem větší.

Úloha popsat volné objekty ve varietě určené identitou je prakticky identická s úlohou popsat efektivním způsobem příslušnou rovnicovou teorii, to jest, množinu všech identit které jsou důsledkem identity dané. Na to existuje několik technik, z nichž nejznámější je technika přepisujících systémů. Ta ovšem funguje jen v některých případech. V jiných může někdy pomoci technika poněkud odlišná, ačkoli často příbuzná, například technika perfektní báze. Někdy nezbyde než pokusit se o zcela originální přístup.

V první kapitole, která je číslováním druhá (po krátkém úvodu) shrnuje autor známé poznatky včetně definic a systému značení o konfluentních grafech, algebrách a varietách, rovnicových teoriích a přepisujících systémech.

V následující kapitole jsou probírány variety grupoidů určené identitou $x=t$ kde t je term délky 5, začínající proměnnou x a končící proměnnou jinou, přičemž obsahuje přinejmenším tři různé proměnné. Kapitola začíná pomocnou větou, v níž se ukazuje že v mnoha případech se dá příslušný volný grupoid sestrojít tím nejpřirozenějším způsobem. V následujících čtyřech větách jsou sesbírány případy, kdy lze příslušnou varietu nahradit varietou zadanou jednou z identit $x=xy$, $x=xyz$, $x=xyzu$, $x=xyzuv$ (závorkování shlučené doleva) která má naprosto průzračnou rovnicovou teorii. V následující větě pak případy, kdy ji lze nahradit některou jinou varietou $x=p$ kde p je term délky nejvýš 4; jejich volné objekty byly již popsány. V závěru kapitoly je originálním způsobem rozřešen případ variety určené identitou $x=(x(yy))(zz)$. Z celkového počtu 406 termů řeší tato kapitola daný problém pro 248 z nich.

V poslední kapitole (nepočítáme-li poslední velmi krátkou kapitolu Závěr) se autor věnuje podobným způsobem varietám určeným identitou $x=t$ kde t je term délky 5, nezačínající a ani nekončící proměnnou x . Takových termů je 770. Pro mnoho termů t je taková varieta triviální, takže volné objekty kromě toho triviálního ani neobsahuje. Autor jich našel 299. Z celkového počtu 770 autor vyřešil případů 616. Objevil také jednu zajímavou varietu, která je jednou a tou samou pro 28 termů z těch zbývajících; je ovšem také možné, že tato varieta je triviální.

Daný úkol nebyl snadný pro jeho pracnost. Důkazy jsou rozsáhlé. V práci jsem nenalezl podstatné chyby.

Práce zcela vyhovuje podmínkám pro diplomovou práci a navrhuji ji hodnotit známkou **výborně**.

V Praze dne 3.9.2007



Prof. RNDr. Jaroslav Ježek, DrSc.