

POSUDEK NA BAKALÁŘSKOU PRÁCI "HYPOTÉZA  
DEJEANOVÉ"

JANA HORY

V bakalářské práci J. Hory je zpracován článek A. Carpiho jehož obsahem je důkaz hypotézy F. Dejean pro každé  $n \geq 38$ . F. Dejean vyslovila domněnku, že infimum kritických exponentů nekonečných slov nad abecedou s  $n$  písmeny je  $n/(n-1)$ . (Kritický exponent je supremum podílů délek faktorů daného slova a délek nejkratších period těchto faktorů.) Snadno lze ukázat, že hodnota  $n/(n-1)$  je nejmenší možná a v článku je konstruováno slovo s tímto nejmenším kritickým exponentem.

Práce vcelku věrně kopíruje zpracovávaný článek, přitom doplňuje zdůvodnění na místech, kde je ponecháno na čtenáři. Jedno z podstatných tvrzení využitých v článku, Tvrzení 9, není ve zpracovávaném článku dokázáno. Student se zřejmě pokusil důkaz zrekonstruovat.

Důkaz prezentovaný ve zpracovaném článku je komplikovaný a technicky náročný. Z práce je patrné, že student ověřil jednotlivé kroky důkazu a důkaz pochopil. V tomto ohledu splnil požadavky kladené na bakalářskou práci.

Ke zpracování problému mám ovšem vážné výhrady. Formulace některých tvrzení a jejich důkazy jsou téměř doslovným překladem formulací a důkazů ze zpracovávaného článku, doplněné o podrobnější odvození některých formulí. Překladem vzniklo několik chyb, viz výčet níže. Formulace v důkazech působí místy neobratně, v některých případech nesmyslně. Navíc, i tam kde práce kopíruje původní článek, je řada tiskových chyb a nepřesností. Některé důkazy a zdůvodnění, které student doplnil sám jsou chybné (Tvrzení 4), některé jsou v pořádku až na formální nepřesnosti (Lemma 3).

Celkově nepokládám práci za zdařilou. S přihlédnutím k technické náročnosti zpracovaného tématu a k tomu, že i přes formální nedostatky práce, se domnívám, že student důkazu porozuměl navrhuji známku dobře.

Přikládám seznam konkrétních připomínek:

- Definice 1: Místo výrazu "zobrazení" v definici  $\varphi_n$  by mělo být "morfismus";
- Lemma 3: Anglický výraz "set" je chybně přeložen jako "množina", správně má být "položme". Ve formulaci Lemmatu 3 by tedy mělo být "...a položme  $\gamma_n(w) = (a_i, i \geq 1, \dots$ " místo nesmyslné formulace "...a množina  $\gamma_n(w) = (a_i, i \geq 1, \dots$ ";
- Tvrzení 4: V důkazu tohoto tvrzení je několik věcných chyb a nepřesností: k tomu, aby  $\gamma_n(v)$  bylo předponou  $\gamma_n(u)$  stačí, aby  $v$  bylo předponou  $u$ . Podmínka  $u \in \ker \varphi_n$  není třeba. Neplatí, že  $(|v| + n - 1)/|u| \leq (|v|/|u|)$ . Nerovnost  $\exp(\gamma_n(uv)) \leq |\gamma_n(uv)|/|\gamma_n(u)|$  platí obráceně. Neplatí, že  $1 + 1/n = n/(n-1)$ ;

- Tvzení 5 : Na začátku důkazu je opět výraz "set" chybně přeložen jako množina, měl by být přeložen jako "položme". Na konci první formule je chybně index  $j + |r| - 1$ , správně má být  $j + k - 1$ . V sérii výpočtů na konci důkazu je chybně  $|u - 1| = (j + n - 2) - (i + n - 1) + 1 = j - i - 2$ , místo  $\dots = j - i$ . To je pak nesprávně dosazeno:  $(j - i) - 2 < k(n - 1) - 2 < k(n - 1)$ , správně je  $j - i < k(n - 1)$ ;
- Tvzení 6 : Důkaz bodu 3 lze snadno a elegantněji provést víme-li jak vypadají konjugované permutace;
- Poslední řádek na straně 20 : Formule  $\tau\sigma = \tau^{-a}(\tau^{-1}\sigma\tau) = \sigma\tau$  je nesmyslná. Správně má být asi  $\sigma\tau = \tau\tau^{-1}\sigma\tau = \tau\sigma_1$ ;
- Třetí řádek na straně 21 : "Neboť navíc platí:" nahradit raději formulací "Protože navíc platí:";
- Lemma 8 : Ve formuli (3.2) je několik tiskových chyb. Pokud  $h_1 < p$ , potom je  $x_3$  příponou, nikoliv předponou  $y^*$ . Podobně, pokud  $h_2 < p$ , je  $x_4$  příponou, nikoliv předponou  $y^*$ ;
- Důkaz Lemmatu 8 : V úvodu důkazu se tvrdí, že faktory  $v_1, v_2$  a indexy  $k, l$  jsou slovem  $u$  jednoznačně určena. To by mělo být vysvětleno. V definici slova  $v_2$  by mělo být přesněji: 1.  $y_0 \dots y_k$  je-li splněna Podmínka 1 a není-li splněna Podmínka 2, 2.  $y_1 \dots y_{k+1}$  je-li splněna Podmínka 2 a není-li splněna Podmínka 1. Dále je důkaz prováděn rozbořením jednotlivých možností. Výpočty jsou místy zmatené s drobnými nepřesnostmi. Na závěr se použijí k ověření podmínek lemmatu bez patřičných odkazů;
- Tvzení 9 : Zde je patrný pokus rekonstruovat důkaz, který je v původním článku jen naznačen. To se podařilo pouze pro  $k = 2$ ;
- Lemma 11 : V tvrzení lemmatu by měl být předpoklad, že  $\varphi(u)$  je identická permutace. Ten se, bez upozornění, používá například v důkazu bodu 2;
- Strana 37, řádek 9 : Místo  $\zeta_1$  má být  $\zeta$ ;
- Důkazy Lemmatu 14 a Tvzení 16 : Na několika místech by mělo být  $v$  nahrazeno  $v_1$ ;

