

VENDULA PÍŠOVÁ
MATICE S PRVKY $-1, 1, 0$

Posudek vedoucí na diplomovou práci

Předložená diplomová práce se zabývá problematikou matic, jejichž prvky jsou pouze reálná čísla $-1, 1, 0$.

Text je členěn do pěti kapitol. První z nich se od ostatních značně liší. Slouží k představení a ujednocení dále používaných pojmů a poznatků, a to ze dvou oblastí matematiky: z lineární algebry a z teorie grafů. Zatímco v případě lineární algebry nebylo možné obsáhnout veškeré informace, a jedná se tedy převážně o přehled definic, v případě teorie grafů je výklad podán natolik uceleně, že by si i čtenář, který tuto disciplínu nikdy nestudoval, s ním měl při další četbě plně vystačit. Každá ze zbývajících čtyř kapitol je věnována jedné třídě matic a s ní souvisejícím tématům.

Kapitola o *matici sousednosti* obsahuje definici a vlastnosti matice sousednosti, konkrétní příklad, popis matic sousednosti pro speciální typy grafů či problematiku pokrývání grafu bipartitními grafy (redukováná matice sousednosti, Grahamova–Pollakova věta).

V kapitole studující *Hadamardovu matici* se opět kromě definice, vlastností a konkrétního příkladu matice pojednává i o Sylvesterově konstrukci speciálních případů Hadamardových matic (tzv. Sylvesterovy–Hadamardovy matice) či o Hadamardově hypotéze ohledně existence Hadamardových matic řádu $4k$, kde k je přirozené číslo.

Netypicky zpracovaná je kapitola o *incidenční matici systému podmnožin*. Čtenář je do problematiky zasvěcen pomocí převzaté úlohy o problému obyvatel města, který je v anglicky psané literatuře nazýván *Oddtown* (odd = lichý; podivínský; studentka nazývá obec *Lišákovem*). Než autorka přejde k obecnému řešení, vymýšlí konkrétní Lišákov s modelovými rodinami a zájmy/spolky obyvatel. Na nich demonstruje např. existenci Lišákova o daných vlastnostech, souvislost prvků incidenční matice s konkrétními zájmy obyvatel, čímž čtenáře připravuje na obecné řešení příkladu, resp. na snadné pochopení následné definice pojmu (tím představuje didaktický přístup „od příkladu k definici“ relativně často používaný při výuce matematiky na zahraničních univerzitách). Dále prezentuje incidenční matici systému podmnožin na konečné projektivní rovině.

Poslední, pátou kapitolu autorka věnuje *incidenční matici grafu*, a to především grafu orientovaného. Hned v úvodní pasáži studentka odtajňuje „příbuznost“ s obecnější incidenční maticí systému podmnožin. Po definicích incidenčních matic neorientovaného a orientovaného grafu, studiu jejich vlastností a příkladech věnuje svou pozornost souvislosti incidenčních matic grafu s kostrami grafu. Představuje Laplaceovu matici grafu (a její provázanost s incidenční maticí téhož grafu), matici stupňů a v závěru práce prezentuje velmi elegantní způsob výpočtu počtu koster grafu pomocí determinantu matice, která vznikne z Laplaceovy matice grafu vynecháním posledního řádku a sloupce.

Práce má kompilační charakter. Text zahrnuje otázky lineární algebry, teorie grafů, projektivní geometrie či kombinatoriky. S výjimkou první sekce studentka prezentuje poznatky, které přesahují její znalosti z výuky pro budoucí pedagogy (např. teorie grafů není samostatným předmětem doporučeného studijního plánu na učitelském studiu MFF UK). Z výše uvedeného je zřejmé, že se text věnuje i maticím, které nejsou uvedeny přímo v nadpisu jednotlivých kapitol. Ač téma není určitě vyčerpáno, domnívám se, že studentka vybrala ty nejpodstatnější a „nejhravější“ třídy matic s prvky $-1, 1$ a 0 (směry, jimiž se lze problematikou dále hlouběji zabírat, autorka navíc vyjmenovává v obsáhlejší *Závěru*).

Za hlavní přínos práce považuji značně komentující, leckdy nadlehčený styl, kterým je psána, a to za účelem přístupnosti výkladu co nejširší komunitě. Současně však studentka usilovala o přesnost vyjádřování. Jednotlivé třídy matic se (kromě zavedení pomocí definic) snažila přiblížit „lidsky“, komentovala ať už význam jednotlivých prvků matice, tak prvků v určitém řádku či sloupci, případně i součty prvků v řádku, resp. sloupci, nebo dokonce součet všech prvků matice. Umožňuje tak čtenáři nahlédnout nenásilným přístupem pod pokličky jednotlivých tříd matic, zjednodušuje vzhled do jejich aplikací.

V textu studovaná problematika se může stát (při dostatečné časové dotaci) pěknou ukázkou využití teorie matic v kurzech lineární algebry (např. pro budoucí učitele). Domnívám se, že výkladem přiměřeným věku posluchačů je možné výhodné vlastnosti v práci popsaných tříd matic přiblížit i nadaným středoškolským studentům v rámci matematického semináře.

Na studentce oceňuji samostatnost při zpracovávání tématu; z mého pohledu spočíval hlavní přínos společných konzultací hlavně k ujasnění cílů a ujištění, že práce postupuje správným směrem.

Společně jsme diskutovaly, zda více komentovat či nekomentovat vlastnosti plynoucí přímo z definic, a to v první kapitole, sekci 1.2 – např. vztah mezi (neorientovaným) grafem a orientovaným grafem (preferovala bych krátká vyjasnění např. v poznámkách pod čarou), resp. některá zlepšení problémů v obrázcích, které byly způsobeny technickými omezeními (tím myslím především ukončení šipek orientovaných grafů až v jejich vrcholech a zmenšení popisů v obrázku 3.3).

Text doplňují dvě desítky obrázků.

Práce je psána čtivým jazykem bez větších stylistických či gramatických chyb.

Práce je na přijatelné úrovni také po stránce typografické. Co se týče formátování, preferovala bych přesun obrázku 1.1 na předcházející stranu.

Domnívám se, že předložený text splňuje požadavky kladené na diplomovou práci na učitelském studiu. S radostí ji tímto doporučuji k obhajobě.

Navrhuji klasifikaci výborně.

V Praze dne 19. srpna 2019

RNDr. Martina Škorpilová, Ph.D.